

降阶模型误差对输电系统最优励磁控制的 微动态稳定鲁棒性的影响

杨冠鲁 黄东惠

(太原工业大学电机系, 030024)

摘要: 本文探讨了“串级降阶模型误差”(包括控制回路中的惯性环节)对线性二次型(LQ)最优控制的稳定鲁棒性的影响. 指出这种模型误差是造成 LQ 最优控制稳定鲁棒性差的一类重要因素. 然后结合输电系统的实际情况分析计算了降阶模型误差对最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性的影响. 结果表明, 被略去的小惯性时间常数对最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性有较大的影响.

关键词: 励磁系统; LQ 最优控制; 鲁棒稳定性; 参数摄动

1 引言

线性二次型(LQ)最优控制方法已应用于电力系统的控制中, 输电系统的最优励磁控制就是这种控制的一个应用例子. 过去, LQ 最优控制曾被认为有一突出的优点: 它能使系统具有较大的相角稳定裕度和很高的幅值稳定裕度^[1,2]. 但近来的生产实践和研究表明, LQ 最优控制的稳定鲁棒性是很差的, 即当系统的参数发生微小的摄动时, 系统就有可能失去稳定. 因此, 将 LQ 最优控制方法应用于某个系统时, 应特别注意其稳定鲁棒性问题.

什么原因使 LQ 最优控制系统的稳定鲁棒性变差呢? 本文分析了控制回路中存在的惯性环节及控制对象的降阶模型误差对 LQ 最优控制系统稳定鲁棒性的影响, 结果表明, “串级降阶模型误差”是造成 LQ 最优控制系统稳定鲁棒性差的一个很重要的原因.

关于输电系统最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性, 文献[3]中已经就输电系统的非线性对它的影响进行了研究. 其结果为: 对一个可控硅励磁的三阶模型的输电系统所设计的最优励磁控制, 可以将系统的功角微动态稳定极限从没有控制时的 90° 提高至 127° , 提高幅度是显著的. 可见, 输电系统的非线性对其最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性的影响是很小的. 本文就输电系统最优励磁控制的实际情况, 分析计算了降阶模型误差(包括控制回路中的惯性环节)对该系统的微动态稳定鲁棒性的影响. 结果表明降阶模型误差对该系统微动态稳定鲁棒性的影响是较大的. 文中用“参量稳定域”作为控制系统稳定鲁棒性的表征.

2 系统摄动和参量稳定域

设有 n 阶动态系统

$$\dot{x} = f(x, u, w). \quad (1)$$

式中 $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为 n 维状态向量;

$u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ 为 m 维控制向量;

$w = [w_1, w_2, \dots, w_l]^T$ 为系统中可以自由变化的参数所构成的 l 维向量;
 $f = [f_1(x, u, w), f_2(x, u, w), \dots, f_n(x, u, w)]^T$.

定义 1 式(1)所示系统的平衡运行点 (x_e, u_e, w_e) 为满足下列矩阵方程

$$f(x, u, w) = 0 \quad (2)$$

的解. 系统的平衡运行点 (x_e, u_e, w_e) 的改变称为系统摄动. 向量

$$y = [x_e, u_e, w_e]^T$$

称为摄动参量向量.

定义 2 式(1)所示系统的参量稳定域是由该系统的摄动参量向量 y 所构成的 $(n+m+l)$ 维空间 Ω , 当系统的平衡运行点落在 Ω 内时系统是稳定的; 当系统的平衡运行点落在 Ω 外时系统是不稳定的.

3 降阶模型误差对 LQ 最优控制的稳定鲁棒性的影响分析

用于设计 LQ 最优控制的系统模型一般是不准确的, 这必然会影响到这种控制的控制效果. 一种值得注意的模型误差是降阶模型误差. 这种误差是指, 用于设计 LQ 最优控制的系统模型的惯性环节阶数少于实际系统的惯性环节阶数, 系统的稳定性与其惯性环节有着密切的关系, 当用一个具有降阶模型误差的系统模型设计出的 LQ 最优控制器去控制实际系统时, 它对系统稳定的控制效果必然受降阶模型误差的影响.

降阶模型误差一方面由控制对象的模型不准而引起, 另一方面还由于以下原因所致.

