第8卷第2期
1991年6月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 8, No. 2
June, 1991

结构不确定性线性多变量系统鲁棒控制*

王礼全　施颂椒　张钟俊
（上海交通大学自动控制系）

摘要：本文回顾了结构不确定性线性多变量系统鲁棒控制的分析与设计中，过去与近来对系统稳定鲁棒和性能优化方面的进展. 无论对于频域描述研究的方法，还是对于时域描述研究的结果，本文均加以讨论与评价. 本文还着重讨论了很有前途的结构不确定性线性多变量系统鲁棒控制的 H^∞ 与 μ 方法，并探讨了将来的研究方向.

关键词：结构不确定性；鲁棒控制；结构奇异值；线性系统；H^∞控制

1 引　言

鲁棒多变量反馈系统设计的"真正"问题是综合-控制律，在不确定性允许的摄动范围内，它能保持系统稳定与性能鲁棒. 因此，控制理论设计方法一直以来的困难，是能够在统一框架下同时处理性能指标与稳定鲁棒性.

大家熟知，不确定性会破坏额定系统的稳定性及性能. 而系统不确定性是不可避免的，对于系统建模的数学模型，总会引入建模误差，用现代控制方法对系统进行反馈控制，必须研究不确定性对系统稳定性及性能的影响，必须使设计的系统具有"鲁棒性"(Robustness).

物理系统的建模误差可分为两大类：参数不确定性及动态不确定性. 在过去的十五年里，已有大量研究集中在不确定性容忍的多变量鲁棒控制理论领域. 许多在经典控制理论中的重要概念，如：敏感性、稳定裕量、扰动衰减、带宽等，在多变量鲁棒控制理论中重新得以反映，这里"奇异值"作为鲁棒性度量起到了关键作用.

按物理系统两大描述：传递函数和状态空间，不确定性按这两种不同形式的描述都已有许多研究结果. 例如：考虑如下带有加性非结构式的动态不确定性

$$P(s) = P_0(s) + \Delta(s)W(s), \qquad \|\Delta\|_\infty \leqslant \delta. \tag{1}$$

这里，$P_0(s)$为额定对象模型，$\Delta(s)$为一赋范不确定性摄动，没有特定结构（因此称为非结构式），$W(s)$为稳定且逆也稳定的加权函数，不确定性 Δ 满足

$$\|\Delta\|_\infty = \sup_{\omega\in R}\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)). \tag{2}$$

其中，$\bar{\sigma}(\cdot)$记作最大奇异值，即 $\bar{\sigma}(\cdot)=\sqrt{\lambda_{\max}[(\cdot)(\cdot)]}$.

通常物理系统不确定性具有一定结构，采用(1)式所示的非结构式描述，研究得到的分析与综合结果具有很大的保守性(Conservatism). 因此我们需要不确定性的结构化描述，即考虑 $\Delta(s)$的子阵不确定性结构信息，例如：

---

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于1990年10月18日收到. 1991年3月6日收到修改稿.

$$\Delta(s) \triangleq \text{Block Diag}\{\delta_1 I_{r1} \cdots \delta_s I_{rs}, \Delta_1, \cdots, \Delta_f\}. \tag{3}$$

$\delta_i I_{ri}(i=1,\cdots,r)$称为重复标量块,表示对象的参数不确定性;$\Delta_i(i=1,\cdots,f)$称为不确定全块,表示对象的动态不确定性.

另一类频域很重要的参数不确定性描述假定对象的结构完全确定,而其参数在预先已知的某紧集 Ω 内变化,例如:

$$P_l(s): l \in \Omega \subset R^n. \tag{4}$$

其中,$P_l(s)$由向量 l 连续参数化.

系统的不确定性是多方面的,除了以上考虑的对象建模误差引起的不确定外,还有一类很重要的是噪声或扰动信号,无论是 H^2 范数或 H^∞范数都能用作这类不确定性的度量.

上面我们概括了不确定性在频域或时域的几种典型描述,接下去本文将分别按参数空间法,Kharitonov 型结论及其推广,状态空间法,H^∞和 μ 方法等四节讨论结构不确定性系统分析与综合的发展.

