带缓变参数的广义系统的弱稳定性*

杨成梧　邹　云

(华东工学院八系，南京)

摘要　本文利用"冻结系数法"讨论了带缓变参数的广义系统的稳定性，提出了所谓弱稳定性的概念，得出了广义系统弱稳定的充分条件，并将结果推广到了一类非线性情形.

关键词: 广义系统；时变系统；稳定性

1. 引　言

对广义定常线性系统[1, 2]

$$E\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t) \tag{1}$$

的讨论，近十年来已获得了十分丰富的成果，并获得了广泛的应用. 但对实际中大量出现的广义时变系统[5]

$$F(t,\ x(t),\ x(t),\ u(t))=0 \tag{2}$$

的讨论却是近几年才发展起来的，并获得了一定的结果，尤其对广义时变线性系统

$$E(t)x(t)=A(t)x(t)+u(t) \tag{3}$$

的研究已获得了许多重大的进展. 本文的目的是通过冻结系数法研究系统（3）和系统

$$E(t)x(t)=A(t)x(t)+f(t,\ x(t),\ u(t)) \tag{4}$$

在参数 $E(t)$, $A(t)$ 是缓变情形的运动稳定性.

2. 稳定性、弱稳定性与预备知识

作为文献〔4〕结果的简单推论，我们有：

定理 1　若 $\sup\limits_{t\in[a,\ b]}\{\|A(t)\|,\ \|A^{D}(t)\|\}<\infty$，$A(t)$ 可微于〔a, b〕，且 core $-$ rank$(A(t))=$ const，$t\in$〔a, b〕，则对 $\forall\varepsilon>0$，存在 $\delta>0$，使只要 $\left\|\frac{d}{dt}A(t)\right\|<\delta$，就有 $\left\|\frac{d}{dt}A^{D}(t)\right\|<\varepsilon$. 其中 core $-$ rank$(A(t))$ 为 $A(t)$ 的主秩[11]，$A^{D}(t)$ 为 $A(t)$ 的 Drazin 逆[3].

＊本文曾于 1987 年 11 月在江苏省自动化学会年会上宣读.

本文于 1987 年 12 月 5 日收到. 1989 年 9 月 12 日收到修改稿.

定义 1 [5]　称系统 (2) 在 $t=t_0$ 处正则，系指：存在复数 λ_{t_0}，使得：

$$\det(\lambda_{t_0} F'_{\dot{x}} + F'_x)|_{t=t_0} \neq 0，\text{其中 } F'_{\dot{x}} = \frac{\partial}{\partial \dot{x}} F，\ F'_x = \frac{\partial}{\partial x} F.$$

文〔5〕还给出了系统(2)为可解的一般定义，限于篇幅，这里不再赘述，有兴趣的读者可参见〔5〕. 以下我们仅限于讨论在〔0,+∞〕上可解的逐点正则的广义时变系统的运动稳定性，首先参照李亚普诺夫稳定性[6]给出广义系统的稳定性定义.

定义 2　设 0 是系统 (2) 的平衡点，即 $F(t,\ 0,\ 0,\ 0) \equiv 0$，$t \geqslant 0$，若对 $\forall \varepsilon > 0$，存在 $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$，使得系统 (2) 的任意齐次解 (即系统在零输入下的状态)$x(t)$ 有：对于 $\forall t_0 \geqslant 0$，只要 $\|x(t_0)\| < \delta$，就有：1° $\|x(t)\| < \varepsilon$，$\forall t \geqslant t_0$，2° $\lim\limits_{t\to\infty} \|x(t)\| = 0$. 则称 0 为广义系统 (2) 的一致渐近稳定的平衡点，或称广义系统 (2) 为一致渐近稳定的，进而若上述定义中对 $\|x(t_0)\|$ 不加任何限制，2° 仍然成立，则称系统 (2) 是全局一致渐近稳定的.

