

Hammerstein 系统控制加权自适应次优控制

张竞新 郎世俊

(东北工学院自控系, 沈阳)

摘 要

经典最小方差控制不能用于 $u(t)$ 最高次幂 $u(t)^p$ 的系数多项式 $B_p(q^{-1})$ 是不稳定的 Hammerstein 系统。基于经典二次型指标的控制加权一步最优控制亦难以推广到 H 系统。本文指出了文[3, 4]在研究此问题时的错误, 提出采用对 $u(t)^p$ 加权的新性能指标, 由此导出一种简单的直接自适应控制算法, 证明了算法的全局收敛性。该算法可用于 $B_j(q^{-1})$, $j=1, \dots, p$ 稳定和非稳定的 H 系统的自适应控制。仿真结果证实了算法的优良性。

一、引 言

通常的线性自适应控制方法不能用于具有较强非线性过程。近年来, 由于微型机的飞速发展, 为在线执行更为复杂的算法提供了必要的技术条件, 因此对于某些种类的非线性系统的自适应控制引起了人们的兴趣^[1-5]。在文[2-5]中, 一些作者相继研究了用 Hammerstein 模型

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1}) \sum_{j=1}^p \beta_j u(t)^j + C(q^{-1})w(t) \quad (1.1)$$

描述的一类非线性系统的自适应控制并分析了算法的稳定性和收敛性^[2,5]。他们采用的都是最小方差控制律。此种策略和应用线性系统的类似策略一样, 其主要缺点是: 1) 对控制作用无限制, 可能导致过份的控制作用。2) 不能用于 $B_p(q^{-1})$ 非稳定的系统^[2,5]。在实际应用中, 例如用(1.1)描述一个具有系统执行机构非线性的连续系统, 当采样间隔较小时, 其线性离散部份一般是非最小相位的, 即 $B(q^{-1})$ 是不稳定多项式。因此, 此种策略有很大的局限性。模仿线性系统控制加权一步最优控制^[6], Anbumani et al.^[3]和 Lachmann^[4]研究了基于指标 $J_1 = E\{[y(t) + y^*(t)]^2 + ru(t-d)^2\}$ 的控制策略。但如附录1所示: 1) 他们的结论是有问题的; 2) 使 J_1 取极小的控制律是复杂的, 难以用于自适应控制。而且此种控制律所产生的闭环系统的稳定性和收敛性也是极难分析的。在本文中, 我们对广义 Hammerstein 系统((1.1)是其一个特例)提出一种简单的具有控制加权的直接自适应控制方法, 并分析了算法的全局稳定性和收敛性。

本文曾在1986年全国控制理论与应用年会上宣读(牡丹江)。

本文于1986年11月15日收到, 1987年4月16日收到修改稿。

二、控制加权一步次优控制

考虑广义Hammerstein系统^[6]

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d} \sum_{j=1}^p B_j(q^{-1})u(t)^j + C(q^{-1})w(t), \quad (2.1)$$

其中, d 是时间延迟; $A(q^{-1})$ 、 $C(q^{-1})$ 、 $B_j(q^{-1})$ ($j=1, \dots, p$) 分别是 q^{-1} 的 n 、 l 、 m 阶多项式; $a_0 = c_0 = 1, b_{j0} \neq 0, j=1, \dots, p$. $\{w(t)\}$ 是一定义在概率空间 (Ω, A, P) 上且适应于增子 σ -代数 $(F_t, t \in N)$ 的鞅差序列, F_t 为 $\{y(t), y(t-1), \dots, u(t), u(t-1), \dots\}$ 所产生的最小 σ -代数. 假定:

$$A1) \quad E\{w(t)/F_{t-1}\} = 0 \quad a.s.$$

$$A2) \quad E\{w(t)^2/F_{t-1}\} = \sigma^2 < \infty \quad a.s.$$

$$A3) \quad \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N w(t)^2 < \infty \quad a.s.$$

$$B1) \quad d \text{ 已知; } p \text{ 已知且为奇整数.}$$

$$B2) \quad n, m \text{ 和 } l \text{ 的上界已知.}$$

$$B3) \quad C(q^{-1}) \text{ 是渐近稳定多项式.}$$

现确定一种控制, 使系统稳定, 并使 $y(t)$ 尽可能接近一有界参考信号 $\{y^*(t)\}$.