在结束引言之前,应该说明,本文无法包含鲁棒控制的所有方向,甚至不得不舍弃一些重要的方法,无论如何,这里所讨论的内容无疑基于作者对此领域的经验与实践,是作者观点的体现,很希望同仁们提出不同意见,并盼望不久能见到另外的综述.

2 参数空间法

考虑系统是线性、时不变和有限维的,则闭环特征方程为

$$\begin{aligned}\Gamma(s,a) &= a_0 + a_1 s + \cdots a_{n-1}s^{n-1} + a_n s^n \\ &= [1 \quad s \quad s^2 \quad s^n]a.\end{aligned} \tag{5}$$

向量 a 组成 $n+1$ 维系数空间,a 可以是不确定性参数向量 $p^T=[p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_q]$的连续函数 $a(p)$,p 组成 q 维参数空间.

我们想要知道的是从一给定额定 $a^0=a(p^0)$到稳定边界的极小距离 r_m(可解释为系统的鲁棒稳定裕量),这个稳定边界由一实根边界($P(0,a_R)=a_0=0$),复根边界($P(j\omega,a_c)=0,\omega>0$)和降阶边界 $a_n=0$ 组成;则 r_m 就等于到上述三个边界的最短距离的最小值.

参数空间法最初由文[1]、[2]提出,在频域中,尤其对于低维系统,这种方法可以精确描述不确定性参数稳定区域的图形,且具有直观、易于计算并能达到最佳鲁棒稳定性的优点. 但对于高阶系统及有许多可调参数的系统,这种参数空间法就难以处理. 前几年,Biernacki 等人[3-5]通过在参数空间的稳定区域内嵌入一超球,简化了 r_m 的计算,但这种方法的缺陷是球心的选择,如果一开始就靠近稳定边界附近,迭代计算的超球半径就很小.

随着高性能计算机的不断涌现,为了处理除了稳定性之外的性能指标,非线性规划意义下的参数空间法近年来得到了飞速的发展. 考虑下列切比雪夫型问题

$$\begin{aligned}&\text{极小化}: -r_m, \\ &\text{满足}: h_i(p) - r_m \geqslant 0, \qquad i=1,2,\cdots,r.\end{aligned} \tag{6}$$

P_1, r_m 含义同前,$h: R^q \to R^r$ 为连续函数. 不等式(6)表示系统设计约束,其解$\{P^*, r_m^*\}$给出了如下球形解集

$$B^* = \{P \in R^q: \| P - P^* \| \leqslant r_m^*\}. \tag{7}$$

其中,P^*是球心,r_m^* 为最大化超球的半径.

(6)式表示的物理含义是:我们把状态空间以及频域的性能要求例如指数稳定性,阻

尼因子,静态误差,时间响应峰值,敏感性等等,用于形成一组如(6)式所示的不等式约束,那么这些不等式描绘了对象参数空间的“可行域”.因此,通过极大化嵌入在可行域内的超球半径 r_m 完成设计.

为了了解数学规划法控制设计中的方法与技巧,可参见文[6,7].参数空间法近几年得到了长足的发展,借助于计算机辅助设计,已有许多成功设计实际控制系统的例子,且在许多方面可以同现代经典的 LQG 方法竞争,由于实现了人工交互操作,体现工程实际与直观,所以易于为控制工程师所接受,但参数空间法一直以来的缺陷是没有指导选择反馈控制器的结构.

3　Kharitonov 型结论与推广

美国学者 Barmish[9]首次在一次国际会议上,注意到苏联学者 Kharitonov 发表的关于特征多项式系数满足矩形摄动的鲁棒稳定检验条件,让我们重写(5)式如下实内多项式:

$$P(s)=\sum_{k=0}^{n}a_k s^k,\quad a_k\in[\underline{a}_k\ \ \bar{a}_k],\quad \underline{a}_k\leqslant\bar{a}_k. \tag{8}$$

弱 Kharitonov 定理　(8)式鲁棒稳定的充要条件是其所有的顶点多项式稳定.顶点多项式在 $a_k=\underline{a}_k$ 或 $a_k=\bar{a}_k$ 时得到,因此,共有 2^{n+1}个这类多项式.

