

for some special industrial robots, it can be widely applied to coordinated-motion control. The algorithm has been used in real time coordinated-motion control of two industrial robots. The object deforms resulted from kinematic and control errors are discussed in the paper.

Key words: robot; Coordinated-motion control; error analysis; compensation algorithm; real time control

控制理论专业杂志概述*

陆吉林

林云寰

(复旦大学数学系) (中山大学数学系)

23. IEEE Control, Systems Magazine (IEEE 控制系统杂志), 1981-, 美国电气与电子工程师协会所属控制系统学会主办, 季刊, 刊载有关计算机控制系统研究和应用的论文。
24. IEEE Journal of Robotics and Automation (IEEE 机器人学与自动化杂志), 1986-, 季刊, 刊载机器人、生产控制自动化方面的理论和应用的原始研究论文。
25. IEEE Transactions on Automatic Control (IEEE 自动控制汇刊), 1956-, 月刊, 刊载有关自动控制系统的理论、设计与应用方面的研究论文、评论、新技术介绍等。
26. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics (IEEE 系统、人与控制论汇刊), 1971-, 双月刊, 内容有大规模系统、最优化、判定分析、模拟、控制论基础、图像识别、自适应系统与学习系统、生物控制论和人机系统等方面。
27. IMA Journal of Mathematical Control and Information (IMA 数学控制与信息杂志), 1984-, 季刊, 英国牛津大学应用数学研究所编辑, 发表有关数学控制理论, 系统论及相关信息科学理论研究的文章。
28. Information and Computation (信息与计算), 1957-, 月刊, 美国 Academic 出版社出版, 原刊名为 Information and Control, 1988 年改为现名, 发表理论计算机科学、信息论、控制论等方面的原始研究论文和评论。
29. International Journal of Control (国际控制杂志), 1965-, 月刊, 英国 Taylor & Francis 出版社出版, 内容涉及控制、控制系统、模型简化、最优控制、灵敏度、稳定性、随机系统、线性系统、非线性系统等。
30. International Journal of Robotics Research (国际机器人研究杂志), 1982-, 季刊, 美国麻省理工学院出版社出版, 刊载有关机器人知觉、动作控制、自动机械作用, 以及造型、系统和应用等方面的研究论文。
31. Journal A: Quarterly Journal of Automatic Control (自动控制季刊), 1959-, 季刊, 比利时自动控制联合会、荷兰皇家工程师协会控制与工程部联合主办, 刊载自动控制理论与应用方面的研究论文, 内容涉及到仪表应用, 计算机控制, 过程控制, 逻辑系统, 伺服系统等。(下转第 74 页)

* 本文的前 22 条刊于本刊 1989 年第 3 期。

具有鲁棒稳定性的伺服补偿器设计

王庆国 孙优贤 李成立

(浙江大学工业控制研究所, 杭州)

摘要 本文发展一种鲁棒控制器设计方法，并将该法用于一个大型精馏塔的控制。利用该法设计的控制器，能使闭环系统满足稳定性、渐近调节和跟踪，以及某些瞬态性能指标，即使在结构性建模不确定的情况下，这些性能指标仍能满足。

关键词：伺服补偿器设计；鲁棒稳定性；鲁棒镇定；多变量系统；精馏塔控制

(上接第 55 页)

32. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control (动力系统、测定与控制杂志), 1971-, 季刊, 美国机械工程师学会(ASME)主办, 内容有运输、生物工程、射流技术与流体动力控制, 控制系统组件, 城市动力学系统与社会问题, 仪表与经济系统动力学, 系统与控制理论等。
33. Journal of Economic Dynamics and Control (经济动力学与控制杂志), 1979-, 季刊, 荷兰 Elsevier 出版社出版, 刊载经济动力学、经济学与控制论的研究论文。
34. Journal of Guidance, Control and Dynamics (制导控制和动力学杂志), 1978-, 双月刊, 美国航空与航天学会(AIAA)主办, 刊载与航天和航空系统有关的动力学、稳定性、制导、控制、导航、最优化、电子学和信息处理的发展、设计和应用方面的研究论文。
35. Journal of Information and Optimization Sciences (信息与最优化科学杂志), 1980-, 年出 3 期, 印度分析出版社出版, 刊载信息科学和最优化科学及其相关领域的基础与应用研究论文。
36. Journal of Information Processing and Cybernetics (信息处理与控制论杂志), 1964-, 月刊, 民主德国科学出版社出版, 刊载计算机理论、最优化理论、数学语言学、信息处理和控制论等在自然科学和社会科学领域应用的论文。
37. Journal of Optimization Theory and Applications (最优化理论与应用杂志), 1967-, 月刊, 美国 Plenum 公司出版, 发表最优化理论及其在科学和工程中应用的研究论文, 涉及线性与非线性规划, 动态规划, 最优化控制, 对策论等。
38. Journal of Robotic Systems (机器人系统杂志), 1984-, 季刊, 美国 Wiley 公司出版, 刊载有关机器人系统的软、硬件, 操作, 传感器, 控制和外围设备方面的研究论文。
39. Kybernetes (控制论), 1972-, 季刊, 英国 MCB 大学出版社出版, 以刊载原始论文和研究简报为主, 兼载书评、会议消息等, 内容涉及到最广泛范围的控制论与系统的交叉学科研究。
40. Kybernetika (控制论), 1965-, 双月刊, 捷克斯洛伐克控制论学会主办, 刊载控制论研究及应用的文章和简讯。
41. Large Scale Systems: Theory and Applications (大规模系统: 理论与应用), 1980-, 双月刊, 荷兰 Elsevier 出版社出版, 内容有系统的稳定性, 大系统中的信息判定, 随机状态或动态系统的阶层最优化控制, 奇异扰动技术等。
42. Mathematics of Control, Signals, and Systems (控制、信号和系统数学), 1988-, 季刊, 联邦德国 Springer 出版社出版, 刊载有关数学系统理论、控制论和信号处理的研究论文, 内容涉及线性与非线性控制系统的代数与几何问题, 随机控制、稳定性, 数值与计算技术, 大型系统, 分散与分级控制、强适应和自适应系统动态优化和最优控制等。(下转第 91 页)

可以证明：基于观测数据 (z_1, \dots, z_k) , Q , R 的极大后验(MAP)估计

为^[2, 5]

$$\begin{aligned}\hat{Q}_k &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (\hat{x}_{j|k} - A\hat{x}_{j-1|k})(\hat{x}_{j|k} - A\hat{x}_{j-1|k})^T \\ &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{w}_{j-1|k} \hat{w}_{j-1|k}^T,\end{aligned}\quad (3)$$

$$\begin{aligned}\hat{R}_k &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k (z_j - H\hat{x}_{j|k})(z_j - H\hat{x}_{j|k})^T \\ &= \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{v}_{j|k} \hat{v}_{j|k}^T,\end{aligned}\quad (4)$$

其中 $\hat{x}_{j|k}$, $\hat{w}_{j|k}$, $\hat{v}_{j|k}^T$ 分别为基于观测 (z_1, \dots, z_k) 对 x_j , w_j , v_j 的最优估值。而由(1)和(2)式有

$$z_k = H(I_n - q^{-1}A)^{-1}w_{k-1} + v_k, \quad (5)$$

这里 q^{-1} 是单位延迟算子。由 Fadeeva 求逆公式^[6]

$$(I_n - q^{-1}A)^{-1} = \sum_{i=0}^{n-1} F_i q^{-i} / \sum_{i=0}^n a_i q^{-i}, \quad (6)$$

式中纯量系数 a_i 和矩阵 F_i 可递推计算为

$$a_k = -\frac{1}{k} \text{tr}(AF_{k-1}); \quad a_0 = 1; \quad k = 1, 2, \dots, n;$$

$$F_k = AF_{k-1} + a_k I_n; \quad F_0 = I_n; \quad k = 1, 2, \dots, n-1,$$

式中 I_n 为 $n \times n$ 单位阵, tr 为矩阵的迹, 我们有

$$A(q^{-1})z_k = C(q^{-1})w_{k-1} + A(q^{-1})v_k, \quad (7)$$

其中 $A(q^{-1})$, $C(q^{-1})$ 为多项式矩阵

$$A(q^{-1}) = I_m + a_1 I_m q^{-1} + \dots + a_n I_m q^{-n};$$

$$C(q^{-1}) = C_0 + C_1 q^{-1} + \dots + C_{n-1} q^{-(n-1)}; \quad C_i = HF_i. \quad (8)$$