由解的结构可知，对于定常系统 (1)，上述定义与通常稳定性的定义[8]是等价的. 此外，当系统退化为正常系统时，该定义就是通常的李亚普诺夫稳定性. 考虑冻结系统 $F(p,\ x(t),\ \dot{x}(t),\ u(t)) = 0$，其中 p 是一个特定的非负数. 对于正常系统有关研究结果[6]表明，只要系统的参数变化充分缓慢时，由冻结系统的稳定性即可推得原系统的稳定性. 但对于广义系统，下面的例子却表明没有相应的结果，从而要么必须再附加条件，要么对稳定性定义进行削弱，转而研究其某种意义下的“弱稳定性”. 通常称由冻结系统稳定性研究原系统稳定性的方法为“冻结系数法”.

例 1

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1, \\ \dfrac{\varepsilon}{(1+t)^3}\begin{bmatrix} t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -t^3 & -t^2 & -t \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \\ \dot{x}_{23} \end{bmatrix} = \dfrac{-\varepsilon}{(1+t)^3}\begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ x_{23} \end{bmatrix}, \quad t \geqslant 0, \end{cases} \tag{5}$$

$\varepsilon > 0$ 为充分小的正数

显然 (5) 的所有参数都是缓变的，且其各冻结系统都是稳定的. 事实上若取 $L(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ t & 1 & 0 \\ t^2 & t & 1 \end{bmatrix}$，则 $L^{-1}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -t & 1 & 0 \\ 0 & -t & 1 \end{bmatrix}$，且 $L(t)\begin{bmatrix} t & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ t^3 & -t^2 & -t \end{bmatrix} L^{-1}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$，由此及〔8〕即易知其各冻结系统之稳定性，同时由此还知系统 (5) 在 $t \geqslant 0$ 上一致正则. 直接计算即可知系统 (5) 可解[5]，且 $x_1 = e^{-t} x_1(0)$，$x_{21} = 0$，$x_{22} = x_{22}(0)$，$x_{23} = -t x_{22}(0)$，显然由此便知系统 (5) 不稳定.

冻结系数法的主导思想是通过各冻结系统的稳定性去判别原系统的稳定性，但与正

常系统不同，冻结广义系统的稳定性仅表现为其慢子系统[7]的稳定性，这样一来则不难想象原系统的齐次解落在各冻结系统的快子系统之解流形所在子空间* $\mathrm{Im}(I-\hat{E}\hat{E}^D)$内的那一部分将可能不受各冻结系统的稳定性制约，从而导致冻结系数法的失败，基于这个原因，本文引入如下关于广义系统(3)，(4)弱稳定性的定义：

定义 3 设系统(4)为逐点正则于〔0，∞)的可解系统．称其为$\alpha-$稳定的$(0<\alpha\leqslant 1)$，系指：

1° 0是系统(4)的平衡点，即$f(t,0,0)\equiv 0$，$\forall t\geqslant 0$.

2° 对于给定的$1\geqslant\alpha>0$，若对$\forall\varepsilon>0$，存在$\delta=\delta(\alpha,\varepsilon)>0$，使系统(4)的任意满足

$$\|\hat{E}(t)\hat{E}^D(t)x(t)\|\geqslant\alpha\|x(t)\|,\quad \forall t\geqslant 0 \tag{6}$$

的齐次解$x(t)$有：对于$\forall t_0\geqslant 0$，只要$\|x(t_0)\|<\delta$，就有：

(i) $\|x(t)\|<\varepsilon$，$\forall t\geqslant t_0$，(ii) $\lim\limits_{t\to\infty}\|x(t)\|=0$．若对一切$1\geqslant\alpha>0$，系统(4)均为$\alpha-$稳定的，则称系统(4)为弱稳定的．在上述定义中，若对系统(4)满足任意容许初值的齐次解，只要(6)成立即可保证仍有2°(ii)成立，则称系统(4)为全局弱稳定的，定义中$\hat{E}(t)=(\lambda_t E(t)-A(t))^{-1}E(t)$.

