第10卷第2期
1993年4月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol,10, No. 2
Apr., 1993

# 估计动态系统噪声的平滑算法

秦超英　戴冠中
(西北工业大学应用数学系·西安,710072)

**摘要**:本文探讨了离散随机线性系统的动态噪声估计问题,得到了在动态系统噪声和量测系统噪声相关情况下,估计动态系统噪声的固定点和固定区间平滑算法.

**关键词**:离散系统;动态噪声;平滑算法

## 1 引　言

在通讯系统、石油勘探、地震预测等问题的某些数据处理中,人们经常要估计动态系统的噪声.文献[1]~[4]对此问题进行了研究,并给出了在动态系统噪声和量测系统噪声不相关条件下,估计动态系统噪声的平滑算法.本文将该方法推广到相关噪声情形,探讨相关噪声条件下动态系统的噪声估计问题,还有助于解决广义动态系统的状态估计问题,此问题的研究将在另文给出.

## 2 问题的描述

考虑离散随机线性系统

$$x(k+1)=F(k)x(k)+\Gamma(k)u(k)+G(k)w(k), \tag{2.1}$$

$$z(k)=H(k)x(k)+v(k). \tag{2.2}$$

其中 $x(k)\in\mathrm{R}^n,u(k)\in\mathrm{R}^r,z(k)\in\mathrm{R}^m,w(k)\in\mathrm{R}^p,v(k)\in\mathrm{R}^m$ 分别是系统(2.1),(2.2)的状态矢量、确定性输入矢量、量测输出矢量、动态系统噪声矢量和量测系统噪声矢量,$F(k),\Gamma(k)$,$G(k),H(k)$分别是已知相应维数的矩阵.假设

1) $\{w(k)\},\{v(k)\}$都是均值为零的独立随机序列,$w(k)$与$v(k)$相关,

且

$$E\left\{\begin{bmatrix}w(k)\\v(k)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}w(j)\\v(j)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\right\}=\begin{bmatrix}Q(k) & S(k)\\S^{\mathrm{T}}(k) & R(k)\end{bmatrix}\delta_{k,j}. \tag{2.3}$$

这里 $E\{\cdot\}$表示期望算子,T 表示矩阵的转置,

$$\delta_{k,j}=\begin{cases}1, & k=j,\\0, & k\neq j.\end{cases}$$

$Q(k)$为 $p\times p$ 阶已知对称非负定矩阵,$R(k)$为 $m\times m$ 阶已知对称正定矩阵,$S(k)$为 $p\times m$ 阶已知矩阵;

2) $E\{x(0)\}=\bar{x}_0$,　$E\{(x(0)-\bar{x}_0)(x(0)-\bar{x}_0)^{\mathrm{T}}\}=P_0$,

且

$$E\{x(0)w^{\mathrm{T}}(k)\}=0,\quad E\{x(0)v^{\mathrm{T}}(k)\}=0,\quad\forall\ k;$$

本文于1991年6月17日收到. 1991年12月31日收到修改稿.

3) 在系统(2.1),(2.2)中除 $u(k)$ 外的所有随机矢量都是正态分布的.

本文的问题是,给定量测输出 $z(1),z(2),\cdots,z(j)$ 后求动态系统噪声 $w(k)$ 的无偏估计 $\hat{w}(k|j)$,使得

$$J = E\{(w(k) - \hat{w}(k|j))^{\mathrm{T}}(w(k) - \hat{w}(k|j))\} \tag{2.4}$$

达到极小. 通常称 $\hat{w}(k|j)$ 为 $w(k)$ 的最小方差估计. 若记

$$z^*(j) = \mathrm{col}[z(1),z(2),\cdots,z(j)].$$

则由统计理论可知,$w(k)$ 基于量测输出 $z^*(j)$ 的最小方差估计为

$$\hat{w}(k|j) = E\{w(k)|z^*(j)\}. \tag{2.5}$$

在正态条件下,考虑到 $E\{w(k)\}=0$,进一步有

$$\hat{w}(k|j) = \mathrm{cov}\{w(k),z^*(j)\}\mathrm{var}^{-1}\{z^*(j)\}[z^*(j) - E\{z^*(j)\}]. \tag{2.6}$$

当 $j<k$ 时,由于 $w(k)$ 与 $z^*(j)$ 不相关,有

$$\hat{w}(k|j) = E\{w(k)|z^*(j)\} = E\{w(k)\} = 0, \quad \forall\, j < k. \tag{2.7}$$

为计算 $\hat{w}(k|j)$ $(j\geqslant k)$,还需下面的引理.

