

具有降阶模型的 多变量鲁棒自适应前馈控制器*

柴天佑 张奎刚

(东北工学院自动化研究中心·沈阳, 110006)

摘要: 本文提出了一种多变量鲁棒自适应前馈控制器. 该控制器采用低阶模型来控制参数未知的高阶多变量系统时, 在可测干扰和有界不可测干扰作用下能保证自适应系统稳定运行. 当可测干扰与系统输出之间存在未建模动态时, 它可以对可测干扰实行有效的动静态补偿. 当只有有界干扰作用时, 它能使有界干扰对系统产生的影响最小. 本文还给出了采用所提出的控制器控制某钢厂间歇式余热锅炉的仿真结果.

关键词: 多变量系统; 鲁棒自适应控制; 未建模动态特性; 前馈控制; 有界干扰

1 前言

全局收敛的多变量自适应控制算法^[1,2]都要求被控系统的模型阶次的上界已知. 采用低阶模型设计控制高阶系统的自适应方案时, 如果存在未建模动态, 有界干扰可能使自适应系统失稳^[3]. 单变量鲁棒自适应算法^[4]只能控制最小相位系统.

可以处理有界干扰的自校正算法^[5]产生的输出误差是干扰上界的2倍. 可测干扰是有界的, 但因其可测, 可以引入前馈控制对干扰进行补偿. 多变量自校正控制算法^[7,8]可以有效地自适应补偿可测干扰. 但是, 要求可测干扰与系统输出之间的模型的阶次上界已知. 实际中, 模型阶次难于确知, 即使知道, 对于高阶系统来说会使自适应算法复杂.

本文提出了一种新的鲁棒自适应前馈控制算法, 并对该算法进行了鲁棒性分析, 最后给出了仿真实例.

2 基于降阶模型的前馈控制器

设被控系统用 ARMA 模型

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + B_2(z^{-1})v(t) + \xi(t) \quad (1)$$

来描述. $y(t)$, $u(t)$, $v(t)$ 和 $\xi(t)$ 是 n 维向量分别代表输出、输入、可测干扰和有界干扰. A , B 和 B_2 是相应的 z^{-1} 的矩阵多项式. 阶次分别为 n_a , n_b 和 n_{b2} . $A(0)=I$, $B(0)=B_2(0)=0$. 采用下列低阶模型设计控制器

$$\bar{A}(z^{-1})y(t) = \bar{B}(z^{-1})u(t) + \bar{B}_2(z^{-1})v(t) + \xi(t). \quad (2)$$

$\bar{A}$, $\bar{B}$ 和 $\bar{B}_2$ 分别是 A , B 和 B_2 的低阶部份. 其阶次 $\bar{n}_a$, $\bar{n}_b$, $\bar{n}_{b2}$, 满足 $\bar{n}_a < n_a$, $\bar{n}_b < n_b$, $\bar{n}_{b2} < n_{b2}$. 假设系统(1)的传递函数矩阵 $N(z^{-1}) = A(z^{-1})^{-1}B(z^{-1})$ 是满秩且严真, $B(z^{-1})^{-1}B_2(z^{-1})$ 严真. 设 $T(z)$ 是系统的关联矩阵, 满足

* 国家教委博士点基金项目.

本文于 1991 年 3 月 11 日收到. 1991 年 12 月 2 日收到修改稿.

$$\lim_{z \rightarrow \infty} T(z)N(z^{-1}) = K, \quad K \text{ 非奇异且有界.} \quad (3)$$

式中 $T(z) = H(z)D(z), \quad D(z) = \text{diag}[z^{f_1}, \dots, z^{f_n}],$

$$L(z) = [I - H(z)] = \begin{bmatrix} 0 & & 0 \\ -h_{21}(z) & \ddots & \\ \vdots & & \ddots \\ -h_{n1}(z) & \dots & -h_{na(n-1)}(z) & 0 \end{bmatrix},$$

假定 $f_i (i=1, \dots, n)$ 是已知的, 采用文[8]的方法可以求得 $H(z^{-1})$ 中各项 $h_{ij}(z)$ 的阶次. 由(1)式和(2)式可知系统(1)可以表示

$$\bar{A}(z^{-1})y(t) = \bar{B}(z^{-1})u(t) + \bar{B}_2(z^{-1})v(t) + M(t) + \xi(t). \quad (4)$$

式中

$$\begin{aligned} M(t) &= -\bar{A}(z^{-1})y(t) + \bar{B}(z^{-1})u(t) + \bar{B}_2(z^{-1})v(t), \\ \bar{A}(z^{-1}) &= A(z^{-1}) - \bar{A}(z^{-1}), \quad \bar{B}(z^{-1}) = B(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1}), \\ \bar{B}_2(z^{-1}) &= B_2(z^{-1}) - \bar{B}_2(z^{-1}). \end{aligned} \quad (5)$$

$M(t)$ 表示未建模动态. 当 $M(t)=0$ 系统(4)表示不存在未建模动态只受有界干扰 $\xi(t)$ 的系统.