显然，广义定常系统(1)的稳定性与弱稳定性是等价的，且对于正常系统而言弱稳性就是通常意义下的稳定性．例1显然是全局弱稳定的(亦可由下面的定理2或推论2推得)，与定义2相比，弱稳定性实质上就是说0是相对于系统各齐次解集$\mathbf{T}_\alpha=\{x(t)|x(t)$是系统(4)的齐次解，且$\|\hat{E}(t)\hat{E}^D(t)x(t)\|\geqslant\alpha\|x(t)\|\}$，$0<\alpha\leqslant 1$的一致渐近稳定的平衡点，故我们可以任取定$0<\alpha\leqslant 1$，而后针对$\mathbf{T}_\alpha$，应用李亚普诺夫直接法来研究广义系统(4)的$\alpha-$稳定性，最终解决了广义系统的弱稳定性问题．

3. 广义系统弱稳定性的判定

定理 2 设系统(3)：$E(t)\dot{x}(t)=A(t)x(t)+u(t)$在〔0，∞)上是可解的和逐点正则的，且

$$E(t)A(t)=A(t)E(t),\quad \forall t-\geqslant 0, \tag{7}$$

则若 1° $E^D(t)A(t)$，$E^D(t)E(t)$在〔0，∞)上连续可微且一致有界，即存在$M>0$，使得

$$\sup_{t\geqslant 0}\{\|E^D(t)A(t)\|,\|E^D(t)E(t)\|\}\leqslant M<\infty, \tag{8}$$

2° 对$\forall p\geqslant 0$，冻结系统

$$E(p)\dot{x}(t)=A(p)x(t)+u(t),\quad t\geqslant 0 \tag{9}$$

是一致稳定的，即存在与p，t无关的M_0，$\beta>0$，使得(9)的任何齐次解$x(t)$满足

---

* 关于$\hat{E}$的定义，参见定义3有关说明，$\hat{E}^D$为E的Drazin逆.

$$\|x(t)\| \leqslant M_0 \exp\{\beta t\} \|x(0^{-1})\|, \tag{10}$$

则必存在 $\delta > 0$，使得只要

$$\left\| \frac{d}{dt} E^D(t) A(t) \right\| < \delta, \quad \left\| \frac{d}{dt} E^D(t) E(t) \right\| < \delta, \tag{11}$$

就有：系统 (3) 是全局弱稳定的．

证　定义 $V(t, x) = \int_t^\infty \|\Phi(t, \tau)x\|^{2r} dt$，$r \geqslant M/2\beta + 1$，其中 $\Phi(t, \tau) = \exp\{E^D(t)A(t)(\tau - t)\}E(t)E^D(t)$，由定理假设 2° 和文〔8〕即知必有

$$\| \exp\{E^D(p)A(p)t\} \| \leqslant M_0 \exp\{-\beta t\}, \ \forall p \geqslant 0, \tag{12}$$

故

$$V(t, x) \leqslant \int_t^\infty M_0^{2r} \exp\{-2\beta r(\tau - t)\} \|x\|_{2r} dt = M_0^{2r} \|x\|^{2r} / 2\beta r < \infty, \tag{13}$$

故显然 $V(t, x)$ 总有意义．注意到，对 $\forall x \in R^n$ 有 $\|\Phi(t, \tau)x\| \to |E(t)E^D(t)x|$，$(\tau \to t)$，所以总存在充分小的 $\theta > 0$ 与 t，τ 无关，使得 $|\Phi(t, \tau)x| \geqslant \|E(t)E^D(t)x\|/2$，$t \leqslant \tau \leqslant t + \theta$，从而若取 $x \in \mathbf{T}_\alpha$，则 $\|\Phi\|(t, \tau)x \geqslant \alpha\|x\|/2$，$t \leqslant \tau \leqslant t + \theta$，于是

$$V(t, x) \geqslant \int_t^{t+\theta} \|\Phi(t, \tau)x\|^{2r} d\tau \geqslant \theta\alpha^{2r} \|x\|^{2r} / 4^r. \tag{14}$$

经计算可得 $V(t, x)$ 沿系统 (3) 状态解的导数为

$$\dot{V}(t, x) = - \|E^D(t)E(t)x\|^{2r}$$
$$+ \int_t^\infty 2r\|\Phi(t, \tau)x\|^{2(r-1)} x^T \Phi^T(t, \tau) \sum_{n=0}^\infty \frac{(\tau - t)^n}{n!} \frac{d}{dt} (E^D(t)A(t))^n E^D(t)E(t)x d\tau$$
$$+ \int_t^\infty 2r\|\Phi(t, \tau)x\|^{2(r-1)} x^T \Phi^T(t, \tau) \exp\{E^D(t)A(t)(\tau - t)\} \frac{d}{dt} (E^D(t)E(t))x d\tau.$$