对于一个 LQ 最优控制系统, 控制回路虽然在理论上应该是由若干线性比例环节构成, 但在工程实际中, 控制回路中的测量环节、放大环节和执行机构中都程度不同地存在惯性环节. 这些惯性环节在设计系统的 LQ 最优控制时是未予考虑的, 因此, 可把这种惯性环节也视为降阶模型误差, 与控制对象的降阶模型误差一样处理.

在 LQ 最优控制回路的各个支路中, 测量环节、放大环节和执行机构总是前后串联, 它们的惯性环节表现为前后串联, 因此, 在 LQ 最优控制系统中常出现如下定义的串级降阶模型误差.

定义 由 n 个一阶惯性环节前后串联所形成的惯性环节称为 n 阶串级惯性环节(图 1). 在设计某系统的 LQ 最优控制时未予计及的串级惯性环节称为串级降阶模型误差.

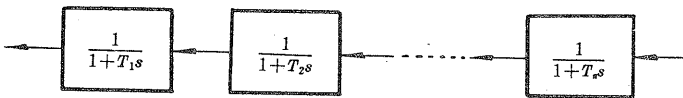


图 1 n 阶串级惯性环节传递函数框图

下面讨论一个具有 2 阶串级降阶模型误差的 LQ 最优控制系统的稳定鲁棒性. 设控制对象为一个 3 阶动态系统

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, u_1). \quad (3)$$

式中

$$x_1 = [x_1, x_2, x_3]^T, \quad u_1 = u, \quad f_1 = [f_1(x_1, u_1), f_2(x_1, u_1), f_3(x_1, u_1)]^T.$$

该系统在某平衡运行点 (x_{1e0}, u_{e0}) 处的微动态线性化状态方程为

$$\Delta \dot{x}_1 = A_{1e0} \Delta x_1 + B_{1e0} \Delta u. \quad (4)$$

对式(4)所示系统设计 LQ 最优控制得反馈增益矩阵为

$$K_1 = [k_1, k_2, k_3].$$

假定在实际实现此控制时,控制回路中的执行机构具有一阶惯性,惯性时间常数为 T_1 ,各反馈支路中的比例放大环节均具有一阶惯性,惯性时间常数均为 T_2 ,则控制回路可等效为三个比例放大支路与两个一阶惯性环节串联(图 2).控制回路模型为

$$\Delta \dot{x}_2 = A_2 \Delta x_2 - B_2 K_1 \Delta x_1. \quad (5)$$

式中

$$\Delta x_2 = \begin{bmatrix} \Delta x_4 \\ \Delta x_5 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & \frac{1}{T_1} \\ 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_2} \end{bmatrix}.$$

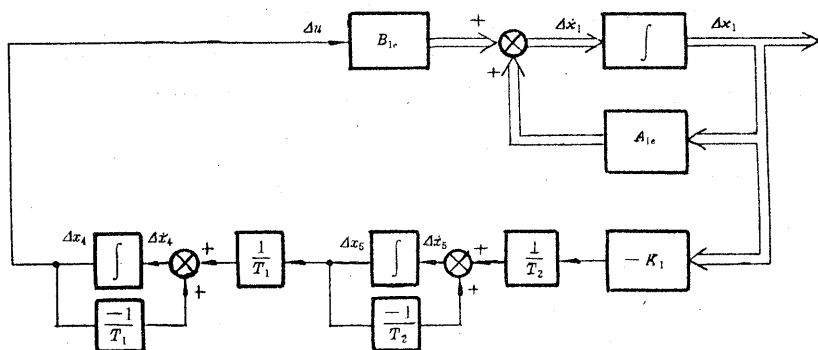


图 2 具有2阶串级降阶模型误差的控制系统

整个控制系统的微动态线性化模型为

$$\Delta \dot{x} = \tilde{A}_e \Delta x. \quad (6)$$

式中

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_e = \begin{bmatrix} A_{1e} & [B_{1e} \ 0] \\ -B_2 K_1 & A_2 \end{bmatrix}.$$

