

耦合系统中时空混沌的神经网络控制方法

汪小帆 王执铨 宋文忠
(南京理工大学自控系·南京, 210094) (东南大学自动化所·南京, 210096)

摘要: 以耦合映象链模型为例, 利用神经网络的学习能力, 提出了一种控制耦合系统的时空混沌行为的方法, 并对控制方法的有效性作了理论分析和仿真研究.

关键词: 耦合系统; 时空混沌; 神经网络

Controlling Spatiotemporal Chaos in Coupled Systems Using Neural Networks

Wang Xiaofan and Wang Zhiqun

(Department of Automatic Control, Nanjing University of Science and Technology·Nanjing, 210094, P. R. China)

Song Wenzhong

(Institute of Automation, Southeast University·Nanjing, 210096, P. R. China)

Abstract: Controlling spatiotemporal chaos in coupled systems using the learning ability of neural network is investigated with the example of coupled map chains. Theoretical analysis and simulations show the effectiveness of the method.

Key words: coupled systems; spatiotemporal chaos; neural network

1 引言(Introduction)

近几年来混沌系统的控制问题受到广泛关注, 并显示了良好的应用前景^[1~3]. 但目前研究的主要是低维系统中时间混沌的控制问题, 对于由大量子系统耦合而成的复杂大系统中时空混沌的控制的研究较少. 所谓系统的时空混沌行为, 是指系统的行为不仅在时间方向上具有混沌行为, 而且在系统长时间发展以后, 其空间方向上也具有混沌行为^[4].

在已知系统模型的前提下, 少数文献对一类特殊的耦合系统——耦合 Logistic 映象链中时空混沌的控制作了初步的探讨^[5~7]. 本文以耦合映象链(Coupled Map Chain, CMC)模型为例, 在假设未知系统模型条件下, 利用神经网络的学习能力, 提出了一种控制 CMC 中的时空混沌行为的方法.

其基本思想是: 选择若干个子系统作为受控子系统, 使得如果受控子系统能稳定在期望状态上, 那么其它的未受控子系统也能稳定在期望状态上. 对每个受控子系统的控制方法是: 用一个径向基函数神经网络(RBFNN)逼近相应的非线性映象, 进而以期望状态与网络输出之差作为施加于相应子系统上的控制信号.

2 耦合映象链模型(Coupled map chain model)

由 M 个一维子系统(由一维映象描述)链接而成的 CMC 模型可描述为

$$x_m(n+1) = F_m(x_{m-1}(n), x_m(n), x_{m+1}(n)), \\ m = 1, 2, \dots, M. \quad (1)$$

其中 $x_m(n) \in \mathbb{R}$ 为第 m 个子系统在时刻 n 的状态, $F_m: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ 为可微函数, 并假设有周期边界条件,

$$x_{M+1}(n) = x_1(n), \quad x_0(n) = x_M(n).$$

常见的一类 CMC 模型是:

$$x_m(n+1) = f(x_m(n)) + \frac{\lambda}{2}(f(x_{m-1}(n)) + \\ f(x_{m+1}(n)) - 2f(x_m(n))), \quad (2a)$$

其中 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是一维可微映象, $0 \leq \lambda \leq 1$. 易知上式可改写为

$$x_m(n+1) = (1-\lambda)f(x_m(n)) + \\ \frac{\lambda}{2}\{(f(x_{m-1}(n)) + f(x_{m+1}(n)))\}. \quad (2b)$$

定义 1 若映象 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 满足:

i) 有界性条件: 存在常数 $\tau > 0$, 使得当 $x \in [0, \tau]$ 时, $f(x) \in [0, \tau]$;

ii) Lipschitz 条件: 存在常数 $\eta > 0$, 使得对 $x, y \in [0, \tau]$ 有

$$|f(x) - f(y)| \leq \eta |x - y|,$$

则称映象 f 属于 $\Phi\{\tau, \eta\}$, 记作 $f \in \Phi\{\tau, \eta\}$.