式中用到了 Drazin 逆性质[3]：$E^D(t)E(t)E^D(t) = E^D(t)$ 和 $E^D(t)A(t) = A(t)E^D(t)$（因为 (7) 式成立）及 $E(t)\dot{x} = A(t)x$，故 $\dot{V}(t, x) \leqslant - \|E^D(t)E(t)x\|^{2r} + \int_t^\infty 2r\|\Phi(t, \tau)\|^{2r-1} \|x\|^{2r} \delta \sum_{n=0}^\infty \frac{1}{n!} M^n (\tau - t)^n d\tau + \int_t^\infty 2r\|\Phi(t, \tau)\|^{2r-1} \|x\|^{2r} \exp\{M(\tau - t)\}\delta d\tau$.

式中用到了式 (11)，于是由假设 2° 及 (12) 便得

$$\dot{V}(t, x) \leqslant -\alpha^{2r} \|x\|^{2r} + 4r\delta M_0^{2r-1} \|x\|^{2r} \int_t^\infty \exp\{(-(2r-1)\beta + M)(\tau - t)\} d\tau.$$

（上式中用到了 $x \in \mathbf{T}_\alpha$），由 r 的取法知 $-(2r-1)\beta + M < 0$，从而显然地，当 $\delta > 0$ 充分小时，有 $\dot{V}(t, x) \leqslant -\frac{\alpha^{2r}}{2} \|x\|^{2r}$，由上式及 (13)，(14) 和李亚普诺夫定理以及 $0 < \alpha \leqslant 1$ 的任意性即知系统 (3) 为全局弱稳定的．

推论 1　在定理 3 的条件下，若系统 (3) 的全部光滑解均含于某一 $\mathbf{T}_\alpha$ 内 $(0 < \alpha \leqslant 1)$，则系统 (3) 为全局渐近一致稳定的．

推论 2　设系统 (3) 在 $[0, \infty)$ 上可解且逐点正则，同时 (7) 式成立，那么，若

1° $E(t)$，$A(t)$ 在 $[0,\infty)$ 上连续可微，且 $E(t)$，$E^D(t)$，及 $A(t)$ 均一致有界．

2° $\text{core}-\text{rank}E(t)=\text{const}$，$\forall t\geqslant 0$， (15)

3° 对 $\forall p\geqslant 0$，冻结系统 (9) 一致稳定．则必存在 $\delta>0$，使只要 $\|\dot{E}(t)\|<\delta$，$\|\dot{A}(t)\|<\delta$，就有系统 (3) 为全局弱稳定的．

证 这是定理 2 和定理 1 的直接推论．

在上述定理及推论中，条件 (7) 及 (15) 显得既强又不好判别，对此我们有如下改进结果：

推论 3 设系统 (3) 在 $[0,\infty)$ 上可解，且有 $\varphi(t)\in R[0,\infty)$ 连续可微，使 $\det(\varphi(t)E(t)-A(t))\neq 0$，$\hat{E}(t)=(\varphi(t)E(t)-A(t))^{-1}E(t)$，$\hat{A}(t)=(\varphi(t)E(t)-A(t))^{-1}A(t)$，

则若 1° $\hat{E}^D(t)\hat{E}(t)$，$\hat{E}^D(t)\hat{A}(t)$ 连续可微且一致有界．

2° 对 $\forall p\geqslant 0$，冻结系统 (9) 一致稳定．

则必存在 $\delta>0$，使得只要 $\|\frac{d}{dt}\hat{E}^D(t)\hat{E}(t)\|<\delta$，$\|\frac{d}{dt}\hat{E}^D(t)\hat{A}(t)\|<\delta$，就有：系统 (3) 为全局弱稳定的．

证 注意到 $\varphi(t)\hat{E}(t)-\hat{A}(t)=I$，即可知 $\hat{E}(t)\hat{A}(t)=\hat{A}(t)\hat{E}(t)$，由此及定理 2 即证得本推论．

