

一种具有极点在线优化的 复合自适应控制系统

庞全

(洛阳工学院机械一系)

何钺 陈康宁

(西安交通大学机械系)

摘 要

极点配置自适应控制, 通常存在如何选择合理的闭环极点问题。本文在极点配置控制基础上, 运用优化理论并基于跟踪误差指标最小的原则, 建立起一种具有极点参数在线优化的复合自适应控制方法, 使系统在参数自适应的同时, 实现动态响应最优化。

一、前 言

极点配置自适应控制, 由于能适应非最小相位系统并有效提高系统的动态性能而受到广泛重视与研究, 以解决伺服系统的自适应控制。但这种方法在实际应用中通常存在如何选择合理的闭环极点的问题。目前常规的方法, 是根据系统的时域性能指标确定对应的极点参数^[1], 这种方法是近似的凭经验的, 且仅适用于理想情况。实际上极点位置还与原系统特性有很大关系^[2], 极点选得不合适, 不仅影响系统的响应精度, 还有可能导致实际系统物理上的不可实现而影响系统的稳定性。因此, 在对原系统的特性了解较少或系统参数变化的情况下, 要选择合理的极点是很困难的。

文献[3]提出用在线搜索法实现单极点系统的极点自寻优。但这种方法很难推广到多极点系统, 而实际动态系统的极点又往往在两个或两个以上, 从而无法使用上述方法。

针对上述问题, 本文在极点配置控制基础上, 建立起一种适合于任意维极点在线优化的自适应控制方法, 如图1所示。开始, 系统按初设极点运行; 之后, 借助系统响应的误差信息来调整极点位置, 调整的原则是使误差指标以最快的速度减小, 再以调整后的极点代替原极点, 如此循环直到误差趋于最小。这样, 就构成一种系统动态性能自趋最优的复合自适应控制系统。由于采用合适的优化技术

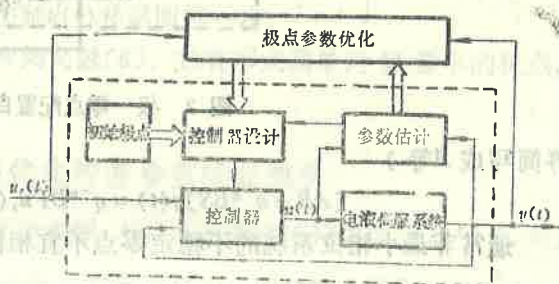


图1 具有极点参数在线优化的复合自适应控制系统结构图

与设计方法, 这种极点的优化过程是很快的, 整个控制算法的运算量较小, 易于在线实现, 适用于要求动态响应性能较高的伺服系统的自适应控制。

二、基本自适应控制算法

设被控系统的差分方程模型如下:

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-k}B(q^{-1})u(t), \quad (1)$$

式中

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_nq^{-n} \\ B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + \dots + b_mq^{-m} \end{cases} \quad (2)$$

$A(q^{-1})$ 与 $B(q^{-1})$ 互素即互不可约, k 为系统时延常数, 且有 $k \geq 1$

又设期望的闭环系统特性为

$$A_m(q^{-1})y(t) = q^{-k}B_m(q^{-1})u_r(t) \quad (3)$$

式中, $A_m(q^{-1})$ 与 $B_m(q^{-1})$ 的定义类似式(2)。

为得到上述闭环特性, 对原系统加上线性控制

$$R(q^{-1})u(t) = T(q^{-1})u_r(t) - S(q^{-1})y(t) \quad (4)$$

式中, $R(q^{-1})$ 、 $T(q^{-1})$ 、 $S(q^{-1})$ 的定义类似式(2), 且 $R(q^{-1})$ 为首1的。则构成闭环系统如图2所示, 其闭环传递函数为(为书写方便, 以下将省略各时延符号, 将 $A(q^{-1})$

