

线性系统故障检测与估计的 修正偏差分离估计方法

陈杰 张汉国 张洪钺

(北京航空航天大学自动控制系)

摘要 在本文中, 将具有不同类型故障的线性系统都用带偏差的线性状态方程来描述, 偏差的跳变表现了故障. 结合偏差分离估计法与统计决策原理, 导出了用于故障检测与估计的修正偏差分离估计方法, 该方法简单直接, 且不需故障的任何验前信息. 数值仿真结果表明, 该方法能可靠地检出故障和精确的估计出故障的大小.

关键词: 故障检测; 状态估计; 统计决策

1. 引言

控制系统中常会出现一些不期望的变化, 它们导致系统性能的下降, 这种变化称之为“故障”. 为保持系统的性能, 必须设计一个附加机构, 使故障能被快速的检测和精确的估计出来, 在过去 20 年间许多方法被提了出来^{[1][2]}. 要进行故障检测与估计, 首先须用模型来描述故障问题, 故障可分为两大类型: 一是参数故障, 二是状态方程中状态、输入或输出故障. B.Friedland^{[3][4]} 将第二种类型故障用状态方程中的偏差跳变来描述, 据此发展了极大似然故障检测与估计方法^{[3][4]}, 但该方法具有这样一些缺点: (1)需要难以获得的验前故障信息; (2)检测概率难于计算, 误警率不易控制; (3)难以进行故障识别. 为克服这些缺点, 本文将 B.Friedland 的偏差分离估计法^[5]与统计决策中的广义似然比检验^[6]相结合, 导出了故障检测与估计的修正偏差分离估计法. 文中还说明第一种类型的故障可以象第二种类型的故障一样处理.

2. 带故障的线性系统描述

线性系统无故障时的状态方程为

$$x(k+1) = A(k)x(k) + F(k)u(k) + w(k), \quad (1a)$$

$$y(k+1) = C(k+1)x(k+1) + L(k+1)u(k+1) + v(k+1); \quad (1b)$$

其中 $x(k) \in R^n$, $u(k) \in R^r$, $y(k) \in R^m$ 分别是系统的状态、输入和观测; $w(k)$ 、 $v(k)$ 是零均高斯白噪, 其方差分别为 $Q(k)$ 、 $R(k)$. 初始状态 $x(0)$ 是均值为 x_0 、方差为 P_0 的高斯随机向量, $w(k)$ 、 $v(k)$ 、 $x(0)$ 互不相关. B.Friedland^{[3][4]} 将第二种类型的故障用状态方程中的偏差来描述:

$$\begin{cases} x(k+1) = A(k)x(k) + F(k)u(k) + w(k) + B(k+1)b(k+1), \\ y(k+1) = C(k+1)x(k+1) + L(k+1)u(k+1) + v(k+1) + D(k+1)b(k+1), \end{cases} \quad (2)$$

其中 $b(k) \in R^p$ 是偏差向量, 它的跳变表现了故障. 下面将参数故障也用 (2) 来描述, 如果参数阵 $A(k)$ 、 $F(k)$ 发生故障, $A(k) \rightarrow A(k) + \Delta A(k)$, $F(k) \rightarrow F(k) + \Delta F(k)$,

令 $\Delta A(k) = [a_1 \cdots a_n]^T$, $\Delta F(k) = [f_1 \cdots f_n]^T$, $b^T(k+1) = [a_1^T \cdots a_n^T f_1^T \cdots f_n^T]$, (这里 $a_i \in R^n$, $f_i \in R^r$, $i = 1, \cdots, n$) 则此时,

$$B(k+1) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} x^T(k) & \cdot & \cdot & 0 & \vdots & u^T(k) & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \vdots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \underbrace{\cdot \cdot \cdot}_{n \text{ 个}} & x^T(k) & \vdots & 0 & \underbrace{\cdot \cdot \cdot}_{n \text{ 个}} & u^T(k) & \cdot & \cdot \end{array} \right] \left. \vphantom{\begin{matrix} x^T(k) \\ \cdot \\ 0 \end{matrix}} \right\} n \text{ 行}, \quad (3a)$$

$$D(k+1) = 0. \quad (3b)$$

同理, $C(k+1)$ 、 $L(k+1)$ 中的故障也可依样处理, 实际上对于具体问题, 可能出现故障的参数较少, $B(k+1)$ 或 $D(k+1)$ 的形式不会象 (3) 那样复杂.

B.Friedland^{[3][4]} 将偏差向量描述成:

$$b(k) = b(k-1) + q(k), \quad (4)$$

其中 $q(k)$ 是事先已知其概率特性的随机变量, 它是高斯向量的非线性函数. 本文中用一种新的模型来描述偏差:

$$b(k) = \begin{cases} b(k-1) & k \text{ 时刻无故障,} \\ b(k-1) + \Delta b(k) & k \text{ 时刻有故障.} \end{cases} \quad (5)$$

系统是否有故障, 用统计决策原理来判断 (见 4 节), 在 $b(k)$ 定常的阶段, 由于可较精确地估计出偏差并加以补偿, 可认为系统恢复正常.