对于 CMC 系统(2), 本文假设 $f \in \Phi\{\tau, \eta\}$. 用数学归纳法容易推得, 若系统的初始状态 $x_m(0) \in [0, \tau]$, $m = 1, 2, \dots, M$, 则有 $x_m(n) \in [0, \tau]$, $m = 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots$.

若取 f 为 Logistic 映象, $f(x) = ax(1-x)$, $0 < a \leq 4$. 则系统(2) 称为耦合 Logistic 映象链 (CLMC) 模型, 且有 $f \in \Phi\{1, a\}$. 在混沌学中熟知, 当 a 值逐渐增大时, 由 Logistic 映象描述的一维系统中会产生倍周期分岔现象, 特别地, 当 $3.5699456 \dots = a_c < a \leq 4$ 时, 可以发现混沌行为. 而当参数 a 和 λ 变化时, CLMC 系统会产生各种各样的丰富的时空行为^[7]. 特别地, 当取 $a = 4, \lambda = 0.8$ 时, 可以看到时空混沌行为(图 1). 我们的目的就是, 当发现时空混沌行为时, 设法对系统施加控制, 使之稳定在某个期望的规则模式上.

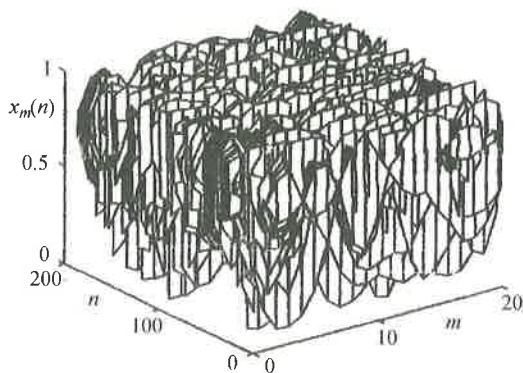


图 1 CLMC 系统的时空混沌行为

Fig. 1 Spatiotemporal chaos in CLMC

3 基本控制原理(Basic control theory)

在本节中, 为一般起见, 我们考虑 CMC 模型(1), 并假设对每个子系统都可直接施加控制, 则受控系统可描述为

$$x_m(n+1) = F_m(x_{m-1}(n), x_m(n), x_{m+1}(n)) + u_m(n), \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

其中 $u_m(n) \in \mathbb{R}$ 为时刻 n 作用于子系统 m 上的控制量. 设系统的期望轨迹为 $\bar{x}_m^d(n)$ ($m = 1, 2, \dots, M$), 我们设计的对子系统 m 的控制方法是, 用一个径向基函数神经网络(RBFNN)(记为 NN_m) 通过在线学习逼近映象 F_m , 并以网络输出与该子系统的期望信号之差作为施加于子系统上的控制信号. 我们采用 RBFNN 的一种新的递推学习算法——混合

SRPCL-IGLS 算法^[8], 控制系统的工作步骤如下:

i) 在时刻 n , 网络 NN_m 的输入为 $[x_{m-1}(n), x_m(n), x_{m+1}(n)]^T$;

ii) 用 SRPCL 算法调整网络中心值, 再计算网络的输出 $y_m(n)$;

iii) 时刻 n 施加于子系统 m 上的控制量取为 $u_m(n) = x_m^d(n+1) - y_m(n)$;

iv) 得到子系统 m 在时刻 $n+1$ 的状态 $x_m(n+1)$;

v) 根据误差 $e_m(n+1) = x_m(n+1) - x_m^d(n+1)$, 用 IGLS 算法调整网络连接权.

对于由大量子系统连接而成的复杂大系统, 要想对每个子系统都直接施加控制, 无疑代价极高甚至是不可能的. 然而, 若能充分利用子系统之间的耦合作用, 则有可能只需有选择地对少量子系统直接施加控制, 就能使整个系统达到期望的目标.