系统的特征多项式为

$$\begin{aligned} \tilde{D}(s) &= |sI_5 - \tilde{A}_e| = \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & [-B_{1e} \ 0] \\ B_2 K_1 & sI_2 - A_2 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} & 0 \\ 0 & s + \frac{1}{T_1} & -\frac{1}{T_1} \\ \frac{1}{T_2} K_1 & 0 & s + \frac{1}{T_2} \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} & 0 \\ 0 & s + \frac{1}{T_1} & -\frac{1}{T_1} \\ 0 & 0 & s + \frac{1}{T_2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} & 0 \\ 0 & s + \frac{1}{T_1} & -\frac{1}{T_1} \\ \frac{1}{T_2} K_1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= |sI_3 - A_{1e}| \begin{vmatrix} s + \frac{1}{T_1} & -\frac{1}{T_1} \\ 0 & s + \frac{1}{T_2} \end{vmatrix} + \frac{1}{T_1} \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} \\ \frac{1}{T_2}K_1 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= |sI_3 - A_{1e}| |sI_2 - A_2| + \frac{1}{T_1 T_2} \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} \\ K_1 & 0 \end{vmatrix} \\
 &= D(s) + D_K(s).
 \end{aligned} \tag{7}$$

式中 I_5, I_3, I_2 分别为阶数 5, 3, 2 的单位矩阵;

$$D(s) = |sI_3 - A_{1e}| |sI_2 - A_2| = s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + a_3 s^2 + a_4 s + a_5 \tag{8}$$

为计及控制回路惯性环节后的开环系统特征多项式;

$$\begin{aligned}
 D_K(s) &= \frac{1}{T_1 T_2} \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} \\ K_1 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{T_1 T_2} \left(\begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} \\ K_1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} & -B_{1e} \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \right) \\
 &= \frac{1}{T_1 T_2} \left(\begin{vmatrix} sI_3 - A_{1e} + B_{1e} K_1 & -B_{1e} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - |sI_3 - A_{1e}| \right) \\
 &= \frac{1}{T_1 T_2} (|sI_3 - A_{1e} + B_{1e} K_1| - |sI_3 - A_{1e}|).
 \end{aligned}$$

因 $|sI_3 - A_{1e} + B_{1e} K_1|$ 与 $|sI_3 - A_{1e}|$ 均为 s 的 3 阶首 1 多项式, 所以 $D_K(s)$ 为 s 的 2 阶多项式, 即

$$D_K(s) = a_{3K} s^2 + a_{4K} s + a_{5K}. \tag{9}$$

其中 a_{3K}, a_{4K}, a_{5K} 均与 K_1 有关.

$$\tilde{D}(s) = s^5 + a_1 s^4 + a_2 s^3 + (a_3 + a_{3K}) s^2 + (a_4 + a_{4K}) s + (a_5 + a_{5K}). \tag{10}$$

根据林纳德-奇帕特稳定判据, 系统稳定的充要条件为

$$a_1 > 0; \quad a_3 + a_{3K} > 0; \quad a_5 + a_{5K} > 0;$$

$$\tilde{\Delta}_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 + a_{3K} & a_2 \end{vmatrix} > 0; \quad \tilde{\Delta}_4 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 & 0 & 0 \\ a_3 + a_{3K} & a_2 & a_1 & 1 \\ a_5 + a_{5K} & a_4 + a_{4K} & a_3 + a_{3K} & a_2 \\ 0 & 0 & a_5 + a_{5K} & a_4 + a_{4K} \end{vmatrix} > 0.$$

现考察条件

$$\tilde{a}_3 = a_3 + a_{3K} > 0 \tag{11}$$

和

$$\tilde{\Delta}_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 + a_{3K} & a_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix} - a_{3K} = \Delta_2 - a_{3K} > 0. \tag{12}$$

式中

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 1 \\ a_3 & a_2 \end{vmatrix}.$$

假定控制对象是开环稳定的, 则有

$$a_3 > 0, \quad \Delta_2 > 0.$$

由条件(11)和(12)可见, 若 $a_{3K} > 0$, 则 $\tilde{\Delta}_2 < \Delta_2$, 由条件(12)所确定的稳定裕度降低; 若 $a_{3K} < 0$, 则 $\tilde{a}_3 < a_3$, 由条件(11)所确定的稳定裕度降低. 这说明控制回路中存在串级降阶模

型误差时,必然使控制系统的某一项稳定必要条件所确定的稳定裕度降低.若控制对象在没有控制时的参量稳定域是由该条件所决定时,当实现 LQ 最优控制后,则必然使系统的参量稳定域减小.在这种情况下,LQ 最优控制的存在,不仅没有使系统的稳定鲁棒性提高,反而使其降低,起了对稳定的破坏作用.由此可见,串级降阶模型误差是使 LQ 最优控制系统的稳定鲁棒性变差的一个重要因素.