引入下列性能指标

$$\begin{aligned} J &= \|e(t+k)\|^2 \\ &= \|P(z^{-1})T(z)y(t) - R(z^{-1})w(t) + Q(z^{-1})u(t) + S(z^{-1})v(t)\|^2. \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $w(t)$ 是 n 维已知参考输入向量, P, R, Q 和 S 是 z^{-1} 的加权矩阵多项式, $P(0)=I, k$ 是 $T(z)$ 的最高阶次, R_i 是 $T(z)$ 的第 i 行的最高阶次. 定义 $\varphi(t+k)$ 为

$$\varphi(t+k) = P(z^{-1})T(z)y(t). \quad (7)$$

引入下列矩阵多项式等式

$$\begin{aligned} P(z^{-1})\bar{T}(z^{-1}) &= F(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}) + \alpha(z^{-1}), \quad \bar{T}(z^{-1}) = z^{-k}T(z), \\ n_f &= k-1, \quad n_a = \bar{n}_a - 1. \end{aligned} \quad (8)$$

用 $F(z^{-1})$ 左乘(4)式并使用(8)式得 $\varphi(t+k)$ 的最优预报 $\varphi^*(t+k/t)$ 为

$$\varphi^*(t+k/t) = \alpha(z^{-1})y(t) + \beta(z^{-1})u(t) + \beta_2(z^{-1})v(t) + F(z^{-1})M(t), \quad (9)$$

或者

$$\varphi^*(t+k/t) = \varphi(t+k) - F(z^{-1})\xi(t+k). \quad (10)$$

式中 $\beta(z^{-1}) = z^k F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}), \quad \beta_2(z^{-1}) = z^k F(z^{-1})\bar{B}_2(z^{-1}), \quad n_\beta = \bar{n}_b - 1, \quad n_{\beta_2} = \bar{n}_{b2} - 1.$

将(10)式代入(6)式可得最优控制律为

$$\varphi^*(t+k/t) = R(z^{-1})w(t) - Q(z^{-1})u(t) - S(z^{-1})v(t). \quad (11)$$

由于 $M(t)$ 未知, 所以 $\varphi^*(t+k/t)$ 的近似值 $\hat{\varphi}^*(t+k/t)$ 为

$$\hat{\varphi}^*(t+k/t) = \alpha(z^{-1})y(t) + \beta(z^{-1})u(t) + \beta_2(z^{-1})v(t). \quad (12)$$

这样控制律(11)式取为

$$\alpha(z^{-1})y(t) + \beta(z^{-1})u(t) + \beta_2(z^{-1})v(t) = R(z^{-1})w(t) - Q(z^{-1})u(t) - S(z^{-1})v(t). \quad (13)$$

由(4)式和(13)式可得闭环系统

$$\begin{aligned} &\{P(z^{-1})T(z) + Q(z^{-1})\beta(z^{-1})^{-1}[P(z^{-1})T(z) - \alpha(z^{-1})]\}y(t) \\ &= R(z^{-1})w(t) - [S(z^{-1}) - Q(z^{-1})\beta(z^{-1})^{-1}\beta_2(z^{-1})]v(t) \\ &\quad + [Q(z^{-1}) + \beta(z^{-1})]\bar{B}(z^{-1})^{-1}[M(t) + \xi(t)]. \end{aligned} \quad (14)$$

$\xi(t)$ 不可测, $M(t)$ 未知, 为了有效地抑制 $v(t)$ 并尽可能减小跟踪误差, 下面给出一种简单选择加权项的方法.

$$P = I, \quad Q(z^{-1}) = \lambda(1 - z^{-1}), \quad R = T(1). \quad (15)$$

式中 λ 满足 $\det[B(z^{-1})T(z) + \lambda(1 - z^{-1})A(z^{-1})] \neq 0, \quad |z| \geq 1. \quad (16)$

$$\beta(z^{-1})S(z^{-1}) = \lambda(1 - z^{-1})\beta_2(z^{-1}), \quad S(1) = 0. \quad (17)$$

由(14)式和(17)式知: 这样选择 S 可以对 $v(t)$ 实现动静态补偿.