注意(7)式右端的两个滑动平均(MA)过程可用一个等价的 MA 过程表示为^[3, 6]

$$u_k = C(q^{-1})w_{k-1} + A(q^{-1})v_k = D(q^{-1})e_k, \quad (9)$$

其中 $D(q^{-1}) = I_m + D_1 q^{-1} + \dots + D_n q^{-n}$ 是稳定的, e_k 是零均值、协方差为 Q_e 的白噪声。于是有 ARMA 观测模型

$$A(q^{-1})z_k = D(q^{-1})e_k. \quad (10)$$

因为矩阵 A 是稳定的, 易知 $\det A(q^{-1})$ 的零点在单位圆外, 因而 $A(q^{-1})$ 是稳定的。从而 ARMA 过程(10)式是平稳可逆的。这引出 e_k 是 z_k 的新息过程, 故称(10)式为观测过程 z_k 的 ARMA 新息模型。

(10) 式中的 D_i 和 Q_e 可用 Gevers 和 Wouters 法计算^[4]：

$$\text{令 } R_{ue}(t, t-i) = R_u(i) - \sum_{j=i+1}^n R_{ue}(t, t-j)R_e^{-1}(t-j, t-j)R_{ue}^T(t-i, t-j),$$

其中规定对 $j < 0$, $R_{ue}(t, j) = O$, 且

$$R_e(0, 0) = R_{ue}(0, 0) = R_u(0),$$

则有

$$Q_e = \lim_{t \rightarrow \infty} R_{ue}(t, t); \quad D_i = \lim_{t \rightarrow \infty} R_{ue}(t, t-i)Q_e^{-1}.$$

上式中 $R_u(i)$ 是 u_k 是相关函数, 注意到 $u_k = A(q^{-1})z_k$, 其估值可代以采样协方差:

$$\hat{R}_u(i) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M u_k u_{k-i}^T, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

周知, 观测序列 (z_t, z_{t-1}, \dots) 与新息序列 (e_t, e_{t-1}, \dots) 含有同样的统计信息, 它们生成同样的 Hilbert 空间, 因此基于观测 (z_t, z_{t-1}, \dots) 的 w_k 和 v_k 的稳态最优估计值 $\hat{w}_{k|t}$ 和 $\hat{v}_{k|t}$ 分别是 w_k 和 v_k 在由 (e_t, e_{t-1}, \dots) 所生成的 Hilbert 空间上的射影. 由白噪声 e_k 的正交性和射影公式^[6] 可得

$$\hat{w}_{k|t} = \sum_{j=0}^{\infty} E(w_k e_{t-j}^T) Q_e^{-1} e_{t-j}, \quad (11)$$

$$\hat{v}_{k|t} = \sum_{j=0}^{\infty} E(v_k e_{t-j}^T) Q_e^{-1} e_{t-j}. \quad (12)$$

由 (9) 和 (10) 式, e_k 可分别表为

$$\begin{aligned} e_k &= D^{-1}(q^{-1})C(q^{-1})w_{k-1} D^{-1}(q^{-1})A(q^{-1})v_k \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} S_j w_{k-1-j} + \sum_{j=0}^{\infty} G_j v_{k-j} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{和 } e_k = D^{-1}(q^{-1})A(q^{-1})z_k = \sum_{j=0}^{\infty} G_j z_{k-j}. \quad (14)$$

其中系数阵 S_j 和 G_j 由如下恒等式得到:

$$C(q^{-1}) = D(q^{-1}) \left(S_0 + S_1 q^{-1} + \dots \right),$$

$$A(q^{-1}) = D(q^{-1}) \left(G_0 + G_1 q^{-1} + \dots \right).$$

比较恒等式两端 q^{-j} 的系数阵有递推公式:

$$S_j = -D_1 S_{j-1} - \dots - D_n S_{j-n} + C_j,$$

式中 $S_0 = C_0 = H$; $S_j = 0$, 对 $j < 0$; $C_j = 0$, 对 $j > n-1$.

$$G_j = -D_1 G_{j-1} - \dots - D_n G_{j-n} + a_j I_m,$$

式中 $G_0 = I_m$; $G_j = 0$, 对 $j < 0$; $a_j = 0$, 对 $j > n$.