4 降阶模型误差对输电系统最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性的影响

在建立输电系统的模型以设计最优励磁控制时,总是或多或少要忽略某些惯性环节.如在建立可控硅励磁方式的输电系统模型时,一般认为可控硅的惯性时间常数很小而予忽略.另外,实现最优励磁控制时,在控制回路中也会引入惯性环节,如测量环节、比例放大环节和移相裂相环节均是有惯性的.这些在设计最优励磁控制时没有计及的惯性环节均为降阶模型误差.下面通过计算来分析降阶模型误差对输电系统最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性的影响.

4.1 系统模型

取文献[3]中给出的可控硅励磁方式的大型汽轮发电机输电系统分析.该系统示于图 3.图中, P_G 为发电机输出功率, ω 为发电机转子电角频率, V_t 为发电机定子电压.

不计可控硅惯性时,控制对象在某平衡运行点(P_{G0} , ω_0 , V_{t0})处的微动态线性化模型取自文献[3],它是一个三阶系统,状态方程为

$$\Delta \dot{x}_1 = A_{10} \Delta x_1 + B_{10} \Delta E_f. \quad (13)$$

式中

$$\Delta x_1 = [\Delta P_G, \Delta \omega, \Delta V_t]^T.$$

系统参数为 $x_T = 0.1$, $x_d = 2.543$, $x_{L1} = x_{L2} = 1.46$, $T_{d0} = 10$ 秒, $H = 8$ 秒, $D = 5$, $V_s = 1$. 系统 (13) 在平衡点 $P_{G0} = 0.5$, $\omega_0 = 314$ 弧度/秒, $V_{t0} = 1$, $E_{f0} = 1.81$ ($\delta_0 = 70^\circ$) 处的 LQ 最优控制增益矩阵为 $K_1 = [44.1 \quad -6.4 \quad 69.1]$. 其中未写单位的量均为标么值.

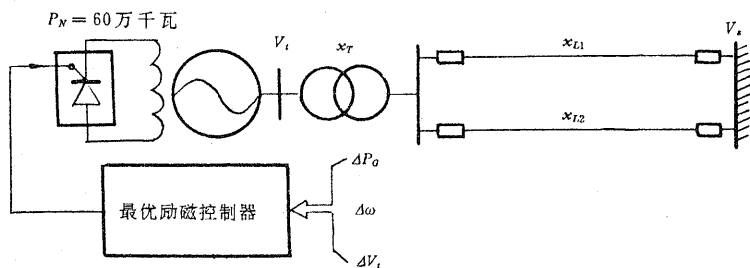


图 3 所研究系统图

当不计可控硅的惯性和控制回路中的惯性时,最优励磁控制可使上述输电系统的功角 δ 的微动态稳定极限提高至 127° .

下面来建立计及可控硅惯性和控制回路惯性时的系统模型.

将可控硅和控制回路中的移相裂相部分等效为一个一阶惯性环节,时间常数为 T_1 ; 将控制回路中的放大器和测量环节等效为一个一阶惯性环节,时间常数为 T_2 . 这两个惯性环节前后串联,构成二阶串级惯性环节,其数学模型为

$$\Delta \dot{x}_2 = A_2 \Delta x_2 + B_2 \Delta u, \quad (14)$$

其中

$$\Delta u = -K_1 \Delta x_1 \tag{15}$$

$$\Delta x_2 = \begin{bmatrix} \Delta E_f \\ \Delta u_r \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_1} & \frac{1}{T_1} \\ 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{T_2} \end{bmatrix}.$$

计及此串级惯性环节后的系统微动态线性化模型为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x}_1 \\ \Delta \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{1s} & [B_{1s} \ 0] \\ -B_2 K_1 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

4.2 小惯性时间常数 T_1, T_2 对最优励磁控制系统微动态稳定鲁棒性的影响

控制回路中的二阶串级惯性环节 (A_2, B_2) 必然会影 响最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性. 以下, 取平衡点功角 δ_0 为摄动变量, 而让 $E_{qe}=1.81, \omega_e=314$ 弧度/秒维持不变, 计算 (A_2, B_2) 中的惯性时间常数 T_1, T_2 对系统微动态稳定鲁棒性的影响. 计算了两种参量稳定域.