3 鲁棒自适应控制算法

当系统的参数未知时, 需要采用自适应控制算法. 首先求控制器参数的辨识方程. 由(9)式和(10)式得

$$\begin{aligned} P(z^{-1})T(z)y(t) &= \alpha(z^{-1})y(t) + \beta(z^{-1})u(t) + \beta_2(z^{-1})v(t) \\ &+ \bar{\alpha}(z^{-1})y(t) + \bar{\beta}(z^{-1})u(t) + \bar{\beta}_2(z^{-1})v(t) + F(z^{-1})\xi(t+k). \end{aligned} \quad (18)$$

式中

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}(z^{-1})y(t) + \bar{\beta}(z^{-1})u(t) + \bar{\beta}_2(z^{-1})v(t) &= F(z^{-1})M(t), \quad \bar{\alpha}(z^{-1}) = F(z^{-1})\bar{A}(z^{-1}), \\ \bar{\beta}(z^{-1}) &= F(z^{-1})\bar{B}(z^{-1}), \quad \bar{\beta}_2(z^{-1}) = F(z^{-1})\bar{B}_2(z^{-1}). \end{aligned}$$

按(15)式选择 P 然后由 $H(z)$ 的结构可将(18)式写成

$$\begin{aligned} D(z)y(t) &= L(z)D(z)y(t) + \alpha(z^{-1})y(t) + \beta(z^{-1})u(t) + \beta_2(z^{-1})v(t) \\ &+ \bar{\alpha}(z^{-1})y(t) + \bar{\beta}(z^{-1})u(t) + \bar{\beta}_2(z^{-1})v(t) + F(z^{-1})\xi(t+k). \end{aligned} \quad (19)$$

将上式写成回归向量形式

$$\begin{aligned} y_i(t+f_i) &= x_i(t+k_i)^T \theta_i + v_i(t+k) \\ &= x_{ri}(t+k_i)^T \theta_{ri} + x_{mi}(t)^T \theta_{mi} + v_i(t+k), \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (20)$$

式中 $v_i(t+k) = [F(z^{-1})\xi(t+k)]_i$, $x_{ri}(t+k_i)$ 是 $y(\cdot)$ 直到 $y(t+k_i)$, $u(\cdot)$ 直到 $u(t)$, $v(\cdot)$ 直到 $v(t)$ 的值组成的数据向量, $x_{mi}(t)$ 是 $y(\cdot)$ 直到 $y(t-\bar{n}_s)$, $u(\cdot)$ 直到 $u(t-\bar{n}_s)$, $v(\cdot)$ 直到 $v(t-\bar{n}_{s2})$ 的值组成的数据向量, θ_{ri} 是 $L(z)$, $\alpha(z^{-1})$, $\beta(z^{-1})$ 和 $\beta_2(z^{-1})$ 的第 i 行的系数组成的参数向量. θ_{mi} 是 $\bar{\alpha}(z^{-1})$, $\bar{\beta}(z^{-1})$, $\bar{\beta}_2(z^{-1})$ 的第 i 行的系数组成的参数向量. 虽然 v_i 有界但是 $x_{mi}(t)^T \theta_{mi}$ 可能无界. 首先采用正则化技术将 $\mu_i(t)$ ($\mu_i(t) = x_{mi}(t)^T \theta_{mi} + v_i(t+k)$) 正则化. 定义

$$y_i^*(t+f_i-k_i) = y_i(t+f_i-k_i)/n_i(t), \quad (21)$$

$$x_{ri}^*(t) = x_{ri}(t)/n_i(t), \quad x_{mi}^*(t) = x_{mi}(t)/n_i(t), \quad (22)$$

$$\mu_i^*(t) = \mu_i(t)/n_i(t), \quad i = 1, \dots, n. \quad (23)$$

式中

$$n_i(t) = \begin{cases} \max\{\max_{1 \leq j \leq n} |x_{ij}(t)|, c_i\}, & M(t) \neq 0, \\ 1, & M(t) = 0. \end{cases} \quad (24)$$