3. 偏差分离估计的一种新推导法

B.Friedland^[5] 给出了分别估计 $x(k)$ 、 $b(k)$ 的偏差分离估计方法, 其基本思想见图 1, 下面用一种简单的方法导出偏差分离估计公式.

3.1 无偏差状态估计

所谓无偏差状态估计, 就是假设偏差为零, 用 Kalman 滤波进行状态估计:

$$\begin{cases} \bar{x}(k/k-1) = A(k-1)\bar{x}(k-1) + F(k-1)u(k-1), \\ \bar{y}(k) = y(k) - C(k)\bar{x}(k/k-1) - L(k)u(k), \\ \bar{x}(k) = \bar{x}(k/k-1) + K_x(k)\bar{y}(k), \end{cases} \quad (6a)$$

$$\begin{cases} P(k/k-1) = A(k-1)P(k-1)A^T(k-1) + Q(k-1), \\ K_x(k) = P(k/k-1)C^T(k)[C(k)P(k/k-1)C^T(k) + R(k)]^{-1}, \\ P(k) = [I - K_x(k)C(k)]P(k/k-1). \end{cases} \quad (6b)$$

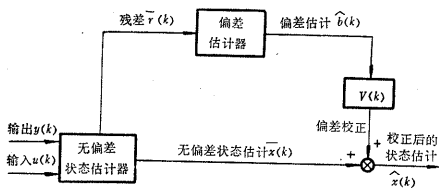


图 1 偏差分离估计的基本结构

3.2 定理

如果偏差满足关系式 $b(k) = b(k-1)$ (即无故障), 且已知则

(1) 有偏差的状态估计 $\hat{x}(k)$ 与无偏差状态估计 $\bar{x}(k)$ 的关系为

$$\hat{x}(k) = \bar{x}(k) + V(k)b(k), \quad (7a)$$

(2) 无偏差状态估计器的残差 $\bar{\gamma}(k)$ 与有偏差状态估计器残差 $\gamma_0(k)$ 的关系式为

$$\bar{\gamma}(k) = G(k)b(k) + \gamma_0(k), \quad (7b)$$

其中 $V(k)$ 、 $G(k)$ 的计算公式为

$$\begin{cases} V(0) = 0, \\ U(k) = A(k-1)V(k) + B(k), \\ G(k) = C(k)U(k) + D(k), \\ V(k) = U(k) - K_x(k)G(k). \end{cases} \quad (7c)$$

证 对于有偏差的系统 (2), Kalman 滤波公式为

$$\begin{cases} \hat{x}(k/k-1) = A(k-1)\hat{x}(k-1) + F(k-1)u(k-1) + B(k)b(k), \\ \gamma_0(k) = y(k) - C(k)\hat{x}(k/k-1) - L(k)u(k) - D(k)b(k), \\ \hat{x}(k) = \hat{x}(k/k-1) + K_x(k)\gamma_0(k). \end{cases} \quad (6a')$$

比较 (6a) 和 (6a') 并取 $\hat{x}(0) = \bar{x}(0) = x_0$, 用数学归纳法可证出该定理 (略)。

3.3 偏差的估计

实际上偏差未知, 须进行估计, 在无故障 ($b(k)$ 不变化) 时, 有关系式

$$b(k) = b(k-1), \quad (8a)$$

$$\bar{\gamma}(k) = G(k)b(k) + \gamma_0(k). \quad (8b)$$

$\gamma_0(k)$ 是零均白噪, 方差为 $S(k) = C(k)P(k/k-1)C^T(k) + R(k)$ [6], 对 (8) 施行 Kalman 滤波可得

$$\hat{b}(k/k-1) = \hat{b}(k-1), \quad (9a)$$

$$M(k/k-1) = M(k-1), \quad (9b)$$

$$K_b(k) = M(k/k-1)G^T(k)[G(k)M(k/k-1)G^T(k) + S(k)]^{-1}, \quad (9c)$$

$$\gamma_0(k) = \bar{\gamma}(k) - G(k)\hat{b}(k/k-1), \quad (9d)$$

$$\hat{b}(k) = \hat{b}(k/k-1) + K_b(k)\gamma_0(k), \quad (9e)$$

$$M(k) = [I - K_b(k)G(k)]M(k/k-1). \quad (9f)$$

得到 $\hat{b}(k)$ 之后, 代入(7a)可得 $\hat{x}(k)$.