可以证明：系数为解析的逐点正则的系统必一致正则，即对该类系统，必存在使其对于 $t\in[0,\infty)$ 一致正则的复数 λ_0（事实上这样的 λ_0 在复平面上处处稠密，见附录），这就可削弱 $E(t)$，$A(t)$ 处处可交换这个条件．至于条件 (15)，我们不难得如下判据：令 $l_t=\max\{l|\frac{\alpha^i}{\alpha_s{}^i}\det(sI-E(t))=0,\ 0\leqslant i\leqslant l\}$，则条件 (21) 成立的充要条件为：$l_t=\text{const}$，$\forall t\geqslant 0$，下面我们将定理 2 推广到非线性情形去．

定理 3 设系统 (4)：$E(t)\dot{x}(t)=A(t)x(t)+f(t,x(t),u(t))$ 在 $[0,\infty)$ 上可解且逐点正则，同时 (7) 成立．那么，若

1° 0 是系统 (4) 的平衡点．

2° $E^D(t)E(t)$，$E^D(t)A(t)$ 在 $[0,\infty)$ 上连续可微且一致有界．

3° $\|f(t,x(t),0)\|=0(\|x(t)\|)$.

4° 对 $\forall p\geqslant 0$，冻结系统 (9) 一致稳定．

则必有 $\delta>0$，使得只要 $\left\|\frac{d}{dt}E^D(t)E(t)\right\|<\delta$，$\left\|\frac{d}{dt}E^D(t)A(t)\right\|<\delta$，就有：系统 (4) 为弱稳定的．

证 定义 $V(t,x)$ 同定理 2，经类似计算可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(t,x)\leqslant&-\alpha^{2r}\|x\|^{2r}+4r\delta M_0^{2r-1}\|x\|^{2\gamma}\int_t^\infty\exp\{-(2\gamma-1)\beta+M)(\tau-t)\}d\tau\\&+2rM_0^{2r}\|x\|^{2r}\int_t^\infty\exp\{-2r\beta(\tau-t)\}d\tau\|f(t,x,0)\|/\|x\|,\end{aligned}$$

显然此即表明当 $\delta>0$ 充分小时，只要 $\|x\|$ 亦充分小（注意定理 4 的条件 3°）即可使

得 $\dot{V}(t, x)$ 负定．从而立即知定理 4 成立．

4. 结　　论

本文用冻结系数法讨论了广义时变系统的运动稳定性，揭示了广义系统区别于正常系统的又一本质差异，为进一步深入研究广义时变系统的稳定性打下了一个基础．本文研究结果表明：与正常系统不同，广义系统的运动稳定性不仅与其参数的"缓变"有关，而且与其解在其"冻结系统族"的慢子系统 [7] 的解空间上的投影密切相关．冻结系数法一般已不再能保证广义时变系统（充分缓变时）的稳定性了，而只能保证其具有某种意义下的弱稳定性，当 $E(t)$ 可逆时，定理 3 和定理 4 即退化为相应的正常系统的有关结果

附　　录

在本附录中将证明如下定理：

定理 F　若系统(3)：$E(t)\dot{x}(t)=A(t)x(t)+u(t)$ 逐点正则于〔a，b〕，且 $E(t)$，$A(t)$ 在〔a，b〕上解析，则系统(3)必在〔a，b〕上一致正则．

证　首先对

$$\deg\ \det(sE(t)-A(t))=\mathrm{const},\quad t\in〔a,\ b〕 \tag{1}$$

的情形进行证明，设 $\sum=\bigcup\limits_{t\in〔a,\ b〕}\sigma(E(t),\ A(t))$，其中 $\sigma(E(t),\ A(t))$ 表示 $\det(sE(t)-A(t))=0$ 的所有根，称为 $(E(t),\ A(t))$ 的谱，一个明显的结论是：$\sum$ 必为复平面上的一维点集．事实上，若设 $\varphi(s,\ t)=\det(sE(t))=a_m(t)s^m+\cdots+a_1(t)s+a_0(t)$，则由 (1) 知（上式中由定理 F 的处处正则性假设知：$m\geqslant 0$）$a_m(t)\neq 0$，$\forall t\in〔a,\ b〕$，从而多项式 $\varphi_1(s,\ t)=\varphi(s,\ t)/a_m(t)=s^m+\tilde{a}_{m-1}(t)s^{m-1}+\cdots+\tilde{a}_1(t)s+\tilde{a}_0(t)$ 为系数解析的多项式．于是