因 w_k 和 v_k 是独立的，把(13)式代入(11)和(12)式可推得如下最优固定滞后平滑器：

$$\hat{w}_{k|k+N} = \sum_{j=0}^{N-1} Q S_j^T Q_e^{-1} e_{k+1-j} \quad (15)$$

和

$$\hat{v}_{k|k+N} = \sum_{j=0}^N R G_j^T Q_e^{-1} e_{k+j}, \quad (16)$$

式中 N 是固定滞后。把(15)和(16)式代入(3)和(4)式可得 Q , R 的次优估值器：

$$\hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{w}_{j-1|j-1+N} \hat{w}_{j-1|j-1+N}^T, \quad (17)$$

$$\hat{R}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \hat{v}_{j|j+N} \hat{v}_{j|j+N}^T. \quad (18)$$

但此估值器是有偏的。事实上，

$$E(\hat{Q}_k) = Q q_N Q; \quad E(\hat{R}_k) = R r_N R, \quad (19)$$

其中 E 是数学期望号，且

$$q_N = \sum_{j=0}^{N-1} S_j^T Q_e^{-1} S_j; \quad r_N = \sum_{j=0}^N G_j^T Q_e^{-1} G_j. \quad (20)$$

这引出如下次优无偏 MAP 估值器：

$$\hat{Q}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\hat{w}_{j-1|j-1+N} \hat{w}_{j-1|j-1+N}^T - QE \right), \quad (21)$$

$$\hat{R}_k = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left(\hat{v}_{j|j+N} \hat{v}_{j|j+N}^T - RE \right), \quad (22)$$

其中 QE 和 RE 分别为

$$QE = Q q_N Q - Q; \quad RE = R r_N R - R. \quad (23)$$

易知估值器(21)和(22)式是无偏的：

$$E(\hat{Q}_k) = Q; \quad E(\hat{R}_k) = R. \quad (24)$$

置 QE 和 RE 的估值分别为

$$QE_k = \hat{Q}_{k-1} q_N \hat{Q}_{k-1} - \hat{Q}_{k-1}, \quad RE_k = \hat{R}_{k-1} r_N \hat{R}_{k-1} - \hat{R}_{k-1}, \quad (25)$$

并在(21)和(22)式中以 QE_k 和 RE_k 分别近似代替 QE 和 RE ，可得如下次优无偏递推 MAP 估值器：

$$\hat{Q}_k = \left(1 - \frac{1}{k} \right) \hat{Q}_{k-1} + \frac{1}{k} \left(\hat{w}_{k-1|k-1+N} \hat{w}_{k-1|k-1+N}^T - QE_k \right), \quad (26)$$

$$\hat{R}_k = \left(1 - \frac{1}{k} \right) \hat{R}_{k-1} + \frac{1}{k} \left(\hat{v}_{k|k+N} \hat{v}_{k|k+N}^T - RE_k \right), \quad (27)$$

其初值为 $\hat{Q}_0 = Q_0$, $\hat{R}_0 = R_0$.

容易看出，基于 Gevers 和 Wouters 算法，在参数阵 G_j , S_j , Q_e , q_N 和 r_N 被确定之后，只要把 Q 和 R 的最新估值代入(15)和(16)式，便可交替地使用估值器(26)和(27)式与(15)和(16)式来递推求得 Q 和 R 的估值以及白噪声估值。应指出，如果

用递推增广最小二乘法^[6]或其他方法在线辨识 ARMA 新息模型(10)式，则可在线计算估值 \hat{G}_j , \hat{S}_j , \hat{Q}_e , \hat{q}_N , \hat{r}_N , \hat{e}_k , 从而可得到自适应 Q , R 递推估值器和相应的自适应白噪声平滑估值器。

3. 数值仿真例子

例 1 考虑纯量系统^[2]

$$x_{k+1} = 0.9x_k + w_k, \quad (28)$$

$$z_k = x_k + v_k, \quad (29)$$

其中 $x_0 = 1$, $Q = 7$, $R = 5$. 取初值 $\hat{Q}_0 = 10$, $\hat{R}_0 = 10$, 分别用本文算法和 Sage 和 Husa^[5] 算法递推第 400 步的 Q , R 的估值如表 1 所示, 其中还列出了应用本文算法时不同滞后 N 对估值精度的影响。可看到本文算法和精度明显高于 Sage 和 Husa 算法的精度。还可看到本文算法随着固定滞后 N 的增加, 估值精度有所改进, 理论上也应如此。但 N 取较大时将增加计算量, 且精度改进并不明显。因此在应用中通常取固定滞后 $N = 3 \sim 5$ 时即可满足精度的要求。