4. 修正偏差分离估计方法

虽可用偏差分离估计法估计偏差, 但它仅对定常的 $b(k)$ 有效, 而对时变的 $b(k)$, 特别是跳变型的跟踪速度较慢, 不能实现故障的快速检测. 用遗忘因子法 $M(k/k-1) = 1/\alpha M(k-1)$ ($\alpha < 1$), 或附加伪噪法 $M(k/k-1) = M(k-1) + Q_b(k)$ 可改善对时变偏差的跟踪性能, 但这两种方法不仅跟踪速度不够快, 而且降低了 $b(k)$ 不变化阶段的估计性能(加大了对噪声的灵敏度使估计值更不平滑). 下面将给出一种跳变偏差的估计方法, 若无故障仍用(9)估计 $b(k)$, 有故障时作一些修正. 引入广义似然比检验^[6]检测是否出现故障, 若 $b(k)$ 中的第 i 个分量在 k 时刻出现故障, 则

$$b(k) = b(k-1) + v_i e_i, \quad (10)$$

这里, e_i 为第 i 个元为1其余元为零的 p 维向量, v_i 为故障大小(标量), 此时无偏差滤波器新息为

$$\bar{y}(k) = G(k)b(k-1) + g^i(k)v_i + \gamma_0(k), \quad (11)$$

其中 $g^i(k)$ 为 $G(k)$ 的第 i 列. k 时刻计算:

$$\begin{aligned} \eta(k) &= \bar{r}(k) - G(k)\hat{b}(k-1) \\ &= \begin{cases} G(k)[b(k-1) - \hat{b}(k-1)] + \gamma_0(k) & \text{无故障,} \\ G(k)[b(k-1) - \hat{b}(k-1)] + g^i(k)v_i + \gamma_0(k) & \text{有故障.} \end{cases} \end{aligned} \quad (12)$$

为了证实某个偏差分量发生跳变故障, 需要检验 $p+1$ 个假设:

H_0 : 无故障

$$E\{\eta(k)\} = 0,$$

$$\text{var}\{\eta(k)\} = T(k) = G(k)M(k-1)G^T(k) + S(k),$$

H_i : 第 i 个分量故障, $i = 1, 2, \dots, p$

$$E\{\eta(k)\} = g^i(k)v_i,$$

$$\text{var}\{\eta(k)\} = T(k).$$

H_i 对 H_0 的广义似然比是:

$$\lambda_k^i = \frac{\sup_{v_i} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\eta(k) - g^i(k)v_i\right]^T T^{-1}(k)\left[\eta(k) - g^i(k)v_i\right]\right\}}{\exp\left\{-\frac{1}{2}\eta^T(k)T^{-1}(k)\eta(k)\right\}}.$$

使 λ_k^i 极大的 v_i 为

$$\hat{v}_i = \frac{\eta^T(k)T^{-1}(k)g^i(k)}{g^{iT}(k)T^{-1}(k)g^i(k)}. \quad (13)$$

此时 $\lambda_k^i = \exp\left\{\frac{1}{2}DF_k^i\right\}$, 其中

$$DF_k^i = \frac{[\eta^T(k)T^{-1}(k)g^i(k)]^2}{g^{iT}(k)T^{-1}(k)g^i(k)}. \quad (14)$$

若 H_0 成立, 则 $DF_k^i \sim x^2(1)$; 若 H_i 成立, 则

$$\begin{cases} \mathbf{E}\{\hat{v}_i\} = v_i, \\ \text{var}\{\hat{v}_i\} = \sigma_i^2 = \frac{1}{g^{iT}(k)T^{-1}(k)g^i(k)}. \end{cases} \quad (15)$$

使 DF_k^i 极大的 i 就是最可能出故障的偏差分量, 取

$$j = \arg \max_i \{DF_k^i\}, \quad (16)$$

$$DF_k = \max_i \{DF_k^i\}, \quad (17)$$

$$DF_k \begin{cases} \geq T_D, & b(k) \text{ 的第 } j \text{ 个分量故障}(H_j), \\ < T_D, & b(k) \text{ 无故障}(H_0). \end{cases} \quad (18)$$

给定误警率由 x^2 分布表可查出门限 T_D ; 很显然, 在假设 H_j 成立时偏差的一步预测应为

$$\hat{b}(k/k-1) = \hat{b}(k-1) + \hat{v}_j e_j. \quad (9a')$$

此时, 可推得

$$\begin{aligned} M(k/k-1) &= M(k-1) + \sigma_j^2 e_j e_j^T \\ &\quad - \sigma_j^2 \left[M(k-1)G^T(k)T^{-1}(k)g^j(k)e_j^T + e_j g^{jT}(k)T^{-1}(k)G(k)M(k-1) \right]. \end{aligned} \quad (9b')$$

由此得到修正的偏差分离估计法, 无故障时用(9)估计偏差, 有故障时用(9a')(9b')代替(9a)(9b).