引入一新的性能指标

$$J = E \left\{ \frac{1}{2} [P(q^{-1})(y(t+d) - y^*(t+d))]^2 + \frac{1}{2} [R'(q^{-1})u(t)^p]^2 / F_t \right\}, \quad (2.2)$$

其中, $P(q^{-1})$ 、 $R'(q^{-1})$ 均为 q^{-1} 的多项式. 引入 $u(t)^p$ 的加权项具有明确的物理意义. 因为 p 是奇函数, 所以 $u(t)^p$ 是 $u(t)$ 的单调递增奇函数. 对 $u(t)^p$ 加权实际上隐含了对过份控制作用的限制.

定义辅助变量

$$\phi(t) \triangleq P(q^{-1})y(t), \quad (2.3)$$

将其写成预报形式^[9,10]

$$\begin{aligned} \phi(t+d/t) &= \phi(t+d) - F(q^{-1})w(t+d) \\ &= \alpha(q^{-1})y(t) + \sum_{j=1}^p \beta_j(q^{-1})u(t)^j + H(q^{-1})\Psi(t/t-d), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{其中, } \alpha(q^{-1}) &\triangleq E(q^{-1})G(q^{-1}), \\ \beta_j(q^{-1}) &\triangleq E(q^{-1})F(q^{-1})B_j(q^{-1}), \beta_{j0} = b_{j0}, j=1, \dots, p. \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

$$P(q^{-1})C(q^{-1}) = F(q^{-1})A(q^{-1}) + q^{-d}G(q^{-1}), \quad (2.6)$$

$$1 = E(q^{-1})C(q^{-1}) + q^{-d}H(q^{-1}). \quad (2.7)$$

记 $\deg(\alpha(q^{-1})) = n_1, \deg(\beta_j(q^{-1})) = n_2, \deg(H(q^{-1})) = n_3$.

利用关系式 (2.3)、(2.4), 将 (2.2) 中 $P(q^{-1})y(t+d)$ 用 $\Psi(t+d/t) + F(q^{-1})w(t+$

d) 替换, 并对 $u(t)^p$ 求偏导, 再令偏导数等于零, 得到 (以下记 $\Psi(t+d/t)$ 为 $\hat{\Psi}(t+d)$)

$$[\hat{\Psi}(t+d) - P(q^{-1})y^*(t+d)] \frac{\partial \hat{\Psi}(t+d)}{\partial u(t)^p} + R'(q^{-1})u(t)^p = 0. \quad (2.8)$$

由 (2.4)、(2.5)

$$\frac{\partial \hat{\Psi}(t+d)}{\partial u(t)^p} = b_{p_0} + \sum_{j=1}^{p-1} b_{j_0} \frac{\partial u(t)^j}{\partial u(t)^p}, \quad (2.9)$$

显然使 J 取极小的最优控制律是很复杂的。但如近似认为 $u(t)^j, j=1, \dots, p$ 是相互独立的, 由 (2.8)、(2.9)、(2.4) 可得

$$\alpha(q^{-1})y(t) + \sum_{j=1}^p \beta_j(q^{-1})u(t)^j + H(q^{-1})\hat{\Psi}(t) + R(q^{-1})u(t)^p - P(q^{-1})y^*(t+d) = 0, \quad (2.10)$$

其中, $R(q^{-1}) = R'(q^{-1})/b_{p_0}$ 。(2.10) 是一个关于 $u(t)$ 的 p 次多项式, 可用适当的多项式求根方法解出绝对值最小的实根^[2,3]作为控制 $u^*(t)$ 。虽然 (2.10) 并不使 J 取极小, 但这个十分简单的次优控制律具有如下一些好的性质。

定理 1 如选取 $P(q^{-1})$ 和 $R(q^{-1})$ 使得多项式 $f(q^{-1}) \triangleq B_p(q^{-1})P(q^{-1}) + R(q^{-1})A(q^{-1})$ 稳定, 则控制律 (2.10) 和系统 (2.1) 所形成的闭环系统以概率 1 满足

1) 在输入输出序列 $\{u(t)^j\}, j=1, \dots, p, \{y(t)\}$ 采样均方有界意义下稳定。

2) $E\{[P(q^{-1})(y(t) - y^*(t)) + R(q^{-1})u(t-d)^p]^2 / F_{t-d}\} = \gamma^2$ 。

