

Hammerstein 模型的模型参考自适应 参数估计方法及其应用

余鹤龄 顾钟文 周春晖

(浙江大学化工系, 杭州)

摘 要

本文应用模型参考自适应技术提出了 Hammerstein 非线性模型的模型参考自适应参数估计方法。该方法能克服有色观测噪声的污染获得参数的无偏估计, 并且和 Hammerstein 模型的最小二乘估计方法^[1]进行了比较, 同时在辨识酸硷中和反应器模型中得到成功的应用。

一、引 言

大多数工业过程都具有一定程度的非线性特性, 尽管用线性模型或时变的线性模型逼近能解决一些控制问题, 但随着工业过程对控制品质要求的不断提高, 特别是一些非线性特性较强的过程(如pH过程、反应器等), 直接考虑其非线性特性是非常必要的。

非线性特性非常复杂, 如有跳变、极限环、滞后等多种多样的特性, 不可能象线性系统那样用一通用形式的模型来描述, 因而针对不同的非线性特性有多种结构形式的非线性模型, 其中 Narendra 和 Gallman^[2]提出的 Hammerstein 模型则是能代表一大类非线性特性、结构简单、应用较多的一种模型。

针对 Hammerstein 模型的参数估计方法, 目前虽有多种^[3], 但大多数方法只能在无观测噪声或白色噪声情况下得到参数的无偏估计, 有的方法虽能在有色噪声存在时得到无偏的参数估计量, 但需要噪声特性的先验知识, 这对应用是不利的。

本文应用模型参考自适应技术提出了一种 Hammerstein 模型的参数估计方法, 该方法能克服有色观测噪声的污染获得无偏的参数估计量, 且无需噪声特性的先验知识。

二、问 题 描 述

考虑图1结构的 Hammerstein 模型, 其中, 非线性部分可用一 P 阶多项式表示:

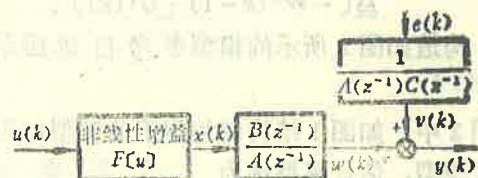


图 1 Hammerstein 模型结构

$$x(k) = \sum_{i=1}^p r_i u^i(k). \quad (1)$$

线性部分可用一 n 阶差分方程表示:

$$A(z^{-1}) \cdot w(k) = B(z^{-1}) \cdot x(k) \quad (2)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot z^{-i},$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^m b_i \cdot z^{-i}.$$

考虑到观测噪声, 观测输出为

$$y(k) = w(k) + v(k), \quad (3)$$

$v(k)$: 有色观测噪声, 与输入 $u(k)$ 相互独立, 即 $E[v(k) \cdot u(j)] = 0, \forall k, j > 0$

$\epsilon(k)$: 零均值白噪声.

目的就是从输入输出观测序列获得参数的无偏估计.

三、参数估计算法

首先假设

a) 模型的阶 n, m, p 是准确已知的.

b) 模型是稳定的.

c) $\{v(k)\}$ 为零均值的高斯过程.

式 (1) 和式 (2) 可展开为

$$w(k) = -a_1 \cdot w(k-1) - \dots - a_n \cdot w(k-n) + r_1 \cdot b_0 \cdot u(k) + r_1 \cdot b_1 \cdot u(k-1) + \dots + r_1 \cdot b_m \cdot u(k-m) + r_2 \cdot b_0 \cdot u^2(k) + \dots + r_p \cdot b_m \cdot u^p(k-m). \quad (4)$$

采用向量形式, 式 (4) 简记为

$$w(k) = \theta^T \cdot \varphi_{k-1}, \quad (5)$$

$$\text{其中, } \theta^T = [a_1, \dots, a_n : r_1 b_0, r_1 b_1, \dots, r_1 b_m : \dots : r_p b_0, \dots, r_p b_m] \triangleq [\alpha^T : \beta^T], \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{k-1} &= [-w(k-1), \dots, -w(k-n) : u(k), \dots, u(k-m), \dots, u^p(k), \dots, u^p(k-m)] \\ &\triangleq [-W^T(k-1) : U^T(k)]^T. \end{aligned} \quad (7)$$

构造如图 2 所示的模型参考自适应系统.

统.