4 耦合映象链中时空混沌的控制方法(Controlling spatiotemporal chaos in CMC)

混沌系统的一个基本特点是, 其混沌吸引子中蕴含稠密的不稳定的周期轨道. 考虑 CMC 系统(2), 设期望轨迹为该系统的一个不稳定的空间周期为 1、时间周期为 T 的同步周期轨道 $\bar{x}(n)$, 即有

$$\begin{aligned} x_m^d(n) &= \bar{x}(n), \quad \bar{x}(n+1) = f(\bar{x}(n)), \\ \bar{x}(n+T) &= \bar{x}(n). \end{aligned} \quad (4)$$

不妨设 M 为偶数, 为达到控制的目标, 我们对按间隔 1 选取的 $M/2$ 个子系统直接施加控制, 受控的 CMC 系统可描述如下:

$$\begin{aligned} x_{2m-1}(n+1) &= (1-\lambda)f(x_{2m-2}(n)) + \\ &\quad \frac{\lambda}{2}\{f(x_{2m-2}(n)) + \\ &\quad f(x_{2m}(n))\} + u_{2m-1}(n), \end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned} x_{2m}(n+1) &= (1-\lambda)f(x_{2m}(n)) + \\ &\quad \frac{\lambda}{2}\{f(x_{2m-1}(n)) + \\ &\quad f(x_{2m+1}(n))\}, \quad m = 1, 2, \dots, M/2. \end{aligned} \quad (5b)$$

其中 $u_{2m-1}(n)$ 为时刻 n 施加于第 $2m-1$ 个子系统上的控制量.

对每个受控子系统采用上节所叙的控制方法, 取控制律为

$$u_{2m-1}(n) = \begin{cases} 0, & n \leq N, \\ \bar{x}(n+1) - y_{2m-1}(n), & n > N. \end{cases} \quad (6)$$

这里 N 为某个设定的正数, $y_{2m-1}(n)$ 为相应网络的输出. 网络逼近总是存在误差的, 但下述定理表明, 对于控制系统(5), 只要子系统之间的耦合足够强, 并且网络具有充分的逼近能力, 则每个子系统的状态最终仍能稳定在期望状态的一个小的邻域内.

记

$$F(x_{2m-2}(n), x_{2m-1}(n), x_{2m}(n)) \equiv (1-\lambda)f(x_{2m-1}(n)) + \frac{\lambda}{2}\{f(x_{2m-2}(n)) + f(x_{2m}(n))\}. \quad (7)$$

定理 1 设控制系统(5)的期望轨迹为 $\bar{x}(n)$, 记

$$X_1 = \min_{1 \leq n \leq T} \{\bar{x}(n)\}, \quad X_2 = \max_{1 \leq n \leq T} \{\bar{x}(n)\},$$

设有:

- i) 存在常数 $\tau > 0, \eta > 1$ 使得 $f \in \Phi\{\tau, \eta\}$ 且有 $x_m(0) \in [0, \tau], [X_1, X_2] \subseteq [0, \tau]$;
- ii) 存在常数 $p, 0 \leq p < 1$, 使得 $1 - p/\eta \leq \lambda \leq 1$;
- iii) 存在正数 $\varepsilon, 0 \leq \varepsilon \leq \eta^{-1} \min\{X_1, \tau - X_2\}$, 使得

$$|y_{2m-1}(n) - F(x_{2m-2}(n), x_{2m-1}(n), x_{2m}(n))| \leq \varepsilon, \quad m = 1, 2, \dots, M/2, n > N. \quad (8)$$

则当 n 充分大时有

$$\begin{aligned} |x_{2m-1}(n) - \bar{x}(n)| &\leq \varepsilon, \\ |x_{2m}(n) - \bar{x}(n)| &\leq Q\varepsilon, \\ m &= 1, 2, \dots, M/2, \end{aligned} \quad (9)$$

其中 $Q = \lambda\eta/(p - (1 - \lambda)\eta)$.