其中 $n \geq n_s$, n_s 是 $x_i(t)$ 的维数. c_i 是大于零的正数, 其选择是采用正则化技术的鲁棒自适应控制算法需要解决的问题. 本文采用下列方法来确定 c_i . 当 $t=0$, $x_{ij}(0)$ 已知, 选择 $c_i(0) \geq \{\max_{1 \leq j \leq n} |x_{ij}(0)|\}$, $n_i(0)$ 选为 $c_i(0)$; $t=1$, $x_{ij}(1)$ 已知, 选择 $c_i(1) = \max\{\max_{1 \leq j \leq n} |x_{ij}(1)|, c_i(0)\}$, 于是 $n_i(1)$ 选为 $c_i(1)$. 以此类推, 在每个采样周期选择一次 $c_i(t)$ 和 $n_i(t)$. 采用文[9]的方法可证 $\mu_i^*(t)$ 是有界的. 设

$$V_{\max i} \geq |\mu_i^*(t)|, \quad i = 1, \dots, n. \quad (25)$$

当系统(1)的参数未知时,采用下列具有相对死区的辨识算法^[4]:

$$\hat{\theta}_n(t) = \hat{\theta}_n(t-1) + K_i(t)e_n^*(t), \quad (26)$$

$$K_i(t) = a_i(t)P_i(t-1)x_n^*(t)/[1 + x_n^*(t)^*P_i(t-1)x_n^*(t)], \quad (27)$$

$$P_i(t-1) = P_i(t-2) - K_i(t)x_n^*(t)^*P_i(t-2), \quad i = 1, \dots, n. \quad (28)$$

式中

$$e_n^*(t) = y_n^*(t - f_i - k_i) - x_n^*(t)^* \hat{\theta}_n(t-1), \quad (29)$$

$$a_i(t) = \alpha_i s_i(t), \quad (30)$$

$$s_i(t) = f_i[\beta_i V_{\max i}, e_n^*(t)] = \begin{cases} 0, & |e_n^*(t)| \leq \beta_i V_{\max i}, \\ (e_n^*(t) - \beta_i V_{\max i})/e_n^*(t), & |e_n^*(t)| > \beta_i V_{\max i}, \\ (e_n^*(t) + \beta_i V_{\max i})/e_n^*(t), & |e_n^*(t)| < -\beta_i V_{\max i}. \end{cases} \quad (31)$$

$$s_i(t) = f_i[\beta_i V_{\max i}, e_n^*(t)] = \begin{cases} (e_n^*(t) - \beta_i V_{\max i})/e_n^*(t), & |e_n^*(t)| > \beta_i V_{\max i}, \\ (e_n^*(t) + \beta_i V_{\max i})/e_n^*(t), & |e_n^*(t)| < -\beta_i V_{\max i}. \end{cases} \quad (32)$$

$$s_i(t) = f_i[\beta_i V_{\max i}, e_n^*(t)] = \begin{cases} 0, & |e_n^*(t)| \leq \beta_i V_{\max i}, \\ (e_n^*(t) - \beta_i V_{\max i})/e_n^*(t), & |e_n^*(t)| > \beta_i V_{\max i}, \\ (e_n^*(t) + \beta_i V_{\max i})/e_n^*(t), & |e_n^*(t)| < -\beta_i V_{\max i}. \end{cases} \quad (33)$$

$$\beta_i = [\bar{\epsilon}_i + 1/(1 - \alpha_i)]^{1/2}, \quad \bar{\epsilon}_i > 0, \quad \alpha_i \in (0, 1).$$

自校正控制算法归纳如下:

- 1) 测取 $y(t)$, $v(t)$ 和 $w(t)$ 形成 $x_n(t)$ 并求 $x_n^*(t)$.
- 2) 采用辨识算法(26)~(33)式辨识 θ_n .
- 3) 由(17)式校正 S , 由 $R = \hat{T}(1) = D(1) - \hat{L}(1)D(1)$ 校正 R .
- 4) 由下式求控制输入 $u(t)$

$$\bar{x}_n(t)\bar{\theta}_n(t) = [Rw(t) - Qu(t) - Sv(t)]_i, \quad i = 1, \dots, n. \quad (34)$$

由(13)式知, $\bar{x}_n(t)\bar{\theta}_n(t) = [a(z^{-1})y(t) + \beta(z^{-1})u(t) + \beta_2(z^{-1})v(t)]_i$.

4 鲁棒性分析

假设 A , 离线选择的 P 和 Q 满足

$$\det[P(z^{-1})\hat{T}(z)\tilde{B}(z^{-1}) + Q(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})] \neq 0, \quad |z| \geq 1. \quad (35)$$

式中 $\tilde{B}(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1})^{-1} = A(z^{-1})^{-1}B(z^{-1})$, $\det\tilde{B}(z^{-1}) = \det B(z^{-1})$. $\hat{T}(z)$ 是 $T(z)$ 的估计. $\tilde{B}\tilde{A}^{-1}$ 是系统(1)的传递函数的右分式描述. 该假设给出了凑试加权项 P 和 Q 的原则.