强 Kharitonov 定理　实内多项式(8)鲁棒稳定的充要条件是 2^{n+1}个顶点多项式中的四个特定多项式为稳定(Hurwitz).这四个特征多项式按 s 的升幂排列其系数为

$$\begin{array}{llllllll}
\underline{a}_0 & \bar{a}_1 & \bar{a}_2 & \underline{a}_3 & \underline{a}_4 & \bar{a}_5 & \bar{a}_6 & \cdots, \\
\underline{a}_0 & \underline{a}_1 & \bar{a}_2 & \bar{a}_3 & \underline{a}_4 & \underline{a}_5 & \bar{a}_6 & \cdots, \\
\bar{a}_0 & \bar{a}_1 & \underline{a}_2 & \underline{a}_3 & \bar{a}_4 & \bar{a}_5 & \underline{a}_6 & \cdots, \\
\bar{a}_0 & \underline{a}_1 & \underline{a}_2 & \bar{a}_3 & \bar{a}_4 & \underline{a}_5 & \underline{a}_6 & \cdots.
\end{array}$$

上述两个定理 1978 年首先由 Kharitonov 提出[8],它的好处在于可以用超矩形的上述四个顶点多项式检验整族多项式(8)的稳定性,这对于研究参数不确定性鲁棒稳定具有重要意义,但是 Kharitonov 定理条件比较苛刻,它要求多项式系数满足独立的矩形摄动.直到 1987 年 Bartlett 等人[10]推广到允许线性依赖的系数摄动,但此时要检查其外边的稳定性保证,即下述的边界定理.

边界定理　稳定区域 D 假定为单连通域,系数摄动满足多面体形,即多项式族 P 可表达为有限生成多项式 $P_1(s),\cdots,P_l(s)$的凸包.则多项式族 P 是 D-稳定当且仅当 P 的外边集为 D-稳定.因此,我们只要检验如下多项式对任意 $\lambda\in[0,1]$的 D-稳定性.

$$P_{ij}(s,\lambda)=\lambda P_i(s)+(1-\lambda)P_j(s),\qquad i,j\in\{1,\cdots,l\}.$$

其中,$P_i(s)=\sum_{j=0}^{n}a_j(q)s^j,i=1,\cdots,l;q=[q_1,\cdots,q_m]^T$ 分别取端点$[\underline{q}_i\ \ \bar{q}_i]$;把$(1-\lambda)/\lambda$ 看作可变参数 K,可得出 $P_i(s)+KP_j(s)$的根轨迹图,因此仅需检验的是这个根轨迹全部在 D 内.

在离散时间中的推广已得到一四阶多项式的反例[12],这是由于 Z 平面单位圆和长方形系数摄动之间的互斥性.至今这类结论处理的多项式族鲁棒稳定是有限的,Kharitonov 型结论的另一缺陷是没有给出指导选择这些项点多项式.对于这类结论的最新评价可见

文[11].

4 状态空间法

所谓状态空间法是指诸如下列带有线性摄动的动态系统.

$$\dot{x}(t) = (A + E)x(t). \tag{9}$$

其中,x 为 n 维状态向量,A 为 $n\times n$ 维时不变额定渐近稳定矩阵,E 是 $n\times n$ 结构不确定性矩阵,并已知其每个元的偏移数值,即

$$E_{ij} \angle |E_{ij}|_{\max} = \varepsilon_{ij}, \qquad \varepsilon \triangleq \max_{i,j} \varepsilon_{ij}.$$

为了研究基于这样的状态空间描述(9)式的稳定性. Yedavalli 等人[14]考虑不确定性矩阵有下列形式

$$E = \sum_{i=1}^{m} k_i E_i.$$

这里 E_i 为确定常矩阵,体现了摄动的完全结构信息,k_i 为不确定常数,且 $k_i \in [-\varepsilon_i, \varepsilon_i]$内.