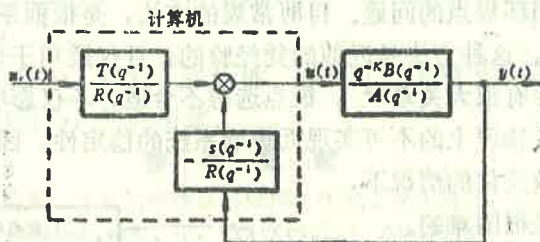


图2 极—零点配置自适应控制系统框图

等简写成 A 等)

$$[AR + q^{-k}BS]y(t) = q^{-k}BTu_r(t) \quad (5)$$

通常非最小相位系统的不稳定零点不宜相消, 为此令

$$\begin{cases} B = B^+ B^- \\ R = R_1 B^+ \\ B_m = B_m^+ B^- \end{cases} \quad (6)$$

这里 B^+ 仅含稳定零点, B^- 仅含不稳定零点。将式(6)代入式(5)并与式(3)比较后

$$AR_1 + q^{-k}B^-S = A_mD \quad (7)$$

$$T = B_m^+ D \quad (8)$$

D 是式 (3) 两边可能相消的因子。对式 (7) 作进一步处理有

$$A_m D y(t) = B^- [Ru(t-k) + Sy(t-k)] \quad (9)$$

再令

$$\begin{cases} \tilde{u}(t) = B^- u(t) \\ \tilde{y}(t) = B^- y(t) \\ \tilde{\omega}(t) = Ru(t) + Sy(t) \end{cases} \quad (10)$$

则式 (9) 可进一步化为

$$\bar{y}(t) = x^T(t) \theta \quad (11)$$

式中,

$$\begin{cases} \bar{y}(t) = 2A_m D y(t) - \tilde{u}(t-k), \\ x^T(t) = [\tilde{u}(t-k-1) \cdots \tilde{u}(t-k-n_r) \tilde{y}(t-k) \cdots \tilde{y}(t-k-n_s) \\ \quad \cdot \tilde{\omega}(t-k) \cdots \tilde{\omega}(t-k-n_b)], \\ \theta^T = [r_1 \ r_2 \cdots r_{n_r} \ s_0 \ s_1 \cdots s_{n_s} \ b'_0 \ b'_1 \cdots b'_{n_b}], \end{cases}$$

n_r 、 n_s 、 n_b 分别为 R 、 S 、 B^- 阶次。

综上各式即得隐含递推参数自适应控制算法如下:

给定: 期望特性 A_m 、 B_m^+ , 稳定的 D 及初值 $\hat{\theta}(0)$,

第一步: 借助估计 $\hat{\theta}(t)$ 由式 (10) 计算 $\tilde{u}(t)$ 、 $\tilde{y}(t)$ 、 $\tilde{\omega}(t)$,

第二步: 由式 (11) 用最小二乘法估计 $\tilde{\theta}(t+1)^{[4]}$,

第三步: 由式 (4)、(8) 计算控制 $u(t)$ 并返回第一步。

算法 (12) 的详细推导及其特性参阅文献 [6], 它有形式简单运算量小的优点, 存在的问题是如何确定合理的 $A_m(q^{-1})$ 。

三、极点在线优化的复合自适应控制

回顾式 (9) 中, B^- 为原系统的部分参数, 它由系统物理结构所决定, 与 A_m 无关, 而 R 、 S 则随 A_m 的参数 a_{m_i} 的变化而变化, 实际上是 a_{m_i} 的函数, 即 $R(q^{-1}, \bar{A}_m)$ 、 $S(q^{-1}, \bar{A}_m)$, 这里

$$\bar{A}_m = [a_{m_1} \ a_{m_2} \ \cdots \ a_{m_{n'}}]^T \quad (n' = \deg A_m)$$

再由式 (1)、(4) 可知 $u(t)$ 、 $y(t)$ 也是 $\bar{A}_m$ 的函数, 即有 $u(t, \bar{A}_m)$ 、 $y(t, \bar{A}_m)$,

建立以 $\bar{A}_m$ 为参量的性能指标如下:

$$J(\bar{A}_m) = \frac{1}{2} \sum_{t=K-\Delta}^K [y(t, \bar{A}_m) - u(t-k)]^2 \quad (13)$$