3) 如 $y^*(t) = \text{常数}$, $R(1) = 0$, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\{[y(t) - y^*(t)]^2 / F_{t-d}\} = \gamma^2.$$

其中 $\gamma^2 \triangleq E\{[F(q^{-1})w(t)]^2 / F_{t-d}\}$ 。 (2.11)

证 类似文[8]定理 1 证明, (略)。

三、自适应控制算法

算法 1 ($C(q^{-1}) \neq 1$)

定义

$$h(t-1) \triangleq q[R(q^{-1}) - r_0]u(t-1)^p, \quad (3.1)$$

$$\theta_0 \triangleq [\alpha_1, \dots, \alpha_{n_1}; \beta_{10}, \dots, \beta_{1n_2}; \dots; \beta_{p-10}, \dots, \beta_{p-1n_2};$$

$$(\beta_{p_0} + r_0), h_1, \dots, h_{n_3}, 1]^T, \quad (3.2)$$

$$\Phi(t) \triangleq [y(t), \dots, y(t-n_1); u(t), \dots, u(t-n_2); \dots; u(t)^{p-1}, \dots, u(t-n_2)^{p-1};$$

$$u(t)^p, \dots, u(t-n_2)^p; \hat{\Psi}(t), \dots, \hat{\Psi}(t-n_3); h(t-1)]^T, \quad (3.3)$$

次优控制律 (2.10) 可写成

$$P(q^{-1})y^*(t+d) - \Phi(t)^T \theta_0 = 0. \quad (3.4)$$

由(2.4)式和 $\Phi(t)$ 、 θ_0 、 $h(t-1)$ 的定义可得

$$\Psi(t) + r_0 u(t-d)^p + h(t-d-1) = \Phi(t-d)^T \theta_0 + F(q^{-1})w(t), \quad (3.5)$$

$$\hat{\Psi}(t) = \Phi(t-d)^T \theta_0 - r_0 u(t-d)^p - h(t-d-1), \quad (3.6)$$

由此我们可导出如下自适应算法

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-d) + a(t-d) P(t-d) \bar{\Phi}(t-d)^T e(t), \quad (3.7)$$

$$P(q^{-1})y^*(t) - \bar{\Phi}(t-d)t-d^T \hat{\theta}(t-d) = 0, \quad (3.8)$$

$$e(t) = \Psi(t) + r_0 u(t-d)^p + h(t-d-1) - \bar{\Phi}(t-d)^T \hat{\theta}(t-d), \quad (3.9)$$

其中, (3.8)式是一个关于 $u(t)$ 的 p 次多项式, 可按前节所述求解得到 $u^*(t)$. $\bar{\Phi}(t)$ 是用验后预报 $\bar{\Psi}(t-j)$, $j=1, \dots, n_3$, 替换 $\Phi(t)$ 中最优预报 $\hat{\Psi}(t-j)$ 各项所形成的数据向量. $\bar{\Psi}(t)$ 定义为

$$\bar{\Psi}(t) \triangleq \bar{\Phi}(t-d)^T \hat{\theta}(t) - r_0 u(t-d)^p - h(t-d-1). \quad (3.10)$$

(3.7)式中时变增益 $a(t-d)$ 和矩阵 $P(t-d)$ 按文[9]带有矩阵条件数监视的 d 步重迭修正最小二乘法(Multiple Recursion Modified Least Squares Algorithm)更新.

定理 2 如条件A1) — A3)、B1) — B3)成立, $[1/\bar{C}(z) - 1/2] (\bar{C}(z) \triangleq E(z)C(z))$ 严格正实, $f(q^{-1}) \triangleq [B_p(q^{-1})P(q^{-1}) + R(q^{-1})A(q^{-1})]$ 稳定, 则算法1与系统(2.1)所形成的闭环系统将以概率1保证

$$S1) \lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y(t)^2 < \infty, \quad (3.11)$$

$$S2) \lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)^2 < \infty, \quad (3.12)$$

$$S3) \lim_{N \rightarrow \infty} \sup \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E\{[p(q^{-1})(y(t) - \hat{y}^*(t)) + R(q^{-1})u(t-d)^p]^2 / F_{t-d}\} = \gamma^2. \quad (3.13)$$