引理 1 系统的输入输出方程为

$$(\tilde{B}P\hat{T}(z) + \tilde{Q}A)y(t) = \tilde{B}Rw(t) + (\tilde{Q}B_2 - \tilde{B}S)v(t) + \tilde{Q}\xi(t) + \tilde{B}\hat{e}(t+k), \quad (36)$$

$$\tilde{P}\tilde{T}B + x^{-k}\tilde{A}Q)u(t) = \tilde{A}Rw(t-k) - (\tilde{P}\tilde{T}B_2 + \tilde{A}S)v(t-k) - \tilde{P}\tilde{T}\xi(t) + \tilde{A}\hat{e}(t). \quad (37)$$

式中 $\tilde{B}$, $\tilde{Q}$, $\tilde{A}$ 和 $P\tilde{T}$ 满足

$$\tilde{B}(z^{-1})Q(z^{-1}) = \tilde{Q}(z^{-1})B(z^{-1}), \quad \det\tilde{B}(z^{-1}) = \det B(z^{-1}), \quad (38)$$

$$\tilde{A}(z^{-1})P\tilde{T}(z^{-1}) = \tilde{P}\tilde{T}(z^{-1})A(z^{-1}), \quad \det\tilde{A}(z^{-1}) = \det A(z^{-1}). \quad (39)$$

其中 $\tilde{A}(0) = A(0)$, $\tilde{B}(0) = B(0)$, $P\tilde{T}(z^{-1}) = P(z^{-1})\hat{T}(z^{-1})$, $\tilde{T}(z^{-1}) = z^{-k}\hat{T}(z)$, $\hat{e}(t) = P\tilde{T}(z^{-1})y(t) - Rw(t-k) + Qu(t-k) + Sv(t-k)$.

证 分别用 $\tilde{B}$ 和 $\tilde{A}$ 左乘 $\hat{e}(t+k)$ 的表达式的两边, 然后使用(38)和(39)式可得(36)式和(37)式.

引理 2 假设 A 成立, 本文提出的算法具有如下性质

$$\max_{1 \leq \tau \leq t+k} |\hat{e}_i(\tau)| \geq K_1 \|x_i(t)\| - K_2, \quad K_1 > 0, K_2 > 0. \quad (40a)$$

证 由(38)式和(39)式

$$\det[\tilde{B} P\hat{T}(z) + \tilde{Q}A] = \det[P\hat{T}(z)\tilde{B} + Q\tilde{A}],$$

$$\det[\widetilde{P} \tilde{T}B + z^{-k}\tilde{A}Q] = \det[P\hat{T}(z)\tilde{B} + Q\tilde{A}],$$

使用假设 A, v(t) 和 $\xi(t)$ 的有界性可得

$$\|y(t)\| \leq C_1 + C_2 \max_{1 \leq \tau \leq t+k} |\hat{e}_i(\tau)|, \quad \|u(t)\| \leq C_3 + C_4 \max_{1 \leq \tau \leq t+k} |\hat{e}_i(\tau)|.$$

由 $x_i(t)$ 的定义知

$$\|x_i(t)\| \leq C_5 + C_6 \max_{1 \leq \tau \leq t+k} |\hat{e}_i(\tau)|, \quad 0 < C_5 < \infty, 0 < C_6 < \infty. \quad (40b)$$

于是可得(40)式, 其中 $K_1 = 1/C_6, K_2 = C_5/C_6$.

引理 3 辨识算法(26)~(33)式具有下列特性:

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} f_i[\beta_i V_{\max i}, \hat{e}_i^2(t)]^2 / [1 + x_{ri}^2(t)^T P_i(t-1) x_{ri}(t)] = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (41)$$

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}_{ri}(t) - \hat{\theta}_{ri}(t-d)\| = 0, \quad 0 < d < \infty, \quad i = 1, \dots, n. \quad (42)$$

$$3) \|\hat{\theta}_{ri}(t) - \theta_{ri}\| \leq v(P_i(-1)) \|\hat{\theta}_{ri}(0) - \theta_{ri}\|, \quad i = 1, \dots, n. \quad (43)$$

式中 $v(p_i(-1))$ 表示 $p_i(-1)$ 的条件数.

证 采用文[4]的方法可让(41)~(43)式正确.

所提算法的鲁棒性由下列定理给出.