证 当 $n > N$ 时有

$$\begin{aligned} x_{2m-1}(n+1) &= F(x_{2m-2}(n), x_{2m-1}(n), x_{2m}(n)) + \\ &\quad u_{2m-1}(n) = \\ &\quad F(x_{2m-2}(n), x_{2m-1}(n), x_{2m}(n)) + \\ &\quad \{\bar{x}(n+1) - y_{2m-1}(n)\}, \end{aligned} \quad (10)$$

由(8)可得, (9)中前一关系式成立. 为证明(9)中后一关系式, 首先证明有

$$x_m(n) \in [0, \tau], \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad n = 1, 2, \dots. \quad (11)$$

当 $n \leq N+1$ 时式(11)显然成立.

当 $n > N+1$ 时

$$\begin{aligned} 0 \leq \bar{x}(n) - \varepsilon \leq x_{2m-1}(n) \leq \bar{x}(n) + \varepsilon \leq \tau, \\ m = 1, 2, \dots, M/2. \end{aligned} \quad (12)$$

假设对某时刻 $n > N+1$ 有 $x_{2m}(n) \in [0, \tau]$, 则由式(5b)可得

$$\begin{aligned} x_{2m}(n+1) &= \\ &= (1-\lambda)f(x_{2m}(n)) + \\ &\quad \frac{\lambda}{2}\{f(x_{2m-1}(n)) + f(x_{2m+1}(n))\} = \\ &= (1-\lambda)f(x_{2m}(n)) + \lambda\bar{x}(n+1) + \Gamma, \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $|\Gamma| \leq \lambda\eta\varepsilon$.

于是有

$$\begin{aligned} x_{2m}(n+1) &\geq 0 + \lambda X_1 - \lambda\eta\varepsilon \geq 0, \\ x_{2m}(n+1) &\leq (1-\lambda)\tau + \lambda X_2 + \lambda\eta\varepsilon \leq \tau, \end{aligned}$$

从而, 式(11)成立. 由式(13)可得

$$\begin{aligned} |x_{2m}(n+1) - \bar{x}(n+1)| &\leq \\ &= (1-\lambda)\eta |x_{2m}(n) - x^*| + \lambda\eta\varepsilon, \end{aligned} \quad (14)$$

故若

$$|x_{2m}(n) - x^*| \geq Q\varepsilon,$$

则有

$$|x_{2m}(n+1) - x^*| \leq p |x_{2m}(n) - x^*|. \quad (15)$$

若

$$|x_{2m}(n) - x^*| \leq Q\varepsilon,$$

则有

$$|x_{2m}(n+1) - x^*| \leq pQ |x_{2m}(n) - x^*|. \quad (16)$$

综合式(15)和(16), 即证得式(9)成立. 证毕.

5 实验与讨论(Experiments and discussion)

本节以 CLMC 系统为例, 说明上述控制方法的有效性. 我们取 $a = 4, \lambda = 0.8$, CLMC 系统会产生时空混沌行为(图 1). 我们在假设 f 未知的情形下, 采用上述控制方法, 使该系统稳定在某个规则模式上.

5.1 同步不动点的稳定化 (Stabilization of homogeneous fixed-point)

容易求得 $x_m(n) = x^* \equiv 1 - a^{-1} (m = 1, 2, \dots, M)$ 为 CLMC 系统的一个空间周期与时间周期均为 1 的同步不动点. 以该不动点作为控制的目标, 取 $M = 18$, 对按间隔 1 选取的 9 个子系统施加控制. 在仿真中, 除非特点声明, 采用的均是含有 3 个输入节点、25 个隐节点和 1 个输出节点的 RBFNN, 并且各隐节点的中心在 $[0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ 上随机选取. 学习中的一些参数选取为: $\alpha_c = 0.05, \alpha_r = 0.0008, \eta = 1000, N = 500$, 各参数的意义见[8]. 在施加控制后(图 2), 若只对更少的子系统施加控制, 则整个系统不能稳定在该不动点上, 但系统的时空混沌行

为仍能得到明显的抑制.例如,若只对按间隔 2 选取的 6 个子系统施加控制,在一段时间后,受控子系统稳定在 x^* 上,未受控子系统则具有同步的时间周期为 2 的规则行为(图 3).