**引理 1**[5] 系统(2.1),(2.2)在假设(1)～(3)下的最优滤波方程为

时间修正

$$\hat{x}(k+1|k) = \overline{F}(k)\hat{x}(k|k) + \Gamma(k)u(k) + U(k)z(k), \tag{2.8}$$

$$P(k+1|k) = \overline{F}(k)P(k|k)\overline{F}^{\mathrm{T}}(k) + G(k)\overline{Q}(k)G^{\mathrm{T}}(k). \tag{2.9}$$

式中

$$U(k) = G(k)S(k)R^{-1}(k), \tag{2.10}$$

$$\overline{F}(k) = F(k) - U(k)H(k), \tag{2.11}$$

$$\overline{Q}(k) = Q(k)S(k)R^{-1}(k)S^{\mathrm{T}}(k). \tag{2.12}$$

量测修正

$$\hat{x}(k|k) = \hat{x}(k|k-1) + K(k)[z(k) - H(k)\hat{x}(k|k-1)], \tag{2.13}$$

$$K(k) = P(k|k-1)H^{\mathrm{T}}(k)[H(k)P(k|k-1)H^{\mathrm{T}}(k) + R(k)]^{-1}, \tag{2.14}$$

$$P(k|k) = [I - K(k)H(k)]P(k|k-1). \tag{2.15}$$

初始条件

$$\hat{x}(0|0) = \bar{x}_0, \quad P(0|0) = P_0. \tag{2.16}$$

证 由(2.1)和(2.2)可得

$$\begin{aligned} x(k+1) &= F(k)x(k) + \Gamma(k)u(k) + G(k)W(k) \\ &\quad + U(k)[z(k) - H(k)x(k) - v(k)] \\ &= [F(k) - U(k)H(k)]x(k) + \Gamma(k)u(k) \\ &\quad + U(k)z(k) + [G(k)w(k) - U(k)v(k)]. \end{aligned}$$

令

$$\overline{F}(k) = F(k) - U(k)H(k),$$

$$\overline{w}(k) = G(k)w(k) - U(k)v(k),$$

有

$$x(k+1) = \overline{F}(k)x(k) + \Gamma(k)u(k) + U(k)z(k) + \overline{w}(k). \tag{2.17}$$

易证,取 $U(k)=G(k)S(k)R^{-1}(k)$ 时 $\overline{w}(k)$ 与 $v(k)$ 不相关,于是应用卡尔曼滤波理论[6]

于(2.17),(2.2)便得引理1.

## 3 固定点平滑

估计 $w(k)$ 的固定点平滑就是求 $\hat{w}(k|k+l)$,其中 $k$ 固定,$l$ 可变.计算 $\hat{w}(k|k+l)$ 的递推算法由下面定理给出.

**定理1** 系统(2.1),(2.2)在假设(1)~(3)下,动态系统噪声 $w(k)$ 的 $l$ 步固定点递推平滑算法为

$$\hat{w}(k|k+l)=\hat{w}(k|k+l-1)+N_w(k|k+l)\tilde{z}(k+l|k+l-1), \tag{3.1}$$

$$N_w(k|k+l)=D_w(k,l)H^T(k+l)[H(k+l)P(k+l|k+l-1)H^T(k+l)+R(k+l)]^{-1}, \tag{3.2}$$

$$D_w(k,l)=D_w(k,l-1)[I-K(k+l-1)H(k+l-1)]^T F^T(k+l-1), \tag{3.3}$$

$$D_w(k,1)=Q(k)G^T(k)-S(k)U^T(k), \tag{3.4}$$

$$\hat{w}(k|k)=S(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k)+R(k)]^{-1}[z(k)-H(k)\hat{x}(k|k-1)]. \tag{3.5}$$