证:

引理 1 给定实数序列 $\{S(t)\}$ 、 $\{V(t)\}$, 如存在 $K_1, K_2, K_{3i} > 0, i=1, \dots, p, p > 1$, 使

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [S(t)^p]^2 \leq K_1 + \frac{K_2}{N} \sum_{t=1}^N V(t+d)^2 + \sum_{i=1}^{p-1} \frac{K_{3i}}{N} \sum_{t=1}^N [S(t)^i]^2$$

成立, 则存在 $K, M > 0$, 使得

$$\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [S(t)^p]^2 \leq \frac{K}{N} \sum_{t=1}^N V(t+d)^2 + M,$$

证 见附录2.

定义

$$\begin{aligned} e(t) &\triangleq \Psi(t) + r_0 u(t-d)^p + h(t-d-1) - \bar{\Phi}(t-d)^T \hat{\theta}(t-d) \\ &= P(q^{-1})y(t) + R(q^{-1})u(t-d)^p - P(q^{-1})y^*(t), \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\eta(t) \triangleq \Psi(t) - \bar{\Psi}(t), \quad (3.15)$$

$$\nu(t) \triangleq F(q^{-1})w(t), \quad (3.16)$$

$$r(t) \triangleq r(t-1) + \bar{\Phi}(t)^T \bar{\Phi}(t). \quad (3.17)$$

类似文[6]第八章和文[9]可证

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=d}^N [e(t) - \nu(t)]^2 / r(t-d) < \infty \quad a.s. \quad (3.18)$$

类似文[7], 用 $A(q^{-1})$ 和 $B_p(q^{-1})$ 分别乘以 (3.14) 并利用 (2.1) 式得

$$\begin{aligned} f(q^{-1})u(t-d)^p &= A(q^{-1})P(q^{-1})[e(t) - \nu(t)] + A(q^{-1})P(q^{-1})y^*(t) \\ &\quad + [A(q^{-1}) - C(q^{-1})]P(q^{-1})w(t) - \sum_{j=1}^{p-1} B_j(q^{-1})P(q^{-1})u(t-d)^j, \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} f(q^{-1})y(t) &= B_p(q^{-1})P(q^{-1})[e(t) - \nu(t)] + B_p(q^{-1})P(q^{-1})y^*(t) \\ &\quad + [B_p(q^{-1})P(q^{-1}) + R(q^{-1})C(q^{-1})]w(t) + \sum_{j=1}^{p-1} R(q^{-1})B_j(q^{-1})u(t-d)^j. \end{aligned} \quad (3.20)$$

视 (3.19)、(3.20) 为两个以 $u(t)^p$ 和 $y(t)$ 为输出 $[e(t) - \nu(t)]$ 、 $y^*(t)$ 、 $w(t)$ 、 $u(t)^j$, $j=1, \dots, p-1$ 为输入的线性系统, 由 (3.19)、条件 A3)、文[6]引理 B.3.3、 $\{y^*(t)\}$ 的有界性可得

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=d}^N [u(t-d)^p]^2 &\leq C_1 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C_2}{N} \sum_{t=1}^N [e(t) - \nu(t)]^2 \\ &\quad + \sum_{j=1}^{p-1} \frac{C_{3j}}{N} \sum_{t=1}^N [u(t-d)^j]^2 \quad a.s. \end{aligned} \quad (3.21)$$

由引理1可得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=d}^N [u(t-d)^p]^2 \leq C_4 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C_2}{N} \sum_{t=1}^N [e(t) - \nu(t)]^2 \quad a.s. \quad (3.22)$$

由 (3.20)、条件 A3)、文[6]引理 B.3.3、 $\{y^*(t)\}$ 的有界性和 (3.22), 立即得到

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [y(t)]^2 \leq C_5 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C_6}{N} \sum_{t=1}^N [e(t) - \nu(t)]^2 \quad a.s. \quad (3.23)$$

由文[6]第八章知 $\eta(t)^2 \leq e(t)^2$. 所以, 由 (3.15)、(3.23) 并应用许瓦茨不等式及条件 A3) 可得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [\bar{\Psi}(t)]^2 \leq C_7 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C_8}{N} \sum_{t=1}^N [e(t) - v(t)]^2 \quad a.s. \quad (3.24)$$