注: 如果方法用于参数故障问题, 由(3)可知 $B(k+1)$ 或 $D(k+1)$ 中存在着未知的 $x(k)$, 可由它最近的估计值来代替它. 分析(7)可发现, $B(k+1)$ 、 $D(k+1)$ 在计算第 $k+1$ 步的估计值 $\hat{x}(k+1)$ 、 $\hat{b}(k+1)$ 时才被用到, 而此时 $x(k)$ 的第 k 步估计值 $\hat{x}(k)$ 已经得到, 代入 $B(k+1)$ 或 $D(k+1)$ 中即可.

5. 数值仿真实例

采用〔3〕〔4〕中的例子:

$$A(k) = \begin{bmatrix} 1.00; & -0.05 \\ 0.05; & 1.00 \end{bmatrix}, \quad B(k) = C(k) = I_{2 \times 2}, \quad D(k) = O_{2 \times 2}, \quad Q(k)$$

$= 0.04I_{2 \times 2}$, $R(k) = 0.08I_{2 \times 2}$, $P(0) = 0.04I_{2 \times 2}$, $B(k) = I$, $D(k) = 0$ 代表执行机构故障. 在偏差分离估计法中, 取 $M(0) = 0.01I_{2 \times 2}$; 在遗忘因子法中, 取 $M(0) = 0.01I_{2 \times 2}$, $\alpha = 0.9$; 在修正的偏差分离估计法中, 取 $M(0) = 0$, 误警率 $= 0.001$, 查表得门限 $T_D = 10.83$. 图 2 为仿真结果.

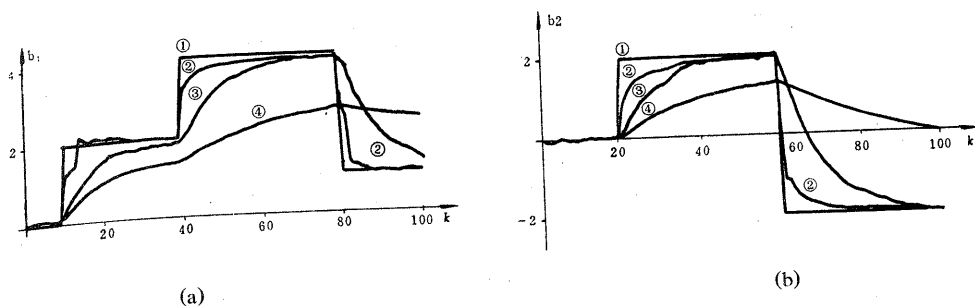


图 2 偏差(故障)的真值和估计值

①真值 ②修正偏差分离估计③加遗忘因子的偏差分离估计 ④偏差分离估计

6. 结 论

从仿真结果可看出,修正偏差分离估计法比偏差分离估计法及加遗忘因子的偏差分离估计法对偏差的跟踪能力强得多.同[3][4]中的极大似然法相比,检测的灵敏性和估计的跟踪速度两方面的性能都稍强一些,而且克服了极大似然法的缺点.本文方法可用于跳变型故障经常出现的系统中.

参 考 文 献

- (1) Willsky, A. S., A Survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems, *Automatica*, **12**, 6, (1976), 601-611.
- (2) 叶银忠, 潘日芳, 蒋慰孙, 动态系统的故障检测与诊断方法 (综述), *信息与控制*, **6**, (1985), 27-34.
- (3) Friedland, B., Grabousky, S. M., Estimating Sudden Changes of Bias in Linear Dynamic Systems, *IEEE Trans. Aut. Control*, **AC-27**, 1, (1982), 237-240.
- (4) Friedland, B., Maximum-likelihood Estimation of a Process with Random Transitions (Failures), *IEEE Trans. Aut. Control*, **AC-24**, 6, (1979), 932-937.
- (5) Friedland, B., Treatment of Bias in Recursive Filtering, *IEEE Trans. Aut. Control*, **AC-14**, 5, (1969), 359-367.
- (6) Willsky, A. S., Jones, H. L., A Generalized Likelihood Ratio Approach to the Detection and Estimation of Jumps in Linear Systems, *IEEE Trans. Aut. Control*, **AC-21**, 1, (1976), 108-112.

A Modified Separated-bias Estimation Approach to the Detection and Estimation of Failure in Linear System

Chen Jie, Zhang Hangguo, Zhang Hongyue

(Department of Automatic Control, Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract: In this paper, the linear system with failure is described as the linear state equation with bias, the failure is expressed by the abrupt change of bias. A modified separated-bias estimation method for failure detection and estimation is proposed by combining the separated-bias estimation method and the statistical decision principle. This method is very simple and the prior knowledge about failure is not necessary. The simulation shows this method can detect reliably the failure and estimate accurately the failure magnitude.

Key words: failure detection; state estimation; statistical decision