在图 2 中, 如图 1 结构的待辨识的模型作为参考模型, 估计模型选为

$$\hat{w}(k) = \frac{\hat{B}(z^{-1})}{\hat{A}(z^{-1})} \cdot \sum_{i=1}^p \hat{r}_i \cdot u^i(k), \quad (8)$$

它具有和参考模型同样的结构和阶次, 其向量形式为

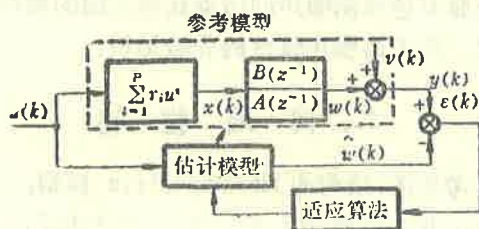


图 2 模型参考自适应参数估计方法原理框图

$$\hat{w}(k) = \hat{\theta}^T(k) \cdot \hat{\varphi}_{k-1}, \quad (9)$$

其中, $\hat{\theta}^T(k) = [\hat{a}_1(k), \dots, \hat{a}_n(k) : \hat{r}_1 b_0(k), \dots, \hat{r}_1 b_m(k) : \dots : \hat{r}_p b_0(k), \dots, \hat{r}_p b_m(k)]$

$$\triangleq [\hat{\alpha}^T(k) : \hat{\beta}^T(k)], \quad (10)$$

$$\hat{\varphi}_{k-1} = [-\hat{w}(k-1), \dots, -\hat{w}(k-n) : u(k), \dots, u(k-m), u^2(k), \dots, u^p(k-m)]$$

$$\triangleq [-\hat{W}^T(k-1) : U^T(k)]^T. \quad (11)$$

定义输出误差:

$$\text{先验误差 } \varepsilon^0(k) = w(k) - \hat{w}^0(k), \quad (12)$$

$$\text{后验误差 } \varepsilon(k) = w(k) - \hat{w}(k). \quad (13)$$

$$\text{先验估计模型为 } \hat{w}^0(k) = \hat{\theta}^T(k-1) \cdot \hat{\varphi}_{k-1}. \quad (14)$$

定理 根据Popov的超稳定性理论, 可得具有衰减增益的积分自适应算式

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{F_{k-1} \cdot \hat{\varphi}_{k-1}}{1 + \hat{\varphi}_{k-1}^T \cdot F_{k-1} \cdot \hat{\varphi}_{k-1}} \cdot \nu^0(k), \quad (15)$$

$$\nu^0(k) = \varepsilon^0(k) + \sum_{i=1}^n c_i \cdot \varepsilon(k-i), \quad (16)$$

$$F_k = F_{k-1} - \frac{F_{k-1} \cdot \hat{\varphi}_{k-1} \cdot \hat{\varphi}_{k-1}^T \cdot F_{k-1}}{1 + \hat{\varphi}_{k-1}^T \cdot F_{k-1} \cdot \hat{\varphi}_{k-1}}. \quad (17)$$

$$\text{当传递函数 } h(z) = \frac{1 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot z^{-i}} \quad (18)$$

是严正实时, 图 2 所示系统是全局渐近稳定的。其中, F_0 是任意正定矩阵。

由定理可得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon(k) = 0. \quad (19)$$

四、输入信号约束条件

上面的定理表明, 算式 (15) 至 (18) 只保证式 (19) 成立, 但对参数估计必需保证

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta}^T(k) = \theta^T \quad (20)$$

成立。

又由式(5)、(9)和(13)有:

$$\begin{aligned}\varepsilon(k+1) &= w(k+1) - \hat{w}(k+1) \\ &= [-\alpha^T \cdot W(k) + \beta^T \cdot U(k+1)] - [-\hat{\alpha}^T(k+1) \cdot \hat{W}(k) + \hat{\beta}^T(k+1) \cdot U(k+1)] \\ &= -\alpha^T \cdot \mathbf{z}(k) - [\alpha^T - \hat{\alpha}^T(k+1)] \cdot \hat{W}(k) + [\beta^T - \hat{\beta}^T(k+1)] \cdot U(k+1),\end{aligned}\quad (21)$$

其中, $\mathbf{z}(k) = [\varepsilon(k), \varepsilon(k-1), \dots, \varepsilon(k-n)]$.