由(3.1)、(3.22)并应用许瓦茨不等式可得

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=d+1}^N [h(t-d-1)]^2 \leq C_9 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{C_{10}}{N} \sum_{t=1}^N [e(t) - v(t)]^2 \quad a.s. \quad (3.25)$$

由(3.22) — (3.25)、 $\bar{\Phi}(t)$ 及 $r(t)$ 的定义可得

$$\frac{r(N-d)}{N} \leq C_{11} + \frac{C_{12}}{N} \sum_{t=1}^N [e(t) - v(t)]^2, \quad N > \bar{N} \quad a.s. \quad (3.26)$$

由(3.26)并对(3.18)式应用随机技术引理(The Stochastic Key Technical Lemma)^[6], 我们立即得到定理2的结论S1) — S3)。

算法 2 ($C(q^{-1}) = 1$)

$$\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}(t-1) + P(t-d-1) \tilde{\phi}(t-d) \varepsilon(t), \quad (3.27)$$

$$P(q^{-1})y^*(t) - \tilde{\Phi}(t-d)^T \hat{\theta}(t-d) = 0, \quad (3.28)$$

$$\varepsilon(t) = \Psi(t) + r_0 u(t-d)^p + h(t-d-1) - \tilde{\Phi}(t-d)^T \hat{\theta}(t-1), \quad (3.29)$$

其中,

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(t) \triangleq & [y(t), \dots, y(t-n_1); u(t), \dots, u(t-n_2); \dots; u(t)^p, \dots, \\ & u(t-n_2)^p; h(t-1)]^T, \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\theta_0 \triangleq [\alpha_1, \dots, \alpha_{n_1}; \beta_{10}, \dots, \beta_{1n_2}; \dots; \beta_{p0} + r_0, \beta_{p1}, \dots, \beta_{pn_2}; 1]^T \quad (3.31)$$

矩阵 $P(t)$ 按文[6]节9.3.2的算法更新。因为 $C(q^{-1}) = 1$ 时 $E(q^{-1}) = 1, H(q^{-1}) = 0, n_1 = n-1, n_2 = m+d-1$, 采用此算法比多步重迭算法简捷, 节省内存空间。详细比较参见文[6,9] $P(t)$ 矩阵计算公式。

定理 3 如条件A1) — A3), B1) — B3)成立, $C(q^{-1}) = 1$, 且 $f(q^{-1})$ (如定理2定义) 稳定, 则算法2与系统(2.1)所形成的闭环系统以概率1保证S1) — S3)成立。

证 应用文[6]节9.3.2.的结论及定理2的证明方法立即得到此定理。

注 1 $f(q^{-1})$ 稳定是保证稳定性和收敛性的重要条件。类似的条件亦出现在线性系统自适应控制算法的稳定性收敛性分析中^[7,10,11]。对实际应用而言, 正确地选择 $P(q^{-1})$ 、 $R(q^{-1})$ 需要关于 $A(q^{-1})$ 和 $B_p(q^{-1})$ 的先验信息, 这往往是难以精确知道的。但由于 $P(q^{-1})$ 、 $R(q^{-1})$ 这两个设计多项式提供了足够的灵活性, 我们至少可象应用线性系统自校正控制器^[10]一样, 通过试探找到使系统稳定的合适的 $P(q^{-1})$ 和 $R(q^{-1})$ 。实际上对于开环 $A(q^{-1})$ 稳定的 H 系统, 如选 $P(q^{-1}) = 1, R(q^{-1}) = \lambda$, 我们可采用文[10]所述的方法, 先选一较大的 λ 以保证系统稳定, 然后逐渐减少 λ 以改进系统响应特性。另一种实用的方法是采用显式自适应方法, 先辨识 $A(q^{-1})$ 、 $B_j(q^{-1}), j=1, \dots, p$, 然后利用关系式 $\hat{B}_p(q^{-1})P(q^{-1}) + \hat{A}(q^{-1})\hat{R}(q^{-1}) = T(q^{-1})(\hat{A}(q^{-1}), \hat{B}_p(q^{-1})$ 表估计值, $T(q^{-1})$ 为一预先选定的稳定多项式)实时解