5.2 同步的时间周期为 2 的轨道的稳定化 (Stabilization of homogeneous time-period-2 orbit)

可以求得,当 $a > 3$ 时,CLMC 系统具有如下的空间周期为 1、时间周期为 2 的同步周期轨道:

$$\begin{aligned}\bar{x}_m(2n-1) &= \bar{x}(2n-1) = \\ &= \frac{a+1+\sqrt{(a+1)(a-3)}}{2a}, \\ \bar{x}_m(2n) &= \bar{x}(2n) = \frac{a+1-\sqrt{(a+1)(a-3)}}{2a}, \\ m &= 1, 2, \dots, M, n = 1, 2, \dots.\end{aligned}$$

现以该周期轨道为期望目标,以 $M = 10$ 为例,按间隔 1 选取 5 个受控子系统,采用的 5 个 RBFNN 各含有 3 个输入节点、35 个隐

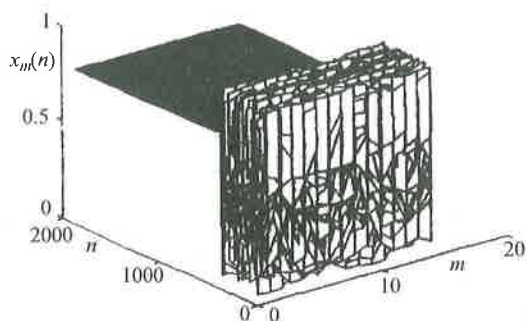


图 2 同步不动点的稳定化
(按间隔 1 选取受控子系统)

Fig. 2 Stabilization of homogeneous fixed-point
(with pinning distance 1)

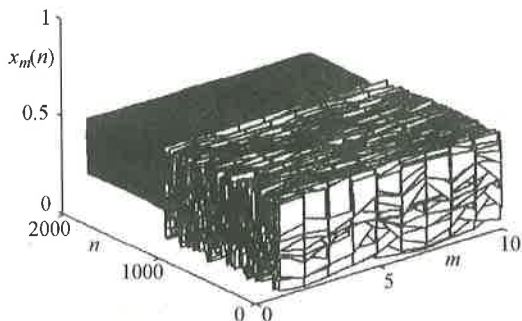


图 4 同步的时间周期为 2 的轨道的稳定化

Fig. 4 Stabilization of homogeneous time-period-2 orbit
系统构成的 CLMC 系统,只需对其中的按间隔 2 选取的 $M/3$ 个子系统施加控制,就能使整个系统稳定在该非同步的不动点上.仿真结果见图 5.

6 小结 (Conclusion)

本文以 CMC 系统为例,给出了一种利用神经网络

节点和 1 个输出节点,学习中的参数取为 $\alpha_c = 0.05$, $\alpha_r = 0.0008$, $\eta = 1000$, $N = 1200$. 控制效果见图 4.

5.3 非同步的周期轨道的稳定化 (Stabilization of inhomogeneous spatial-period orbit)

有选择地对少量子系统施加控制的思想也适用于非同步的周期轨道的稳定化.例如,假设 M 为偶数,容易求得,CLMC 系统具有如下的空间周期为 2、时间周期为 1 的非同步的不动点:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{2m-1}(n) &= x^{1*} = \frac{B + \sqrt{B^2 - 4C}}{2a(2\lambda - 1)}, \\ \bar{x}_{2m}(n) &= x^{2*} = \frac{B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2a(2\lambda - 1)}, \\ m &= 1, 2, \dots, M/2.\end{aligned}$$