则若下面条件成立,(9)式所示系统渐近稳定:

1) $\sum_{i=1}^{m} k_i^2 < 1/\bar{\sigma}(p_e)$,或

2) $\sum_{i=1}^{m} |k_i| \bar{\sigma}(p_i) < 1$,或

3) $|k_j| < 1/\bar{\sigma} \sum_{i=1}^{m} |p_i|, \quad j=1,\cdots,m.$

其中,$p_i \triangleq (E_i^T P + PE_i)/2 \triangleq [PE_i]s, \quad i=1,\cdots,m, p_e \triangleq [p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_m]$,$P$ 是下面 Lyapunov 矩阵方程的解

$$A^T P + PA + 2I_n = 0.$$

这个结论的最初思想见文[13~15],是近来在状态空间域对结构不确定性分析的很有意义的结果,它利用奇异值和 Lyapunov 方程给出参数摄动稳定区域的边界.

为了有直观的印象,看一个例子:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u, \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x.$$

给出下列输出反馈:

$$u = -\begin{bmatrix} 1-K_1 & 0 \\ 0 & 1-K_2 \end{bmatrix} y, \quad \text{则闭环系统为}$$

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2+K_1 & 0 & -1+K_1 \\ 0 & -3+K_2 & 0 \\ -1+K_1 & -1+K_2 & -4+K_1 \end{bmatrix} x,$$

则利用条件 1)~3)分别给出的鲁棒稳定边界是:

1) $K_1^2 + K_2^2 < 2.72768$,

2) $0.60521|K_1| + 0.351205|K_2| < 1$,

3) $|K_i| < 1.55328, \quad i=1,2.$

利用代数方法，计算出精确边界为 $K_1<1.75, K_2<3$.

图 1 是稳定区域示意图.

对于结构摄动系统的稳定化"匹配条件"下的鲁棒控制是一感兴趣的方法. 近来由文[19]综述. 在大系统中不确定性系统的鲁棒控制近来由文[18]综述.

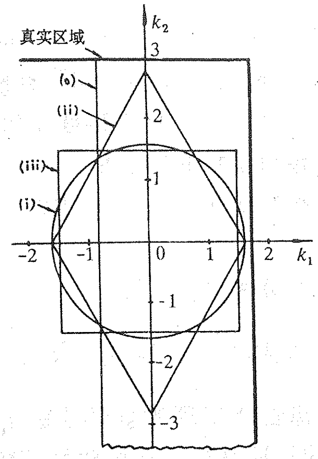

图 1　稳定区域示意图

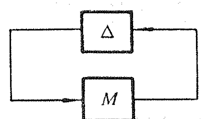

图 2　BDBP 系统结构图

5　鲁棒控制的 H^∞ 和 μ 方法

在本节中，我们将较为详细地讨论与评价 H^∞ 和 μ 方法的发展，虽然 H^∞ 和 μ 方法提出以来仅仅只有几年，却引起了学术界的广泛关注. 最近，H^∞ 控制理论已戏剧性地简化为求两个 Riccati 方程的解[27]. 这样使 H^∞ 控制理论的应用前景很好.

Doyle[20] 于 1982 年提出的鲁棒分析工具结构奇异值很好地补充了 H^∞ 控制的不足，达到了把性能与鲁棒结合一起考虑的设计方法，这是所有以往多变量系统设计方法面临的困难.

μ 方法的关键思想是：输入、输出、传递函数、参数变化、摄动等所有线性关联重构，以隔离所有摄动，得到如图 2 所示的块对角有界摄动问题(BDBP 系统).

传递函数阵 M 表示广义额定对象，块对角阵集 Δ(如(3)式所示)表示参数和动态不确定性，不失一般性. 这里假定所有摄动 $\Delta\in B\Delta \triangleq \{\Delta\in\boldsymbol{\Delta} \mid \bar{\sigma}(\Delta)<1\}$，则从文[21]的小增益定理知：上述 BDBP 系统对 $\forall\ \Delta\in B\Delta$ 鲁棒稳定的充分条件是

$$\| M(s) \|_\infty < 1. \tag{10}$$

上式奠定了 H^∞ 控制解决鲁棒稳定的基础，类似于把发生在回路中不同位置的所有不确定性反映在一个参考位置的处理方法，这类条件依然具有任意的保守性，因为它忽略了不确定性 Δ 已知的块对角结构，因此基于(10)式的 H^∞ 优化会引入严重的保守性. μ 方法的目的是在于从理论上消除这种保守性，即寻找使 BDBP 系统鲁棒稳定的充要条件.