出 $\hat{P}(q^{-1})$ 、 $\hat{R}(q^{-1})$ 。此种方法的细节及稳定性收敛性分析结果将另文给出。

四、仿 真

系统

$$y(t) = 0.95y(t-1) + u(t-2) + 2u(t-3) - 0.5u(t-2)^2 - u(t-3)^2 \\ + 0.2u(t-2)^3 + 0.4u(t-3)^3 + w(t) - 0.7w(t-1) + 1.5,$$

这是一个 $B_j(q^{-1})$ ($j=1,2,3$)非稳定的 H 系统, $w(t)$ 是零均值白噪声, 常数项1.5在辨识和控制中当作常值扰动处理^[10]. $P(q^{-1})=1$, $R(q^{-1})=4(1-q^{-1})$. $y^*(t)$ 是半周期为50的矩形波. 图1、2分别给出了系统输出和输入的响应曲线. 由于 $R(q^{-1})$ 包含单位圆上的零点, 所以尽管系统存在常值外扰, 但并没有稳态误差

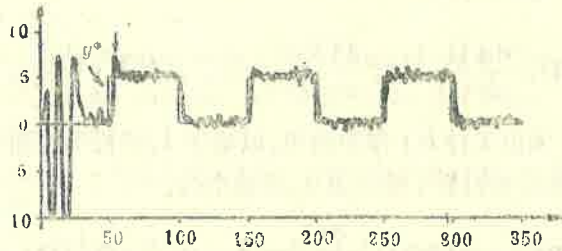


图 1 系统输出的响应曲线

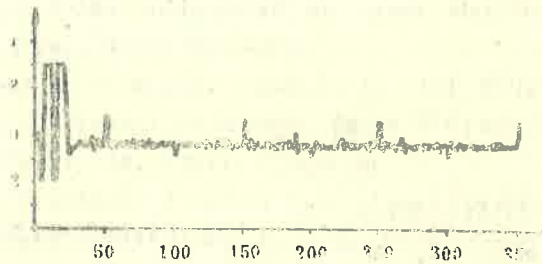


图 2 系统控制输入的响应曲线

五、结 论

通过引入一个新的性能指标, 本文导出了一种简单的控制加权自适应次优控制算法, 证明了算法的全局稳定性和收敛性. 在指标中引入 $u(t)^p$ 的加权项, 为控制 $B_j(q^{-1})$, $j=1, \dots, p$ 非稳定的一般 H 系统提供了更大的灵活性. 从而把控制加权一步最优自适应控制及其相应的稳定性收敛性结果推广到一类可用广义 H 模型描述的非线性随机系统.

附 录 1

1) 定义 $X(t) \triangleq \sum_{i=1}^p \beta_i u(t)^i$, $\sigma^2 \triangleq E\{[E(q^{-1})w(t+d)]^2\}$,

$$\hat{y}(t+d) \triangleq [G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})X(t)]/C(q^{-1}) = y(t+d) - E(q^{-1})w(t+d),$$

其中, $F(q^{-1}) = E(q^{-1})B(q^{-1})$, $G(q^{-1})$, $E(q^{-1})$ 满足 (2.6) 式 ($P(q^{-1}) = 1$) 则 J_2 可写成

$$J_2 = \{[G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})X(t)]/C(q^{-1}) - y^*(t+d)\}^2 + ru(t)^2 + \sigma^2$$

由最优性条件知, 在局部最优优点应有

$$a) \quad \frac{\partial J_2}{\partial u(t)} = 2b_0 \{[G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})X(t)]/C(q^{-1}) - y^*(t+d)\} \frac{dX(t)}{du(t)} + 2ru(t) = 0,$$

$$b) \quad \frac{\partial^2 J_2}{\partial u(t)^2} = 2b_0 \{[G(q^{-1})y(t) + F(q^{-1})X(t)]/C(q^{-1}) - y^*(t+d)\} \frac{d^2 X(t)}{du(t)^2} + 2b_0^2 \left[\frac{dX(t)}{du(t)} \right]^2 + 2r > 0.$$

对于线性系统 $X(t) = u(t)$, $\frac{dX(t)}{du(t)} = 1$, $\frac{d^2 X(t)}{du(t)^2} = 0$, 条件 $b)$ 恒满足可以去掉。但对 H 模型