式中 Δ 可有不同取法, 若取 Δ 近似为闭环系统响应时间, 则该性能指标的含义即为系统对参考输入的响应在达到稳态前的误差平方积累, 较适于反映伺服系统的动特跟踪性能. 在式 (13) 中没有考虑对控制项 $u(t)$ 的限制, 而由实际系统的物理条件构成约束. 令

$$\begin{aligned} \nabla [J(\bar{A}_m)] &= \frac{d}{d\bar{A}_m} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{t=K-\Delta}^K [y(t, \bar{A}_m) - u_r(t-k)]^2 \right\} \\ &= \sum_{t=K-\Delta}^K [y(t, \bar{A}_m) - u_r(t-k)] \frac{dy(t, \bar{A}_m)}{d\bar{A}_m} \end{aligned} \quad (14)$$

$$G(N) = \nabla \{ J[\bar{A}_m(N)] \} \quad (15)$$

这里 $G(N)$ 即为 $J(\bar{A}_m)$ 在 $\bar{A}_m(N)$ 点的梯度向量, 由优化理论知, 从 $\bar{A}_m(N)$ 点出发, 在沿负 $G(N)$ 的方向上 $J(\bar{A}_m)$ 具有最快的下降速度. 由此可建立 $\bar{A}_m$ 的优化计算如下^[5]:

$$\bar{A}_m(N+1) = \bar{A}_m(N) - \lambda(N)H(N)G(N), \quad (16)$$

式中, $\lambda(N)$ 为步长, 一般由线性搜索确定, 它使 $J(\bar{A}_m)$ 在 $\bar{A}_m(N+1)$ 点达到极小; $H(N)$ 为修正矩阵, 不同形式的 $H(N)$ 对应不同的优化计算. 有关 $\lambda(N)$ 、 $H(N)$ 的选择见下节, 这里给出 $G(N)$ 的求解.

考虑式 (9), 引入式 (4) 与式 (8) 后有

$$\begin{aligned} A_m Dy(t, \bar{A}_m) &= B^- [Ru(t-k, \bar{A}_m) + Sy(t-k, \bar{A}_m)] \\ &= B^- Tu_r(t-k) \\ &= B^- B_m^+ Du_r(t-k) \end{aligned} \quad (17)$$

式 (17) 两边消去 D 并分别对 a_{m_i} 求导则有

$$A_m \frac{dy(t, \bar{A}_m)}{da_{m_i}} + y(t-i, \bar{A}_m) = B^- \frac{dB_m^+(q^{-1}, \bar{A}_m)}{da_{m_i}} u_r(t-k) \quad (18)$$

式 (18) 中 B_m^+ 通常不显含 $\bar{A}_m$, 造成求导计算的困难. 为此须引入一些符合实际使用情况的假设如下.

在算法 (12) 中, 曾规定原系统的非稳定零点不能相消, 从而将 B 分解成 $B = B^+ B^-$; 实际上为了方便, 可将原系统的全部零点都保留在闭环系统里, 则式 (6) 即为

$$B = B^- \quad (19)$$

又通常伺服系统在静态时具有比例传输特性, 设此比例为 C , 则由式 (3)、(6)、(19) 可得:

$$\left. \frac{q^{-k} B_m(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \right|_{q=1} = \left. \frac{q^{-k} B_m^+(q^{-1}) B(q^{-1})}{A_m(q^{-1})} \right|_{q=1} = C \quad (20)$$

再由文献[1, 2]知, A_m 与 B_m 的阶数需满足以下条件:

$$\deg A_m - \deg B_m \geq \deg A - \deg B$$

若取其阶数与原系统相同即

$$\deg A_m = \deg A, \quad \deg B_m = \deg B,$$

则由式(20)立即可知 $\deg B_m^+ = 0$, 即 B_m^+ 实际上相当于一系数, 并可由式(20)求得为

$$B_m^+ = C \frac{A_m(1)}{B(1)} = C \frac{1 + \sum_{i=1}^{n'} a_{m_i}}{\sum_{j=1}^m b_j}. \quad (21)$$

式(21)中, B_m^+ 成为 a_{m_i} 的显函数, 代入式(18)即可求得

$$\frac{dy(t, \bar{A}_m)}{da_{m_i}} = \frac{1}{A_m(q^{-1})} [-y(t-i, \bar{A}_m) + C \frac{B(q^{-1})}{\sum_{j=0}^m b_j} u_r(t-k)] \quad (22)$$