定理 除了上述假设成立外, 还假设

$$K_1 > \beta_i V_{\max i}. \quad (44)$$

所提算法具有下列性质:

1) 对所有的 $t, y(t)$ 和 $u(t)$ 有界.

$$2) \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{e}_i(t+k)| = \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{T}(z)y(t) - Rv(t) + Qu(t) + Sv(t)|_i \leq \beta_i V_{\max i} n_i(t), \quad i = 1, \dots, n. \quad (45)$$

证 由 $x_{ri}^*(t)$ 的有界性和(41)式知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f_i[\beta_i V_{\max i}, \hat{e}_i^2(t)]^2 = 0. \quad (46)$$

使用(6)式, (29)式和(34)式以及 $x_{ri}(t)$ 和 $\bar{x}_{ri}(t)$ 的定义可得

$$\hat{e}_i(t+k) = \hat{e}_i^*(t+k) + \bar{x}_{ri}^*(t)^T [\hat{\theta}_{ri}(t+k-1) - \hat{\theta}_{ri}(t)], \quad i = 1, \dots, n. \quad (47)$$

由引理3的2)知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_i^*(t+k) = \lim_{t \rightarrow \infty} \hat{e}_i^*(t+k), \quad i = 1, \dots, n. \quad (48)$$

采用(31)式, (32)式, (46)式和(48)式有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{e}_i^*(t+k)| < \beta_i V_{\max i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (49)$$

于是定理中性质 2) 得证. 由(47)式

$$\hat{e}_i(t+k) = \bar{x}_{ri}(t)^T [\hat{\theta}_{ri}(t+k-1) - \hat{\theta}_{ri}(t)] + \hat{e}_i(t+k).$$

使用 Cauchy-Schwartz 等式和 $\|x_i(t)\| \geq \|x_{ri}(t)\| \geq \|\bar{x}_{ri}(t)\|$ 可得

$$|\hat{e}_i(t+k)| \leq \|x_i(t)\| \|\hat{\theta}_{ri}(t+k-1) - \hat{\theta}_{ri}(t)\| + |\hat{e}_i(t+k)|.$$

假设 $x_i(t)$ 无界, 那么存在序列 $\{x(t_s)\}$ 使 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t_s) \rightarrow \infty$. 由引理2知

$$K_1 \|x_i(t_0)\| \leq \|x_i(t)\| \|\hat{\theta}_{n_i}(t_0 + k - 1) - \hat{\theta}_{n_i}(t_0)\| + |e_i(t_0 + k)| + K_2. \quad (50)$$

(50)式两边除以 $\|x_i(t_0)\|$ 可得

$$K_1 \leq \|\hat{\theta}_{n_i}(t_0 + k - 1) - \hat{\theta}_{n_i}(t_0)\| + |e_i(t_0 + k)| / \|x_i(t_0)\| + K_2 / \|x_i(t_0)\|. \quad (51)$$

使用(48)式和(49)式可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t + k)| / n_i(t) < \beta_i V_{\max i}.$$

由 $n_i(t)$ 的定义和(51)式知

$$K_1 \leq \lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t_0 + k)| / \|x_i(t_0)\| \leq \lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t + k)| / n_i(t) < \beta_i V_{\max i}.$$

上式与假设(44)式矛盾,所以 $x_i(t)$ 有界.定理中性质1)成立.

假设(44)式表明: K_1 的大小和正则化后的未建模动态的幅值 $V_{\max i}$ 的大小有关, $V_{\max i}$ 大要求 K_1 也大.由于 $K_1 = 1/C_6$,所以 K_1 大, C_6 就小. C_6 的大小由(40b)式确定.未建模动态越小要求 K_1 就越小, C_6 就越大,(40b)式成立的可能性越大.

如前所述当系统只受到有界干扰且不存在未建模动态时, $M(t) = 0, n_i(t) = 1$.此时广义输出误差为 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t + k)| < \beta_i V_{\max i}$,因为 $1 < \beta_i < 2$,所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e_i(t + k)| < 2V_{\max i}$. $V_{\max i}$ 表示有界干扰的上界.

5 仿真实验

例1 开环不稳定,非最小相位系统由下列模型来描述.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + B_2(z^{-1})v(t) + \xi(t). \quad (52)$$

$$\text{式中 } A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 - 0.8z^{-1} - 0.1z^{-2} & 0.3z^{-1} \\ 0.4z^{-1} & 1 - 0.72z^{-1} - 0.3z^{-2} \end{bmatrix},$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1.36z^{-1} + 1.05z^{-2} + 0.12z^{-3} & 0.92z^{-2} \\ 0.34z^{-1} & z^{-2} + 0.2z^{-3} \end{bmatrix},$$

$$B_2(z^{-1}) = \begin{bmatrix} -0.2z^{-1} - 0.3z^{-2} - 0.23z^{-3} & 0.1z^{-1} + 0.25z^{-2} \\ 0.1z^{-1} + 0.1z^{-2} & -0.1z^{-1} - 0.2z^{-2} + 0.1z^{-3} \end{bmatrix}.$$