式中

$$\tilde{z}(k+l|k+l-1)=z(k+l)-H(k+l)\hat{x}(k+l|k+l-1). \tag{3.6}$$

$w(k)$ 的误差方差阵满足

$$P_w(k|k+l)=P_w(k|k+l-1)-N_w(k|k+l)[H(k+l)P(k+l|k+l-1)H^T(k+l)+R(k+l)]N_w^T(k|k+l), \tag{3.7}$$

$$P_w(k|k)=Q(k)-S(k)[H(k)P(k|k-1)H^T(k)+R(k)]^{-1}S^T(k). \tag{3.8}$$

其中 $l=1,2,\cdots$,而(3.3)式中 $l=2,3,\cdots$.

证 由(2.5),(2.6)式得

$$\begin{aligned}\hat{w}(k|k+l)&=E\{w(k)|z^*(k|l)\}=E\{w(k)|z^*(k+l-1),z(k+l)\}\\&=E\{w(k)z^*(k+l-1)\}+E\{w(k)|\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\\&=\hat{w}(k|k+l-1)+\operatorname{cov}\{w(k),\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\\&\quad\cdot\operatorname{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\tilde{z}(k+l|k+l-1).\end{aligned}$$

令

$$N_w(k|k+l)=\operatorname{cov}\{w(k),\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\operatorname{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}, \tag{3.9}$$

得

$$\hat{w}(k|k+l)=\hat{w}(k|k+l-1)+N_w(k|k+l)\tilde{z}(k+l|k+l-1). \tag{3.10}$$

由(2.2)式,并考虑到 $\tilde{x}(k+l|k+l-1)$ 与 $v(k+l)$ 不相关,有

$$\begin{aligned}\operatorname{var}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}&=\operatorname{var}\{H(k+l)\tilde{x}(k+l|k+l-1)+v(k+l)\}\\&=H(k+l)P(k+l|k+l-1)H^T(k+l)+R(k+l).\end{aligned} \tag{3.11}$$

由于 $w(k)$ 和 $\tilde{z}(k+l|k+l-1)$ 的均值为零,故

$$\begin{aligned}\operatorname{cov}\{w(k),\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}&=E\{w(k)\tilde{z}^T(k+l|k+l-1)\}\\&=E\{w(k)[H(k+l)\tilde{x}(k+l|k+l-1)+v(k+l)]^T\}\\&=E\{w(k)\tilde{x}(k+l|k+l-1)\}H^T(k+l).\end{aligned}$$

记

$$D_w(k,l)=E\{w(k)\tilde{x}^T(k+l|k+l-1)\}, \tag{3.12}$$

得

$$\operatorname{cov}\{w(k),\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}=D_w(k,l)H^{\mathrm{T}}(k+l). \tag{3.13}$$

将(3.11)式和(3.13)式代入(3.9)式便得到(3.2)式. 为了导出 $D_w(k,l)$ 的递推公式，先求 $\tilde{x}(k+l-1)$ 与 $\tilde{x}(k+l-1|k+l-2)$ 的关系式. 用(2.17)式减去(2.8)式，并且将 $k$ 换成为 $k+l-1$，得

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+l|k+l-1)=&\overline{F}(k+l-1)\tilde{x}(k+l-1|k+l-1)\\&+G(k+l-1)w(k+l-1)\\&-U(k+l-1)v(k+l-1).\end{aligned} \tag{3.14}$$

用 $x(k)$ 减去(2.13)式两端并将 $k$ 换成 $k+l-1$，同时利用(2.2)式得

$$\begin{aligned}\tilde{x}(k+l-1|k+l-1)=&[I-K(k+l-1)H(k+l-1)]\tilde{x}(k+l-1|k+l-2)\\&-K(k+l-1)v(k+l-1).\end{aligned} \tag{3.15}$$

将(3.15)式代入(3.14)式得

$$\begin{aligned}&\tilde{x}(k+l|k+l-1)\\&=\overline{F}(k+l-1)[I-K(k+l-1)H(k+l-1)]\tilde{x}(k+l-1|k+l-2)\\&\quad-\overline{F}(k+l-1)K(k+l-1)v(k+l-1)\\&\quad+G(k+l-1)w(k+l-1)-U(k+l-1)v(k+l-1).\end{aligned} \tag{3.16}$$