再将式(22)代入式(14)与(15)即可求得 $G(N)$ 为

$$G(N) = \frac{1}{A_m(q^{-1})} \sum_{t=K-\Delta}^K [y(t, \bar{A}_m) - u_r(t-k)] \left\{ \begin{pmatrix} -y(t-1, \bar{A}_m) \\ -y(t-2, \bar{A}_m) \\ \vdots \\ -y(t-n', \bar{A}_m) \end{pmatrix} + C \frac{B(q^{-1})}{\sum_{j=0}^m b_j} u_r(t-k) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \right\}. \quad (23)$$

式(23)中 $y(t)$ 、 $u_r(t)$ 直接可测, 再用当前估计 $\hat{b}_j$ 代替 b_j , 并用上一步优化参数 $\bar{A}_m(N)$ 代入 $A_m(q^{-1})$, 即可容易地求取 $G(N)$ 。联合算法(12)与式(23)、(16)即得具有极点参数在线优化的复合自适应控制算法如下:

给定: 初值 $\bar{A}_m(0)$ 、 $\bar{\theta}(0)$;

第一步: 由算法(12)并在极点参数为 $\bar{A}_m(N)$ 下, 实现系统的基本参数自适应控制;

第二步: 若 $t < K$, 返回第一步;

若 $t \geq K$, 由式(23)计算 $G(N)$, 代入式(16)计算 $\bar{A}_m(N+1)$; 然后令 $K = K + \Delta$ 、 $N = N + 1$ 并返回第一步。

(24)

算法(24)中,由于梯度向量 $G(N)$ 含有系统参数 b_i ,在系统运行初始阶段即当 $\hat{b}_i$ 收敛前不宜进行 $\bar{A}_m$ 的优化计算。好在由算法(12)构成控制时参数 $\hat{b}_i$ 的收敛相当快^[6],实践中可用程序检查 $\hat{b}_i$ 的收敛情况,决定优化起始时刻。

四、仿 真

本节通过对一个三阶非最小相位系统的仿真,来说明上述控制算法的使用方法与效果。该系统的开环差分方程模型为

$$y(t) + a_1 y(t-1) + a_2 y(t-2) + a_3 y(t-3) = b_0 u(t-1) + b_1 u(t-2) + b_2 u(t-3).$$

该模型可用以描述液压位置控制系统^[6],若取参数

$$\begin{aligned} a_1 &= -0.785, & a_2 &= 0.279, & a_3 &= -0.496 \\ b_0 &= 0.075, & b_1 &= 0.214, & b_2 &= 0.052 \end{aligned}$$

则不难验证该系统为一非最小相位系统。

根据上一节规定,取 $\deg A_m = \deg A = 3$, $\deg B_m = \deg B = 2$,并将 A_m 中的两个定为主导极点,另一个设在原点以减小对主导极点的影响,同时也降低了优化参数维数。这时 A_m 为

$$A_m(q^{-1}) = 1 + a_{m1} q^{-1} + a_{m2} q^{-2}$$

控制器阶数须满足一定条件,由文献[6]知对本系统可取 $\deg R = \deg S = \deg T = 1$,以减小在线运算量。这时 θ 即为

$$\theta = [r_1 \ s_0 \ s_1 \ b_0 \ b_1 \ b_2]^T$$

优化计算中的 $\lambda(N)$ 与 $H(N)$ 可按“DFP”法来选择。这种方法的特点是下降性与参数收敛均较快,而且不需要对 λ 作线性搜索,使计算大大简化。这时 $H(N)$ 的计算式如下:

$$\left. \begin{aligned} H(N+1) &= [I - \alpha(N)]H(N)[I - \alpha^T(N)] + \beta(N) \\ \delta(N) &= -\lambda H(N)G(N), \quad v(N) = G(N+1) - G(N) \\ \alpha(N) &= \frac{\sigma(N)v^T(N)}{v^T(N)\sigma(N)}, \quad \beta(N) = \frac{\sigma(N)\sigma^T(N)}{v^T(N)\sigma(N)} \end{aligned} \right\}$$