$$\sum=\{s_t|\varphi_1(s_t,\ t)=0,\ t\in〔a,\ b〕\}=\left\{s_t\in\sigma\left(\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0 & -\tilde{a}_0(t)\\ 1 & \ddots & 0 & -\tilde{a}_1(t)\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & 1 & -\tilde{a}_{m-1}(t)\end{bmatrix}\right),\right.$$
$$\left. t\in〔a,\ b〕\right\}$$

作为 $P(t)\triangleq\begin{bmatrix}0 & \cdots & 0 & -\tilde{a}_0(t)\\ 1 & \ddots & 0 & -\tilde{a}_1(t)\\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & 1 & \tilde{a}_{m-1}(t)\end{bmatrix}$ 的谱集是没有内部的子集，从而按点集的维数的定义 [10]，$\sum$ 即为复平面上的一维点集，这是由于 $P(t)$ 作为〔a，b〕上的实解析函数阵，其特征值是〔a，b〕上除了有限点外是 t 的解析函数 [9] 之故，此外 $\sum$ 显然还是

闭点集，故知 $\sum$ 为一维闭点集．于是有 $\lambda_0 \in C$，（C 为复数域），使得 $\det(\lambda_0 E(t)+A(t)) \neq 0$，$\forall t \in [a, b]$，而且这样的 λ_0 布满全平面，处处稠密．

一般情形下，由 $E(t)$，$A(t)$ 的解析性可知，总可以将 $[a, b]$ 分成相邻的开区间族 $\{I_i\}$，使得对于每个 I_i 有 (1) 成立．且由处处正则的假设知：$\deg\det(\lambda E(t)+A(t)) \geq 0$，注意到每个 I_i 都可表为一族可列个闭区间 $\{I_{ij}\}$ 之并，从而再由并集的维数定理[10]即不难证明本定理．

参 考 文 献

〔1〕 campell S.L., Singular systems of Differential Equations, Chapter 6,7,8, pitman,(1980).

〔2〕 Campbell S.L., Singular Systems of Differential Equations, II, Pitman, (1982).

〔3〕 Campbell S.L., Applications of the Drazin Inverse to the Linear Systems of Differential Equations, SIAM J.Appl. Math., 31,(1976), 411–425.

〔4〕 Hartwig R.E., And Shoaf J., On the Derivative of the Drazin Inverse of a Complex Matrix, SIAM Math. Anal., 10, (1979),207–215.

〔5〕 Campbell S.L., Nonlinear Time–yaring Generalized State–space Systems: An Overview. Proceedings of IEEE 23rd Conference on Decision and Control., Las Vegas. NV., December (1984), 268–273.

〔6〕 Vidyasagar M.L., Nonlinear Systems Analysis, Prentice–Hall Inc.,(1978).

〔7〕 王朝珠、戴立意，广义动态系统，控制理论与应用，3，1.（1986),2–12.

〔8〕 Pandolfi L., Controllability, Stabilization and Observablility of Continuous Differential Equations, J. Opt. Theory Appl., 30,(1980), 601–620.

〔9〕 Kato T., A Short Introduction to Perturbation Theory for Linear Operator, Spinger–verlag,(1982).

〔10〕 Hurewicz W., Wallman H., Dimension Theory, Oxford University Press., (1948).

〔11〕 Campbell S.L., Continuity Properties of the Drazin Pseud–inverse, Linear Algebra and its Appl., 10,(1975), 73–83.

On the Stability of Singular Systems with Slowly Varing Parameters

Yang Chenwu, Zou Yun

(East China Institute of Technology, Nanjing)

Abstract: In this paper, We discuss the stability of singular systems with slowly varing parameters using the “Frozen Parameter Method”, a new concept called “Weak Stability” is proposed and the sufficient conditions to insure the weak stability of a singular system are presented.

Key words: singular systems; time–varing systems; stability