4.2.1 δ_0 分别为 $70^\circ, 90^\circ, 110^\circ$ 时, T_1-T_2 微动态稳定域

计算结果如图 4 所示. 图中曲线为稳定域边界, 曲线的上侧为不稳定域, 下侧为稳定域, 各稳定域的边界值分别见表 1、表 2 和表 3.

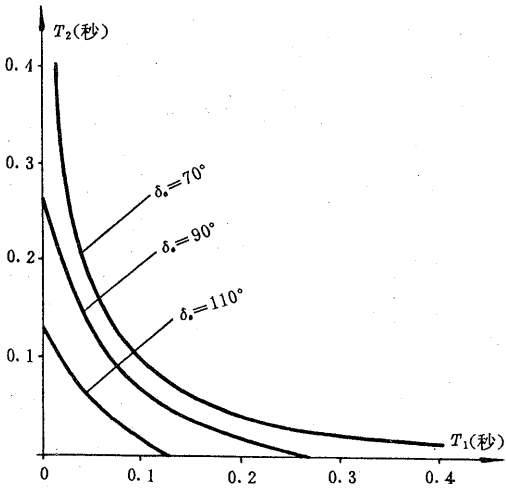


图 4 $\delta_0=70^\circ, 90^\circ, 110^\circ$ 时的 T_1-T_2 微动态稳定域

表 1 $\delta_0=70^\circ$ 时, T_1-T_2 的微动态稳定域边界值

T_1 (秒)	0.0943	0.0580	0.0406	0.0303	0.0217	0.0133
T_2 (秒)	0.0943	0.1500	0.2000	0.2500	0.3000	0.4000

表 2 $\delta_0=90^\circ$ 时, T_1-T_2 的微动态稳定域边界值

T_1 (秒)	0.0838	0.0695	0.0392	0.0195	0.0059	0
T_2 (秒)	0.0838	0.1000	0.1500	0.2000	0.2500	0.2719

表 3 $\delta_0=110^\circ$ 时, T_1-T_2 的微动态稳定域边界值

T_1 (秒)	0.0585	0.0475	0.0345	0.0219	0.0137	0
T_2 (秒)	0.0585	0.0700	0.0850	0.1000	0.1100	0.1269

由图 4 及表 1、表 2、表 3 可见:

当 T_1, T_2 均大于 0.0943 秒时, 即使系统处于设计点 ($\delta_0=70^\circ$), 最优励磁控制也不能使系统稳定运行. 这时, 系统的功角微动态稳定极限 $\delta_{\max}$ 低于 70° .

当 T_1, T_2 均大于 0.0838 秒时, 系统的功角微动态稳定极限 $\delta_{\max}$ 低于 90° . 输电系统没有任何控制时, $\delta_{\max}$ 可达 90° , 而当 T_1, T_2 均大于 0.0838 秒时, 最优励磁控制不仅没有使

系统的微动态稳定极限提高,反而使其降低,即系统的微动态稳定鲁棒性变差.

当 T_1, T_2 均大于 0.0585 秒时,系统的功角微动态稳定极限 $\delta_{\max}$ 低于 110° . 这时系统的 $\delta_{\max}$ 比理想情况 ($T_1=T_2=0$) 下的 127° 有较大幅度的减小. 可见,降阶模型误差的存在,使最优励磁控制的微动态稳定鲁棒性降低较多.

4.2.2 假定 $T_1=T_2, \delta_e-T_1$ 的微动态稳定域

计算结果如图 5 所示, δ_e-T_1 的稳定域边界值见表 4.

由图 5 及表 4 可见:

T_1, T_2 越大,系统的功角微动态稳定极限越小,即系统的微动态稳定鲁棒性越差. 在 $0 \sim 0.14$ 秒范围内, $T_1=T_2$ 稍有增加, $\delta_{\max}$ 则降低很多.