系统, 在确定 $u^*(t)$ 时必须以条件 $b)$ 作为约束, 以确保 J_2 取极小。而文[3]和文[4]的控制律都仅由条件 $a)$ 导出, 因此它们都不能保证 J_2 取极小值。

2) 因 $\frac{\partial J_2}{\partial u(t)}$ 是一 $2p-1$ 多项式, $\frac{\partial^2 J_2}{\partial u(t)^2}$ 是一 $2p-2$ 多项式, 所以在一般情况下要在每一采样时刻解出同时满足条件 a 和 b 的 $u(t)$ 是困难的。

附录 2

定义 $S_1(t) = \begin{cases} S(t), & |S(t)| > L, L > 0, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$ 则 $[S_1(t)]^2 \leq [S(t)]^2$

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [S(t)^i]^2 \leq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [S_1(t)^i]^2 + L^{2i}, i = 1, \dots, p.$$

取 L 足够大使得

$$\frac{K_{3i}}{N} \sum_{i=1}^N [S_1(t)^i]^2 \leq \frac{1}{2(p-1)N} \sum_{i=1}^N [S(t)^p]^2, i = 1, \dots, p-1,$$

则有

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [S(t)^p]^2 \leq \frac{K_1}{N} \sum_{i=1}^N [V(t+d)]^2 + \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [S(t)^p]^2 + K_4$$

即

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [S(t)^p]^2 \leq \frac{K}{N} \sum_{i=1}^N [V(t+d)]^2 + M.$$

参 考 文 献

- [1] Goodwin, G. C. et al., Adaptive Control of Bilinear Systems, Technical Report of N. S. W. Univer. Electrical and Computer Engineering Dept., (1980).
- [2] Kung, M and Womack, B. F., Stability of a Discrete-time Adaptive Control Algorithm Having a Polynomial Input, IEEE Trans. Automat. Contr., 28:12, (1983), 1110—1112.
- [3] Anbumani, K., Patnaik, L. M. and Serma, I. G., Self-tuning Minimum-variance Control of Nonlinear Systems of the Hammerstein Model, *ibid*, 26:8, (1981), 959—961.
- [4] Lachmann, K. H., Parameter-adaptive Control of a Class of Nonlinear Systems, Proceeding of the 6th IFAC Symp. on Iden. and Parameter Estim., (1982), 372—287.
- [5] 陈树中, 奇次Hammerstein系统自适应算法的自校正性和稳定性, 自动化学报, 10:2, (1984), 162—169.
- [6] Goodwin, G. C. and Sin, K. S., Adaptive Prediction, Filtering and Control Prentice-Hall, (1984).
- [7] Goodwin, G. C. and Sin, K. S., Global Convergence for Adaptive one-step-ahead Optimal Controller Based on Input Matching, IEEE Trans. Automat. Contr., 26, (1981), 1269—1273.
- [8] Zhang Jingxin and Lang Shijun, Adaptive Control Weighted Suboptimal Control for Linear Dynamic Systems Having a Polynomial Input, IEEE Trans. Autom. Contr., 32, (1987), 1106—1110.
- [9] Zhang Youhong, Stochastic Adaptive Control and Prediction Based on a Modified Least Squares—the General Delay Colored-noise Case, IEEE Trans. Autom. Contr., 27:6, (1982), 1257—1260.
- [10] Clarke, D. W., and Gawthrop, P. J., Self-tuning Controller, Proc. IEE, 122, (1975), 929—934.

Control Weighted Adaptive Suboptimal Control of Hammerstein Model Systems

Zhang Jingxin, Lang Shijun

(Department of Automatic Control, Northeast
University of Technology, Shenyang)

Abstract

The classical minimum—variance control strategy can not be used for the control of the generalized Hammerstein model systems whose $B_p(q^{-1})$, the coefficient polynomial of the highest power of $u(t)$, is unstable. It is also difficult to extend the conventional control weighted one—step—ahead optimal control strategy to this class of systems. After pointing out the questionable point of [3] and [4] in studying the problem above, the paper proposes to use a new criterion which includes a weighting term on $u(t)^p$ and derives a simple direct adaptive suboptimal control algorithm. The algorithm can be used to control the generalized Hammerstein model systems irrespective of whether $B_j(q^{-1}), j=1, \dots, p$, are stable or not. The global stability and convergence of the proposed algorithm has been established and the simulation example is given to show the effectiveness of the algorithm.