式(21)又可写为

$$\varepsilon(k+1) = -\alpha^T \cdot \mathbf{z}(k) + [\theta - \hat{\theta}(k+1)]^T \cdot \hat{\Phi}_k. \quad (22)$$

结合式(19)和式(22),得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [\theta - \hat{\theta}(k+1)]^T \cdot \hat{\Phi}_k = 0. \quad (23)$$

式(23)进一步可改写为

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [-\tilde{\alpha}^T(k+1) \cdot \hat{W}(k) + \tilde{\beta}^T(k+1) \cdot U(k+1)] = 0, \quad (24)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned}\tilde{\alpha}^T(k+1) &= \alpha^T - \hat{\alpha}^T(k+1) \\ \tilde{\beta}^T(k+1) &= \beta^T - \hat{\beta}^T(k+1)\end{aligned} \right\}. \quad (25)$$

由式(24)可以看出,只要 $\hat{W}(k)$ 和 $U(k+1)$ 中各分量线性独立,必有

$$\left. \begin{aligned}\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\alpha}^T(k+1) &= 0 \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\beta}^T(k+1) &= 0\end{aligned} \right\}, \quad (26)$$

则

$$\left. \begin{aligned}\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\alpha}^T(k+1) &= \alpha^T \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\beta}^T(k+1) &= \beta^T\end{aligned} \right\}. \quad (27)$$

故若 $\hat{W}(k)$ 和 $U(k+1)$ 的各分量线性独立,估计参数就收敛到真实参数.

将式(24)左端展开

$$\begin{aligned}& -\tilde{\alpha}_1(k) \cdot \hat{w}(k-1) - \tilde{\alpha}_2(k) \hat{w}(k-2) - \dots - \tilde{\alpha}_n \cdot \hat{w}(k-n) + \tilde{\beta}_1(k) \cdot u(k) \\ & + \dots + \tilde{\beta}_{m+1} \cdot u(k-m) + \tilde{\beta}_{(m+1)+1} \cdot u^2(k) + \dots + \tilde{\beta}_{(m+1)+(m+1)} \cdot u^2(k-m) \\ & + \dots + \tilde{\beta}_{(p-1) \cdot (m+1)+1} \cdot u^p(k) + \dots + \tilde{\beta}_{p \cdot (m+1)} \cdot u^p(k-m),\end{aligned}\quad (28)$$

式(28)中包含有 $n+p \cdot (m+1)$ 个未知参数,若要求同时估计这些参数,就要求输入信号至少包含有 $\frac{1}{2}[n+p \cdot (m+1)]$ 个不同频率的信号^[4],以便式(28)中各项之间线性独立而保

证式(27)成立。

通常,满足这种条件的信号可以是不规则信号或随机信号。但由于非线性特性,除了要考虑输入的频率外,还要考虑幅值的影响,以避免式(28)中在同时刻不同次幂的非线性项之间线性相关。如两位式PRBS信号序列,其频率特性满足前面的条件,但由于其幅值是正负相等的,则式(28)中 $u(k)$ 的偶次幂之间总是相差一个常数因子而成线性相关,导致部分参数不可辨识。

上面讨论的是无观测噪声的情况,估计模型参数收敛到参考模型的参数。不难证明即使存在有色观测噪声 $v(k)$ 时,也即输出观测为

$$y(k) = w(k) + v(k) \quad (29)$$

时,由式(15)至式(17)获得的参数估计量也是无偏的,其证明过程和线性系统的证明相似^[6]。事实上,算式(15)至(17)和递推最小二乘算式的结构相同,且算式中的向量 $\hat{\varphi}(k)$ 只包含输入 $u(k)$ 和估计模型输出 $w(k)$,而 $u(k)$; $w(k)$ 均与观测噪声 $v(k)$ 无关,因此,获得的估计参数是无偏的。

五、数值计算

1. 非线性部分系数 r_j 的计算

由式(15)至(17)获得的估计参数包括:

$$\begin{aligned} \hat{a}_i, \hat{r}_j \cdot \hat{b}_l, \quad & i = 1, 2, \dots, n \\ & j = 1, 2, \dots, p \\ & l = 0, 1, \dots, m \end{aligned}$$

通常取 $r_1 = 1$,则由估计 $\hat{r}_1 \cdot \hat{b}_l$, ($l = 0, 1, 2, \dots, m$)可得 b_l 。

而由 $\hat{r}_j \cdot \hat{b}_l$, $j = 1, 2, \dots, p$, $l = 0, 1, 2, \dots, m$ 。

利用下式

$$\hat{r}_j = \left[\sum_{l=0}^m \hat{b}_l^2 \right]^{-1} \left[\sum_{l=0}^m \hat{b}_l \cdot \hat{r}_j \cdot \hat{b}_l \right], \quad (30)$$