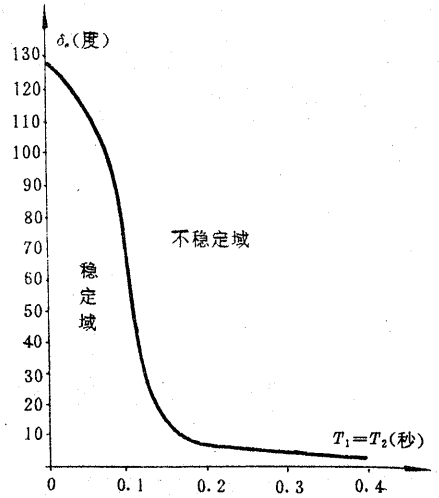


图 5 $T_1=T_2, \delta_e-T_1$ 的微动态稳定域

表 4 $T_1=T_2, \delta_e-T_1$ 的微动态稳定域边界值

$T_1=T_2$ (秒)	0	0.0308	0.0585	0.0838	0.0943	0.1048	0.1229	0.1675	0.4121
$\delta_{\max}$ (度)	127	120	110	90	70	50	30	10	5

5 结 论

1) 本文探讨了 LQ 最优控制系统稳定鲁棒性差的原因,分析了在 LQ 最优控制的设计中存在的串级降阶模型误差对系统稳定鲁棒性的影响. 结果表明,串级降阶模型误差是使 LQ 最优控制系统稳定鲁棒性变差的一个重要因素. 也就是说, LQ 最优控制对串级降阶模型误差的适应能力差.

2) 文中就输电系统励磁最优控制的实际情况,分析计算了励磁控制回路中存在的惯性环节对系统微动态稳定鲁棒性的影响. 结果表明,控制回路中存在的惯性环节对系统的微动态稳定鲁棒性的影响较大. 该惯性环节的时间常数越大,对系统的微动态稳定鲁棒性的影响也越大.

3) 为了加强输电系统励磁最优控制的微动态稳定鲁棒性,一方面应该尽量减小励磁控制回路中的惯性时间常数;另一方面,可将控制回路中的状态变量也引入反馈控制,以减小降阶模型误差.

参 考 文 献

- [1] Kalman, R. E.. When is a Linear Control System Optimal? Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engr., 1964, 86(1):51-60
- [2] Safonov, M. G. and Athans, M.. Gains and Phase Margin for Multiloop LQG Regulators. IEEE Trans., 1977, AC-22(2):173-179
- [3] 卢强,王仲鸿,韩英铎. 输电系统最优控制. 北京:科学出版社,1982
- [4] 郑大钟,王珊珊. 线性二次型最优调节系统的参数稳定域. 清华大学学报,1987,27(1):108-118

Effect of Reduced Order Modelling Error on Micro-Dynamic Robust Stability of Optimal Excitation Regulator in a Transmission System

YANG Guanlu and HUANG Donghui

(Department of Electrical Engineering, Taiyuan University of Technology • Taiyuan, 030024, PRC)

Abstract: In this paper the effect of "serial reduced order modelling error" (including the inertia links in regulation loop) on the robust stability of LQ optimal regulators is analysed. It is shown that the modelling error is one of the important factors that affect the robust stability of LQ optimal regulators. The effect of the modelling error on the micro-dynamic robust stability of an optimal excitation regulator is calculated according to the actual conditions in a transmission system. The results show that the small inertia time constants neglected have a greater effect on the micro-dynamic robust stability of the optimal excitation regulator.

Key words: excitation system; LQ optimal control; robust stability; parameter perturbations

本文作者简介

杨冠鲁 1960年生. 1981年在太原工学院获电力系统及其自动化专业学士. 1982年至1985年在山西电力试验研究所工作. 1988年在太原工业大学获电力专业硕士. 现为该校电机系讲师. 目前研究兴趣为电力系统控制及其鲁棒性, 发电机调节系统的参数辨识, 发电机微机控制.

黄东惠 1935年生. 1957年毕业于清华大学电机系, 1957年至今在太原工业大学电机系电力系统及其自动化专业任教, 副教授, 兼任全国高校教学委员会委员. 多年来一直从事电力系统稳态分析, 电力系统分析, 电力系统自动装置和自动控制理论的教学与研究工作.