其中

$$B = 1 - a + 2a\lambda, \quad C = \lambda - a\lambda + 2a\lambda^2.$$

理论分析表明,对由 M 个(设 M 为 3 的倍数)子

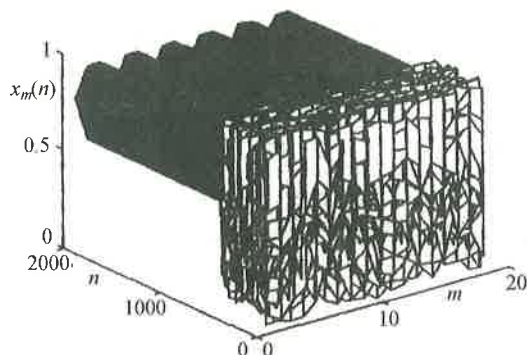


图 3 同步不动点的稳定化
(按间隔 2 选取受控子系统)

Fig. 3 Stabilization of homogeneous fixed-point
(with pinning distance 2)

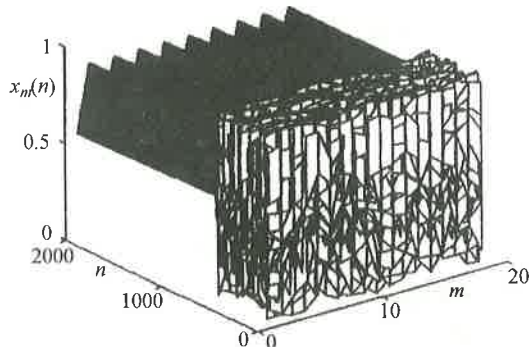


图 5 非同步不动点的稳定化

Fig. 5 Stabilization of inhomogeneous fixed-point
络控制耦合系统中时空混沌行为的方法,该方法的优点是无须事先建立系统的数学模型,并且有可能只须对少量子系统施加控制.由于我们采用的是一种局部化的控制方法,即为对某个子系统施加控制,只须测量与该子系统相连接的其它子系统的状态,

并用一个神经网络逼近与该子系统相应的非线性映射,因而若一个子系统只与少量其它子系统相连,则相应的网络模型也较为简单.

参考文献(References)

- 1 Ott E et al. Controlling chaos. Phys. Rev. Lett, 1990, 64(8): 1196 - 1199
- 2 Shinbort T et al. Using small perturbations to control chaos. Nature, 1993, 363(3): 411 - 417
- 3 陈关荣. 控制非线性动力系统的混沌现象. 控制理论与应用, 1997, 14(1): 1 - 6
- 4 杨维明. 时空混沌和耦合映象格子. 上海: 上海科技出版社, 1994
- 5 Astakhov V V et al. Controlling spatiotemporal chaos in a chain of the coupled Logistic maps. IEEE Trans. CAS, 1995, 42(6): 352 - 357
- 6 Auerbach D. Controlling extended systems of chaotic elements. Phys. Rev. Lett., 1994, 72(8): 1181 - 1187
- 7 Hu Gang and Qu Zhilin. Controlling spatiotemporal chaos in coupled

map lattice systems. Phys. Rev. Lett., 1994, 72(1): 68 - 71

- 8 汪小帆. 混沌系统控制方法的研究. 东南大学博士学位论文, 南京, 1996

本文作者简介

汪小帆 1967 年生. 1986 年于苏州大学数学系获学士学位, 1991 年于南京师范大学计算数学专业获硕士学位, 1996 年于东南大学自动化所获博士学位. 现为南京理工大学自动控制博士后流动站研究人员. 目前主要研究兴趣为混沌的控制与同步, 及其在通信等领域的应用, 已在 IEEE Transaction on Circuits & Systems 和 International Journal of Bifurcation & Chaos 等国内外核心刊物上发表文章 20 余篇.

王执铨 1939 年生. 1962 年毕业于哈尔滨军事工程学院. 现为南京理工大学自动控制系统教授, 博士生导师. 主要研究兴趣为动态大系统的容错控制, 智能控制等.

宋文忠 1936 年生. 1960 年毕业于南京工学院动力系, 留校后长期从事工业自动化的教学和研究工作. 现为东南大学自动化所教授, 博士生导师. 研究兴趣为柔性制造系统, 先进控制理论在工业中的应用等.