在定义 μ 之前，首先需要定义关于 Δ 的谱集：

$$FD(M,\Delta) \triangleq \{\Delta \in \boldsymbol{\Delta} \mid \det(I - M\Delta) = 0\}.$$

定义 5.1　传递函数阵 M 关于块对角不确定性 Δ 的结构奇异值

$$\mu_\Delta(M) \triangleq [\min_{\Delta\in FD(M,\Delta)} \bar{\sigma}(\Delta)]^{-1}.$$

小 μ 定理　图 2 所示的 BDBP 系统，对任意 $\Delta\in B\Delta$ 鲁棒稳定当且仅当

$$\sup_{\omega\in R}\mu_\Delta(M(j\omega)) \leqslant 1. \quad R\text{：实数集}.$$

从 μ 函数定义可见，μ 的计算不如 H^∞ 范数计算简单，因此大多通过 μ 的下述一非常重要的性质[22-25]：

$$\mu_\Delta(M) \leqslant \inf_{D\in D} \bar{\sigma}(DMD^{-1}). \tag{11}$$

其中块对角尺度矩阵 $D\triangleq\{\text{block diag}[D_1,\cdots,D_s,d_1I_{m_1},\cdots,d_fI_{m_f}]: D_i\in C^{r_i\times r_i}, D_i=D_i^*>0, d_j\in$

$\boldsymbol{R}, d_j>0\}$，$\boldsymbol{C}$=复数域，$(\cdot)^*=(\cdot)$的共轭转置.

更进一步，Doyle、Wall 和 Stein(1982)[21]建立了：对于极小化敏感性矩阵的 H^∞ 范数，或更一般地，极小化关于闭环系统的任意传递矩阵 H^∞ 范数，可通过引入一假想不确定性，使之嵌入在极小化稳定裕度 μ 的问题中. 更精确地我们可归纳出下述定理.

鲁棒性能定理 对 $\forall\ \Delta\in \boldsymbol{B\Delta}$，图 3 所示的闭环系统稳定，且满足从输入 d 到输出 e 的闭环传递矩阵 $F_{de}(s)$ 的 H^∞ 范数小于或等于 1，即 $\|F_{de}(s)\|_\infty\leqslant 1$，当且仅当

$$\mu_{\tilde{\Delta}}(F_u(P,K))\leqslant 1. \tag{12}$$

其中线性分式变换

$$F_u(P,K)=P_{\tilde{z}\tilde{w}}+P_{\tilde{z}u}K(I-P_{yu}K)^{-1}P_{y\tilde{w}}.\quad \tilde{\Delta}=\left\{\begin{bmatrix}\Delta & 0\\ 0 & \Delta_{m+1}\end{bmatrix}\;\middle|\;\begin{matrix}\bar{\sigma}(\Delta_{m+1})<1\\ \Delta\in \boldsymbol{B\Delta}\end{matrix}\right\}.$$

鲁棒性能定理的重要性是显见的，这是因为无论最优衰减系统噪声/扰动响应的 H^∞ 范数问题，还是极小化敏感性矩阵 H^∞ 范数问题，还是最优稳定裕量鲁棒奇异值问题，都是如此定理所述选择控制器极小化闭环传递函数矩阵的 μ-函数的特殊情形.

μ-函数与 H^∞ 控制理论的联系是简单的：H^∞ 范数是 μ 的上界，即对任意稳定传递函数 $M(s)$ 有

$$\sup_\omega \mu(M(j\omega))\leqslant \|M\|_\infty.$$

因此，从(12)式可见，满足(12)式的充分条件是 $\|Fu(P,K)\|_\infty\leqslant 1$. 且从性质(11)可见，$\mu$ 综合的自然方法是所谓对角尺度 H^∞ 最优控制问题，即求稳定化控制器 K 与尺度矩阵 D 使

$$\|DF_u(P,K)D^{-1}\|_\infty\leqslant 1. \tag{13}$$

解这问题的方法是交替对 K 与 D 迭代极小化上式；对于固定 D，上式恰好是 H^∞ 控制问题，而固定 K，上式右边在每一频率下是 D 的凸优化.