表 1 例 1 的仿真结果

协方差 真 值	Sage 算 法估值	本文算法的估值(对不同固定滞后 N)					
		$N=1$	$N=2$	$N=3$	$N=4$	$N=5$	$N=6$
$Q=7$	7.963	6.216	6.235	6.673	6.812	6.864	6.833
$R=5$	3.807	4.377	4.675	4.497	4.446	4.440	4.452

参 考 文 献

- (1) Mendel,J.M., Minimum-Variance Deconvolution, IEEE Trans. Geoscience and Remote Sensing, **19**,3, (1981), 161-171.
- (2) Soeda,T., Yoshimura,T., Tabuchi, T., A Suboptimal Identification of Noise Covariances in Discrete Time Linear Systems, Int. J. Control, **27**,3, (1978).
- (3) Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Time Series Analysis, Holden-Day, San Francisco, (1970).
- (4) Gevers, M., Wouters, W.R.E., An Innovation Approach to the Stochastic Realization Problem, Journal A, **19**, 2, (1978).
- (5) Sage, A.P., Husa, G.W., Adaptive Filtering with Unknown Prior Statistics, JACC, (1969), 769-776.
- (6) 邓自立、郭一新, 动态系统分析及其应用, 辽宁科学技术出版社, 沈阳, (1985) .

A Recursive Estimation Approach to Noise Covariances

Luan Enlian

(Harbin Economic, Technical and Social Development and Research Centre)

Deng Zili

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University, Harbin)

Abstract: Based on white noise estimators, this paper presents a new recursive estimation approach to the noise covariances in the state-space model. Suboptimal unbiased maximum a posteriori (MAP) recursive estimators of noise covariances are given, which can be applied to signal deconvolution and Kalman filtering. Simulation example shows usefulness of proposed result.

Key words: signal deconvolution; Kalman filtering; noise statistics estimators; white noise estimators

(上接第 74 页)

43. Measurement and Control (计量与控制), 1968-, 双月刊, 英国计量与控制学会主办, 刊载学会的会议论文, 内容有计量与自动控制仪器的设计, 应用方面的理论与技术.

44. Messen-Steuern-Regeln(测量-控制-调节), 1958-, 月刊, 民主德国 VEB 出版社出版, 刊载自动控制方面的论文.

45. Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics (莫斯科大学计算数学与控制论), 1977-, 季刊, 是苏联期刊《莫斯科大学通报》第 15 辑的英译本, 刊载研究论文与简讯.

46. Numerical Functional Analysis and Optimization (数值函数分析与最优化), 1979-, 双月刊, 美国 Marcer Dekker 出版社出版, 刊载数值分析、近似法、最优化和控制论等领域的研究与应用方面的论文.

47. Optimal Control Applications and Methods (最优控制应用与方法), 1980-, 季刊, 由设在英国的 Wiley 分公司出版, 刊载理论与应用文章, 兼载评论及简讯等, 内容有最优控制在结构工程、工业流程、医药剂量分析等方面的应用.

48. Optimization (最优化), 1970-, 双月刊, 民主德国科学出版社出版, 刊载线性规划和运筹学方面的理论与应用研究论文、评论、会议文献及书评等, 内容有线性、非线性、随机、参数、离散及动态规划, 控制论、对策论等.

49. Problems of Control and Information Theory (控制与信息理论问题), 1971-, 双月刊, 匈牙利科学出版社出版, 刊载控制与信息的理论与应用方面的文章及书评.

50. RAIRO: Automatique Productique Informatique Industrielle (法国自动化、信息与运筹学: 自动控制生产系统), 1977-, 双月刊, 法国经济与技术控制论协会编辑, 原刊名为 RAIRO: Automatique, 1985 年改为现名, 刊载有关自动化生产与自动控制系统的理论和技术方面的研究论文.

51. Robotics and Automation (机器人学与自动化), 1986-, 年出 3 期, 国际科学技术发展协会 (IASTED) 编辑, 刊载有关机器人与自动化系统的理论、设计和应用方面的论文, 内容有模拟、设计、控制、传感器、视觉、图像处理等. (下转第 97 页)