$\xi(t)$ 是均值为零方差为 $\text{diag}\{0.02, 0.02\}$ 的有界随机向量,系统的关联矩阵 $T(z) =$

$$\begin{bmatrix} z & 0 \\ -0.25z^2 & z^2 \end{bmatrix}. \text{仿真中假设只知道 } D(z) = \text{diag}\{z, z^2\}. \text{采用文[8]的方法求出 } h_{2s}(z) \text{ 的阶}$$

次2,其参数用辨识算法来辨识. $\bar{A}, \bar{B}$ 和 $\bar{B}_2$ 的阶次都取为1来设计自适应控制器. P 和 Q 取为 $P=I, Q=(1-z^{-1})I, S$ 取为1阶矩阵多项式,由(17)式在线校正. β_i 由(33)式确定. $\bar{\epsilon}_i = 1, \alpha_i = 0.3$.仿真结果如图1所示.它表明:采用具有降阶模型的自适应控制器来控制系统(52)式时,有效地补偿了可测干扰和有界干扰对系统输出的影响.

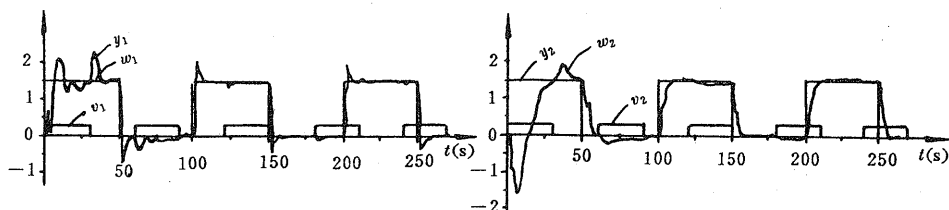


图1 采用鲁棒自适应算法时,系统的输出 y_1, y_2 ,参考输入 w_1, w_2 和可测干扰 v_1 和 v_2

例2 鲁棒自适应前馈控制某钢厂余热锅炉水位和压力的仿真实验.

为了回收转炉炼钢产生的大量余热,炼钢厂安装了余热锅炉,其简单结构如图 2 所示. 锅炉的水位和蒸汽压力的控制关系到余热锅炉能否安全运行和产生的蒸汽质量. 由于转炉炼钢启停频繁导致余热锅炉处于间歇式工作状态,

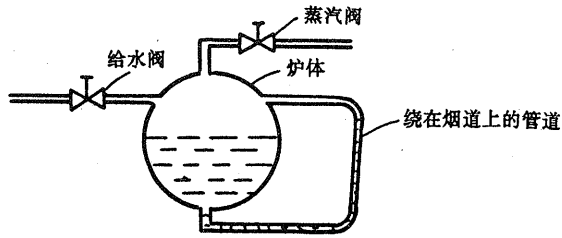


图 2 间歇式余热锅炉的简单结构图

从而使被控对象的参数发生变化,难以采用常规控制策略. 取给水阀门和蒸气阀门的开度为输入 u_1 和 u_2 ; 取水位和蒸汽压力为输出 y_1 和 y_2 ; 取蒸汽的流量为可测干扰. 采用辨识技术建立了余热锅炉给水和蒸汽压力系统在某一工作条件下的数学模型

$$y(t) = A_1 y(t-1) + A_2 y(t-2) + B_0 u(t-1) + B_1 u(t-2) + B_2 u(t-3) + B_{20} v(t-1) + B_{21} v(t-2) + \xi(t).$$

式中

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.9548335 & 8.947768 \times 10^{-3} \\ 1.8282112 \times 10^{-4} & -0.9433212 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.0012374 & 0.0023131 \\ 0 & -0.0034312 \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} -6.346546 \times 10^{-3} & 3.69457 \times 10^{-4} \\ -2.320217 \times 10^{-4} & -2.462164 \times 10^{-1} \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.163331 & 2.197122 \times 10^{-4} \\ -1.1166 \times 10^{-4} & 7.18918 \times 10^{-4} \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0.0012733 & -0.0011232 \\ 0.0007312 & 0.001233 \end{bmatrix}, B_{20} = \begin{bmatrix} -0.234939 \\ 0.3248989 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1134323 \end{bmatrix}.$$

取 $\bar{n}_a=1, \bar{n}_b=1, \bar{n}_{b2}=0, \bar{e}=1, \alpha=0.3$ 来设计本文提出的控制器. 图 3 给出了仿真结果. 从图 3 可以看到控制效果令人满意. 水位和压力的波动范围小于 5%.