应该说，我们可直接发展对角尺度 H^∞ 控制问题的一般理论，而避免由于(13)式对于两参数 K 和 D 的优化并不具有联合凸性，从而导致上述迭代方案无法保证总是收敛到全局最优的 K 与 D；但是这种一般理论由于仍有一些难题未能解答而难以给出.

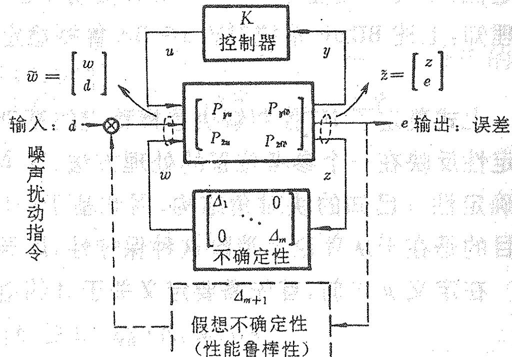

图 3 带假想不确定性的性能鲁棒结构图

6 结　论

本文综述了结构不确定性系统性能与稳定鲁棒控制的主要发展.

在频域方面，最有前景的是 Kharitonov 结论与推广，以及对象不确定性原始参数空间内嵌入某几何体的优化步骤，并用极小极大和规划法来极大化稳定区域或可行域的体积，来完成设计的最佳鲁棒性.

在状态空间方面，本文的叙述是相当简略的，主要方法是用 Lyapunov 直接法，来建立不确定性系统稳定性与反馈.

本文还专门讨论了结构不确定性系统鲁棒控制的 H^{∞} 与 μ 方法，μ 分析同奇异值分析不同，它完全消除了奇异值作为鲁棒性度量而带来的保守性. 给出了性能与不确定性一并考虑的优化方法，因而可望给出结构不确定性系统鲁棒控制设计之强有力方法.

参 考 文 献

[1] Fam, A. T., Meditch, J. S.. A Canonical Parameter Space for Linear System Design. IEEE Trans. Automat. Contr., 1978, 23: 454—458

[2] Ackermann, J.. Parameter Space Design of Robust Control System. IEEE Trans. Automat. Contr., 1980, 25: 1058—1072

[3] Biernacki, R. M., Hwang, H. and Bhattacharyya, S. P.. Robust Stability with Structured Parameter Perturbations. IEEE Trans. Automat. Contr., 1987, 32: 495—506

[4] Keel, L. H., Bhattacharyya, S. P.. Robust Control with Structured Perturbations. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988, 33: 68—78

[5] Vicino, A.. Maximal Polytopic Stability Domains in Parameter Space for Uncertain Systems. INT. J. Contr., 1989, 49 (1): 351—361

[6] Jamshidi, M., Herget, C. J.. Computer-aided Control Systems Engineering. Amsterdam. The Netherlands: North-Holland, 1985

[7] Dillo, G.. Control Applications of Nonlinear Programming and Optimization. Oxford. England: Pergnmon, 1986

[8] Kharitonov, V. L.. Asymptotic Stability of an Epuilibrium Positon of a family of Linear Differential Equations, Diferentsialjnie Uravnenia, 1978, 14: 2086—2098

[9] Barmish, B. R.. Imvariance of the Strict Hurwitz Property for Polynomials with Perturbed Coefficients. IEEE Trans. Automat. contr., 1984, 29 (2): 935—936

[10] Bartlett, A. C., Hollot, C. V. and Lin, H.. Root Locations of an Entire Polytope of Polynomials: It Suffices to Check the edges. Math. Contr. Signals. Syst., 1988, 1: 61—71

[11] Barmish, B. R., Demarco, C. L.. Criteria for Robust Stability of Systems with Structured Uncertainty: A Perspective. Proc. Amer. Contr. Conf., Minnepolis, MN: 1987, 476—481