可求得 $\hat{r}_j$ 。

2. 系数 c 的计算

式(16)中系数 c_i 的引入是为了保证式(18)严正实从而使图2系统是全局渐近稳定的,式(18)的条件也就是系数 c_i 选取的依据。

一种简单而有效的方法就是取

$$c_i = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (31)$$

它使得 $h(z) = 1$ 总是严正实的(因为,前面已假设模型是稳定的)。

但由于 a_i 是待估计参数,因此,计算过程中只能用估计值 $\hat{a}_i$ 来代替,即取:

$$c_i = \hat{a}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

这就要求 a_i 有一个好的估计值, 以保证在计算过程中, $h(z)$ 总是严正实的。

六、仿 真

下面将上述的参数估计方法对一 4 阶非线性 Hammerstein 模型 (结构如图 1)

$$A(z^{-1}) = 1 + 1.3 \cdot z^{-1} - 0.22 \cdot z^{-2} - 0.83 \cdot z^{-3} - 0.269 \cdot z^{-4},$$

$$B(z^{-1}) = z,$$

$$F(u) = u + 12 \cdot u^2 + 6 \cdot u^3 + 4 \cdot u^4,$$

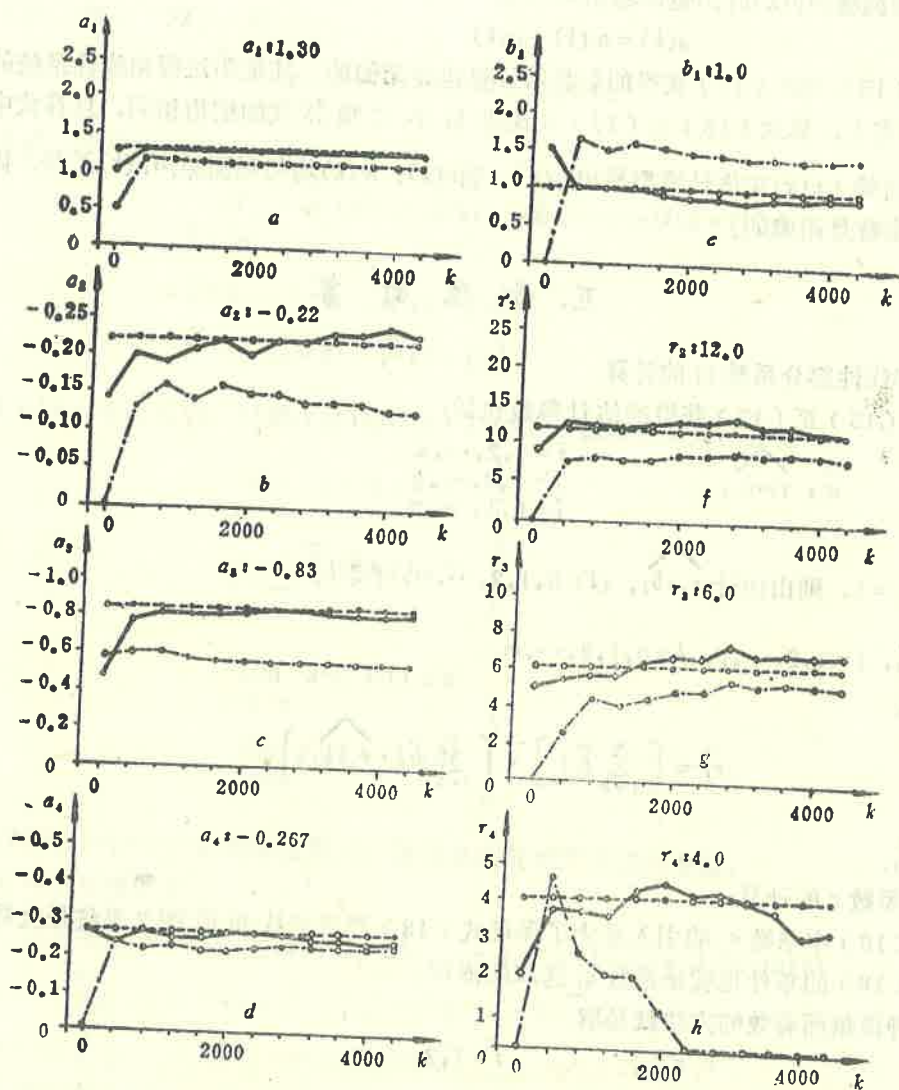


图 3 模型参考自适应参数估计法与最小二乘法参数估计结果比较

“---”表示参数真值, “—”表示模型参考自适应参数估计方法的估计值, “-·-”表示最小二乘法估计值^[1]。

$$C(z^{-1}) = 1 + 1 \cdot z^{-1} + 0.41 \cdot z^{-2}.$$

在IBM—PC机上进行了仿真:

$e(k)$ 是服从 $N(0, 0.5^2)$ 的白噪声.