当 $l>1$ 时，将(3.16)式代入(3.12)式便得(3.3)式. 而当 $l=1$ 时，由(3.14)式并考虑到 $w(k)$ 与 $\tilde{x}(k|k)$ 不相关，

有

$$D_w(k,1)=E\{w(k)\tilde{x}^{\mathrm{T}}(k+1|k)\}=Q(K)G^{\mathrm{T}}(k)-S(k)U^{\mathrm{T}}(k). \tag{3.17}$$

由于 $w(k)$ 与 $z^*(k-1)$，$\tilde{x}(k|k-1)$ 均不相关，

有

$$\begin{aligned}\hat{w}(k|k)&=E\{w(k)|z^*(k)\}=E\{w(k)|z^*(k-1),z(k)\}\\&=E\{w(k)|z^*(k-1)\}+E\{w(k)|\tilde{z}(k|k-1)\}\\&=E\{w(k)\}+\operatorname{cov}\{w(k),\tilde{z}(k|k-1)\}\\&\quad\cdot\operatorname{var}^{-1}\{\tilde{z}(k|k-1)\}\tilde{z}(k|k-1)\\&=E\{w(k)[H(k)\tilde{x}(k|k-1)+v(k)]^{\mathrm{T}}\}\\&\quad\cdot\operatorname{var}^{-1}\{H(k)\tilde{x}(k|k-1)+v(k)\}\tilde{z}(k|k-1)\\&=S(k)[H(k)P(k|k-1)H(k)+R(k)]^{-1}\tilde{z}(k|k-1).\end{aligned} \tag{3.18}$$

下面推导 $w(k)$ 的误差方差阵 $P_w(k|k+l)$ 的递推公式. 用 $w(k)$ 减去(3.10)式两端得

$$\hat{w}(k|k+l)=\hat{w}(k|k+l-1)-N_w(k|k+l)\tilde{z}(k+l|k+l-1). \tag{3.19}$$

考虑到 $\tilde{w}(k|k+l)$，$\tilde{w}(k|k+l-1)$，$\tilde{z}(k+l|k+l-1)$ 的均值为零，$\tilde{w}(k|k+l)$ 与 $\tilde{z}^{\mathrm{T}}(k+l|k+l-1)$ 不相关，由(3.19)，(3.11)式得

$$\begin{aligned}P_w(k|k+l-1)&=E\{\tilde{w}(k|k+l-1)\tilde{w}^{\mathrm{T}}(k|k+l-1)\}\\&=E\{[\tilde{w}(k|k+l)+N_w(k|k+l)\tilde{z}(k+l|k+l-1)][\text{same}]^{\mathrm{T}}\}\\&=P_w(k|k+l)+N_w(k|k+l)[H(k+l)P(k+l|k+l-1)H^{\mathrm{T}}(k+l)\\&\quad+R(k+l)]N_w^{\mathrm{T}}(k+l).\end{aligned} \tag{3.20}$$

由(3.18)式，并注意到 $E\{w(k)\tilde{z}^{\mathrm{T}}(k|k-1)\}=S(k)$，

得

$$P_w(k|k)=E\{\tilde{w}(k|k)\tilde{w}^{\mathrm{T}}(k|k)\}$$
$$=Q(k)-S(k)[H(k)P(k|k-1)H^{\mathrm{T}}(k)+R(k)]^{-1}S^{\mathrm{T}}(k).$$

证毕.

## 4 固定区间平滑

$w(k)$的固定区间平滑即求$\hat{w}(k|N)(k\leqslant N)$，其中$N$固定，$k$可变. $\hat{w}(k|N)$的算法由下面定理给出.