[12] Hollot, C. V., Bartelett, A. C.. Some Discrete Time Counterparts to Kharitonov's Stability Criterion for Uncertain System. IEEE Trans. Auto. Contr., 1986, 31 (4): 355—366

[13] Patel, R. V., Toda, M.. Quantitative Measures of Robustness for Multivariable Systems. Proc. JACC, 1980, paper TP8-A

[14] Yedavalli, R. K.. Perturbation Bounds for Robust Stability in Linear State Space Models. Int. J. Con., 1985, 42: 1507—1517

[15] Yedavalli, R. K., Liang, Z.. Reduced Conservatism in Stability Robustness Bounds by State Transformation. IEEE Trans. Auto. Contr., 1986, 31 (9): 863—866

[16] Zhou, K., Khargonekar, P. P.. Stability Robustness Bounds for Linear State Space Models with Structured Uncertain System. IEEE Trans. Auto. Contr., 1987, 32 (7): 621—623

[17] Bhattacharyya, S. P.. Robust Stabilization Against Structured Perturbations. Springer Verlag. Lecture notes on control and Information Sciences, 1987, 99

[18] Siljak, D. D.. Parameter Space Methods for Robust Control Design: A Guided Tour. IEEE Trans. Auto. Contr., 1989, 34 (7): 647—688

[19] Corless, M., Leitmann, G.. Controller Design for Uncertain Systems via Lyapunov Functions. Proc. Amer. Contr. Conf., Atlanta: 1988, 2019—2025

[20] Doyle, J. C.. Analysis of Feedback Systems with Structured Uncertainties. IEE Proceedings, Part D. 1982, 129 (6): 242—250

[21] Doyle, J. C., Wall, J. and Stein, G.. Performance and Robustness Analysis for Structured Uncertainty. Proc. 21st IEEE

Conf. Decision Contr., Dec. 1982, 629—636

[22] Fan, M. K. H., Tits, A. L.. Characterization and Efficient Computation of the Structured Singular Value. IEEE Trans. Auto. Contr., 1986, 31 (8): 734—743

[23] Helton, W.. A Numerical Method for Computing the Structured Singular Value. Syst. Contr. Lett., 1988, 21—26

[24] Packard, A., Doyle, J.. Structured Singular Value with Repeated Scalar Blocks. Proc. Ameri. Contr. Conf., Atlanta: 1988, 1213—1218

[25] Packard, A., Fan, M. K. H. and Doyle, J.. A Power Method for the Structured Singular Value. Proc. 27th Conf. Decision and Contr., Austin. Texas: 1988, 2312—2317

[26] Doyle, J. C.. Structured Uncertainty in Control System Design. Proc. 24th Conf. Decsi. Contr., Ft. Landerdale, FL, 1985, 260—265

[27] Doyle, J., Glover, K., Khargonekar, P. P. and Francis, B. A.. State-space Solutions to Standard H^2 and H^∞ Control Problems. IEEE Trans. Auto. Contr., 1989, 34 (18) 831—847

[28] Wang Liquan, Shi Songjiao and Zhang Zhongjun. μ-analysis of Linear State Space Models with Structured Uncertain System. To appear in IFAC Symp. On Design Methods for Control System. Zurich, Sept. 1991

[29] Wang Liquan et al. Robustness Analysis for Structured Uncertainty in Linear State Space Models. Tenth IASTED Int. Conf. Modelling, Identification and Control. Innsbruck. Austria, Feb, 1991

[30] 王礼全, 施颂椒, 张钟俊. 不确定性多变量系统的鲁棒性及性能. 中国自动化学会第四届过程控制科学报告会论文, 广州, 1991, 5

Robust Control for Linear Multivariable Systems with Structured Uncertainties

Wang Liquan, Shi Songjiao and Zhang Zhongjun

(Department of Automatic Control, Shanghai Jiaotong University)

Abstract: This paper reviews past and recent contributions to stability robustness and optimal performance in analysis and design for linear multivariable structured uncertain systems. Both frequency domain based methods and time domain derived methods are discussed and evaluated. We also emphisize H^∞ and μ methods for robust control and some directions for future research are indicated.

Key words: structured uncertainty; robust control; structured singular values; linear systems; H^∞ control