6 结 论

理论分析和仿真结果表明本文提出的算法具有下列优点. 1) 存在未建模动态时, 无论是否受到可测干扰和有界不可测干扰都能保证自适应系统稳定运行. 2) 能有效地对可测干扰实现自适应补偿. 3) 能使有界干扰对输出的影响最小. 4) 能控制具有任意关联矩阵的开环不稳定或非最小相位系统. 5) 算法简单.

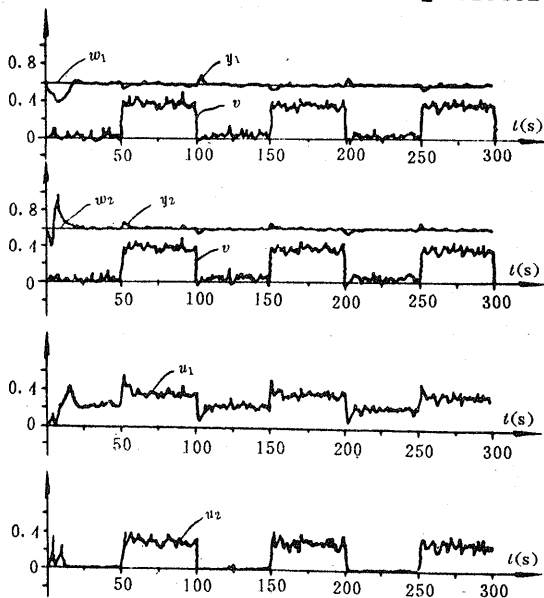


图 3 采用本文算法时, 水位、压力的设定值 w_1, w_2 , 输出值 y_1, y_2 , 蒸汽量 v , 给水阀、蒸汽阀门的开度 u_1 和 u_2

参 考 文 献

- [1] Goodwin, G. C., Ramadge, P. J. and Gaines, P. E.. Discrete Time Stochastic Adaptive Control. SIAM J. Control Optimiz., 1981, 19:829—853
- [2] 柴天佑. 具有一般交互矩阵的多变量系统的随机直接自适应控制. 自动化学报, 1989, 15(6):540—545
- [3] Rohrs, C. E., et al.. Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodelled Dynamics Proc. IEEE Conf. Decision and Control, 1982, USA
- [4] Goodwin, G. C., Lozanoleal, R., Mayne D. Q. and Middleton, R. H.. Rapprochement between Continuous and Discrete Model Reference Adaptive Control. Automatica, 1986, 22(2):199—207
- [5] 顾兴源, 邵诚. 按条件更新参数的自校正控制器. 自动化学报, 1989, 15(3):232—241
- [6] 柴天佑, 郎世俊, 顾兴源. 多变量自校正前馈控制器及其应用. 自动化学报, 1986, 12(3):229—236
- [7] 柴天佑. 具有参数强一致收敛的多变量自校正前馈控制器. 自动化学报, 1991, 17(3):264—272
- [8] 柴天佑, 何顺军. A Design Method for Adaptive Control Systems Possessing Integrity. IFAC International Symposium on Intelligent Tuning and Adaptive Control, Singapore, January, 1991, 15—17
- [9] Cluett, W. R. et al.. Stable Discrete-Time Adaptive Control in the Presence of Unmodelled Dynamics. Proc. ACC, 1987, 713—719

A Multivariable Robust Self-Tuning Controller with Feedforward

CHAI Tianyou and ZHANG Kuigang

(Department of Automatic Control, Northeast University of Technology • Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: In this paper, a multivariable robust self-tuning controller with feedforward is presented. The controller can ensure the stability of the adaptive systems affected by measurable disturbances and bounded disturbances. When it uses low order model to control the high order systems with unknown parameters. It can effectively compensate the measurable disturbance both dynamically and at static state in presence of the unmodelled dynamics between measurable disturbances and system outputs. It can minimize the effect of the bounded disturbance on system outputs in the presence of bounded disturbances. The simulation results for robust adaptive feedforward control of an intermittent afterheat furnace is also given in this paper.

Key words: multivariable systems; robust adaptive control; unmodelled dynamics; feedforward control; bounded disturbance

本文作者简介

柴天佑 1947年生. 1980年毕业于东北电力学院. 1983年和1985年在东北工学院分别获硕士学位和博士学位. 现任东北工学院教授, 工业自动化专业博士生导师, 国务院学科评议组成员. 曾获国家教委科技进步一等奖. 主要研究领域为自适应控制, 系统辨识, 计算机控制等.

张奎刚 1966年生. 1988年毕业于吉林工学院. 1990年在东北工学院自动控制系获工学硕士学位. 现在机械电子工业部沈阳1447所工作. 主要从事多变量鲁棒控制算法和过程控制方面的研究.