**定理2** 系统(2.1)，(2.2)在假设(1)～(3)条件下，$w(k)$的固定区间递推平滑算法为

$$\hat{w}(k|N)=\hat{w}(k|k)+D_w(k,1)r(k+1|N), \tag{4.1}$$

$$r(k+1|N)=\varphi(k+1)r(k+2|N)+H^{\mathrm{T}}(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)H^{\mathrm{T}}(k+1)+R(k+1)]^{-1}\tilde{z}(k+1|k), \tag{4.2}$$

$$r(N+1|N)=0, \tag{4.3}$$

$$\varphi(k+1)=\{\overline{F}(k+1)[I-K(k+1)H(k+1)]\}^{\mathrm{T}}. \tag{4.4}$$

平滑误差方差阵为

$$P_w(k|N)=P_w(k|k)-D_w(k,1)S(k+1|N)D_w^{\mathrm{T}}(k,1), \tag{4.5}$$

$$S(k+1|N)=\varphi(k+1)S(k+2|N)\varphi^{\mathrm{T}}(k+1)+H^{\mathrm{T}}(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)\cdot H^{\mathrm{T}}(k+1)+R(k+1)]^{-1}H(k+1), \tag{4.6}$$

$$S(N+1|N)=0. \tag{4.7}$$

其中$k=N-1,N-2,\cdots,1,0$；$D_w(k,1)$满足(3.4)式.

证 在(3.1)式取$k=N-1,l=1$，有

$$\begin{aligned}\hat{w}(N-1|N)&=\hat{w}(N-1|N-1)+N_w(N-1|N)\tilde{z}(N|N-1)\\&=\hat{w}(N-1|N-1)+D_w(N-1,1)H^{\mathrm{T}}(N)[H(N)P(N|N-1)H^{\mathrm{T}}(N)\\&\quad+R(N)]^{-1}\tilde{z}(N|N-1).\end{aligned} \tag{4.8}$$

令

$$r(N|N)=H^{\mathrm{T}}(N)[H(N)P(N|N-1)H^{\mathrm{T}}(N)+R(N)]^{-1}\tilde{z}(N|N-1), \tag{4.9}$$

$$r(N+1|N)=0, \tag{4.10}$$

则(4.1)式，(4.2)式对$k=N-1$成立. 为导出一般式，首先递推(3.3)式，并且记$\varphi(k+1)=\{\overline{F}(k+1)[I-K(k+1)H(k+1)]\}^{\mathrm{T}}$，

得

$$D_w(k,l)=D_w(k,1)\prod_{j=1}^{l-1}\varphi(k+j),\quad l=2,3,\cdots. \tag{4.11}$$

在(3.1)式中令$l=N-k$，并递推该式有

$$\begin{aligned}\hat{w}(k|N)&=\hat{w}(k|k)+\sum_{l=1}^{N-k}N_w(k|k+l)\tilde{z}(k+l|k+l-1)\\&=\hat{w}(k|k)+\sum_{l=1}^{N-k}D_w(k,l)H^{\mathrm{T}}(k+l)\\&\quad\cdot\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\tilde{z}(k+l|k+l-1)\\&=\hat{w}(k|k)+D_w(k,1)\{H^{\mathrm{T}}(k+1)\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+1|k)\}\tilde{z}(k+1|k)\end{aligned}$$

$$+\sum_{l=2}^{N-k}\Big[\prod_{j=1}^{l-1}\varphi(k+j)\Big]H^{\mathrm{T}}(k+l)\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}. \tag{4.12}$$

令

$$\begin{aligned}r(k+1|N)=&H^{\mathrm{T}}(k+1)\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+1|k)\}\tilde{z}(k+1|k)\\&+\sum_{l=2}^{N-k}\Big[\prod_{j=1}^{l-1}\varphi(k+j)\Big]H^{\mathrm{T}}(k+l)\\&\cdot\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\tilde{z}(k+l|k+l-1),\end{aligned} \tag{4.13}$$