λ 可在 $0 < \lambda < 1$ 的范围中选取。

设置初始极点 $\bar{A}_m(0) = [-0.3619 \ 0.2144]^T$ 。取 $\Delta = 25$ 正好为一方波长,这样使目标函数更好地反映 $\bar{A}_m$ 变化对系统性能的影响,有利于极点优化的进行。参数 b_i 一般经过 2~3 个方波即已收敛^[6],从而把优化的起始时刻定在 $K = 200$,如图中箭头所示。此外,考虑到实际系统的物理约束条件,程序中限制最大控制量 $u_{\max}(t) \leq 10$,系统带宽 $\omega_m \leq 85(1/s)$ 。

系统在控制算法(24)作用下的运行情况如图 3 所示,误差指标的下降如图 4 所示,

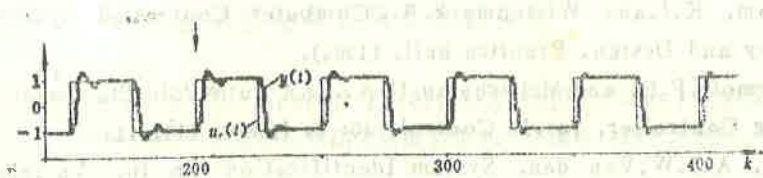


图 3 系统在控制算法 (24) 作用下对方波信号的跟踪性能

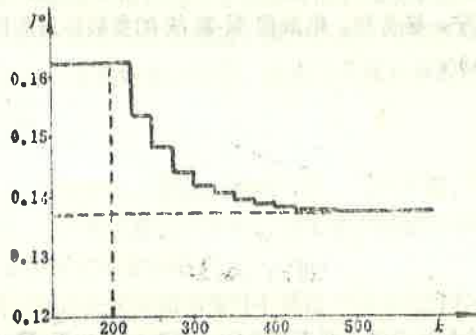


图 4 系统在控制算法 (24) 作用下跟踪误差指标的变化

图中采用的评价指标为

$$J^* = \frac{1}{\Delta} \sum_{t=K-\Delta}^K [y(t, \bar{A}_m) - u_r(t-k)]^2.$$

图3与4表明, J^* 的下降是较快的, 在 $K \geq 400$ 后系统响应曲线已无明显变化, J^* 也基本达到最小值, 由此说明极点的优化过程较快. 由图 3 还可以看到, 系统的响应精度也即动态性能有显著提高, 说明极点参数优化对提高系统动态性能的作用. 极点参数收敛后的值为 $\bar{A}_m(\infty) = [-0.1951 \quad 0.1280]^T$.

五、结 论

1. 本文在极点配置自适应控制的基础上, 进一步引入极点参数的在线优化, 使系统实现参数自适应与动态响应自趋最优的复合自适应控制.
2. 借助隐含式自适应控制算法和 DFP 优化技术, 本文建立的控制算法形式简单运算量小, 易于在线实现.
3. 本文建立的控制方法适用于非最小相位系统, 同时极点参数的优化过程较快, 从而适用于要求动态性能较高的伺服系统的自适应控制.

参 考 文 献

- [1] Åström, K. J. and Wittenmark, B., Self-tuning Controllers Based on Pole-zero Placement, IEEE., 127, (1980), 120-130.

- [2] Åström, K.J. and Wittenmark, B., Computer Controlled Systems—Theory and Design, Prentice-hall, (1984).
- [3] Mcdermott, P.E, and Mellichamp, D.A., An Auto-Pole-Placement Self-tuning Controller, Int.J. Control, 40: 6, (1984), 1131-1147.
- [4] Boom, A.J.W. Van den, System Identification—on the Variety and Coherence in Parameter and Order Estimation Method Eindhoven (1982).
- [5] Walsh, G.R., Methods of Optimization, London, Wiley, (1975).
- [6] 庞全、何钺、陈康宁、杨含和, 电液伺服系统的参数自适应控制, 西安交通大学学报, 20:5, (1986),

A Compound Adaptive Control System with On-line Pole Optimization

Pang Quan

(Department of Mechanical Engineering, Luoyang Institute of Technology)

He Yue, Chen Kangning

(Department of Mechanical Engineering, Xian Jiaotong University)

Abstract

The main problem existing in the application of the pole-assignment self-tuning regulator is how to choose the proper poles of the closed-loop system. To tackle this problem a compound adaptive control system is developed in this paper which contains the on-line determination of the optimal poles of the system on the basis of the criterion minimization and thus the system have both the parameter adaptive property and the best dynamic characteristics.