$u(k)$ 是服从 $N(0, 0.1^2)$ 的白噪声经式(33)滤波产生.

$$1 + 0.95 \cdot z^{-1} + 0.15 \cdot z^{-2} + 0.02 \cdot z^{-3}. \quad (33)$$

用最小二乘法获得的有偏估计量作为模型参考自适应估计方法的参数初值, 同时取:

$$F_0 = 10 \cdot I.$$

数据长度: 4500个离散点.

估计结果见图3中的曲线.

从图3中的曲线可以看出: 模型参考自适应估计方法具有明显克服有色观测噪声的能力, 即在有色噪声干扰下能获得参数的无偏估计.

七、应用举例

将该估计方法应用于—酸硷中和过程(图4)的辨识.

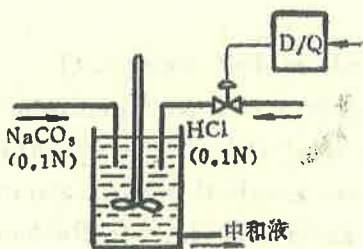


图4 酸硷中和反应器

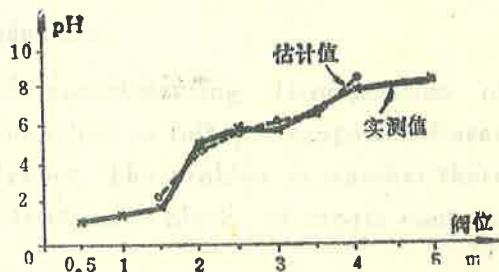


图5 模型验证结果

试验: 从稳态值 $\text{pH} = 6$ 开始, 以正态信号 $N(2.5, 2^2)$ 经一滤波器得到的幅值为1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4mA及宽度为180秒的随机信号, 持续激励系统3.5小时, 以30秒的采样周期, 共取得400组输入输出数据.

结果: 用Hammerstein模型参考自适应参数估计方法, 结合损失函数定阶法得到的模型为

$$x(k) = u(k) - 1.207 \cdot u^2(k) + 1.150 \cdot u^3(k),$$

$$y(k) = 10^{-2} \cdot z^{-2} \cdot \frac{1.849 + 1.1728 \cdot z^{-1} + 0.248 \cdot z^{-2}}{1 - 1.558 \cdot z^{-1} + 0.597 \cdot z^{-2}} \cdot x(k).$$

估计模型所反映的非线性特性与实验测得的非线性特性极为相似, 示于图5.

八、结论

本文将模型参考自适应技术应用于Hammerstein模型描述的非线性系统, 提出了一种

新的估计方法, 它能克服有色观测噪声的影响获得无偏的参数估计量, 而且无需有关噪声的先验知识, 算法简单, 经仿真与实际应用表明有良好的辨识效果。

参 考 文 献

- [1] Hsia, T. C., System Identification: Least-Squares Methods, Lexington Books, Toronto, (1977).
- [2] Narendra, K. S., Gallman, P. G., An Iterative Method for the Identification of Nonlinear System Using a Hammerstein Model, IEEE T-AC., 11, (1966), 546—550.
- [3] Banyasz, C., Haber, R., Keviczky, L., Some Estimation Methods for Nonlinear Discrete Time Identification, 3rd IFAC Symp. ISPE. (1973), 793—802
- [4] Laudan, I. D., Unbiased Recursive Identification Using Model Reference Adaptive Techniques, IEEE T-AC., 21, 2, (1976), 147—155.
- [5] Yuan, J. S-C., et al, Probing Signals for Model Reference Identification, IEEE T-AC., 22, (1977), 530—538.

Model Reference Adaptive Parameter Estimation Method and Its Application Using Hammerstein Model

Yu Helin, Gu Zhongwen, Zhou Chunhui

(Department of Chemical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou)

Abstract

This paper gives the model reference adaptive parameter estimation method of discrete Hammerstein model, when the output is corrupted by random noise uncorrelated with the input signal, the estimation is unbiased. A simulation example shows the advantage of this method over the least-square. Successful results have been obtained from the application of this method to the identification of an neutralization reactor model.