则有

$$\hat{w}(k|N)=\hat{w}(k|k)+D_w(k,1)r(k+1|N). \tag{4.14}$$

由于(4.13)式右边第二项有

$$\begin{aligned}&\sum_{l=2}^{N-k}\Big[\prod_{j=1}^{l-1}\varphi(k+j)\Big]H^{\mathrm{T}}(k+l)\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\tilde{z}(k+l|k+l-1)\\&=\varphi(k+1)\{H^{\mathrm{T}}(k+2)\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+2|k+1)\}\tilde{z}(k+2|k+1)\\&\quad+\sum_{l=3}^{N-k}\Big[\prod_{j=2}^{l-1}\varphi(k+j)\Big]H^{\mathrm{T}}(k+l)\\&\quad\cdot\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\tilde{z}(k+l|k+l-1)\}\\&=\varphi(k+1)\{H^{\mathrm{T}}(k+2)\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+2|k+1)\}\tilde{z}(k+2|k+1)\\&\quad+\sum_{l=2}^{N-k-1}\Big[\prod_{j=1}^{l-1}\varphi(k+l+j)\Big]H^{\mathrm{T}}(k-1+l)\\&\quad\cdot\mathrm{var}^{-1}\{\tilde{z}(k+1+l|k+l)\}\tilde{z}(k+1+l|k+l)\}\\&=\varphi(k+1)r(k+2|N).\end{aligned} \tag{4.15}$$

将(4.15)式代入(4.13)式得(4.2)式，下面推导误差方差阵的递推公式.

记

$$S(k+1|N)=E\{r(k+1|N)r^{\mathrm{T}}(k+1|N)\}. \tag{4.16}$$

由于 $r(k+2|N)$ 是 $\tilde{z}(N|N-1),\tilde{z}(N-1|N-2),\cdots,\tilde{z}(k+2|k+1)$ 的线性组合，因此，$E\{r(k+2|N)\tilde{z}^{\mathrm{T}}(k+1|k)\}=0$，将(4.2)式代入(4.16)式便得到(4.6)式，考虑到(4.3)式便得(4.7)式. 用 $w(k)$ 减(4.14)式两端，并移项后可得

$$\tilde{w}(k|k)=\tilde{w}(k|N)+D_w(k,1)r(k+1|N). \tag{4.17}$$

因 $r(k+1|N)$ 实际上是 $z(1),z(2),\cdots,z(N)$ 的线性组合，故 $E\{W(k|N)\hat{r}^{\mathrm{T}}(k+1|N)\}=0$，于是由(4.17)式得

$$P_w(k|k)=E\{\tilde{w}(k|k)\tilde{w}^{\mathrm{T}}(k|k)\}=P_w(k|N)+D_w(k,1)S(k+1|N)D_w^{\mathrm{T}}(K,1).$$

证毕.

## 5 结　论

本文实质上是在动态系统噪声 $w(k)$ 的统计特性(期望值和协方差阵)已知的条件下，采用最小方差估计准则，估计 $w(k)$ 的一个实现. 这一问题采用 Bayes 方法早已解决，本文的特点是推导了递推计算公式，便于实际应用. 关于算法的稳定性问题是一个较为复杂的问题，有待进一步去探讨.

## 参 考 文 献

[1] Mendel, J. M.. White Noise Estimators for Seismic Data Processing in Oil Exploration. IEEE Trans, Auto. Contr., 1977, AC-22:694—706

[2] Mendel, J. M.. Minimum-Variance Deconvolution. IEEE Trans, Geosci Remote Sensing, 1981, 19:161—171

[3] Mendel, J. M.. Optimal Seismic Deconvolution: An Estimation-Based Approach. New York: Academic, 1983

[4] Dai, G. Z. and Mendel, J. M.. A Straightforward and Unified Approach to the Derivation of Minimum-Variance Deconvolution Algorithms. IEEE Trans., Automat. Contr., 1986, AC-31(1):80—83

[5] Hamid, R. H.. Decentrailized Structures for Parallel Kalman Filtering. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988, AC-33 (1):88—94

[6] Lewis, F. L.. Optimal Estimation. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1986

# The Smoothing Algorithms of the Dynamic Noise Estimation

QIN Chaoying and DAI Guangzhong

(Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University · Xi'an, 710073, PRC)

**Abstract**: The purpose of this note is to give the fixed-point and fixed-interval smoothing algorithms for the dynamic noises and the error covariances of a linear discrete-time stochastic system whose dynamics and observation noises are correlated.

**Key words**: discrete-time system; dynamic noise; smoothing algorithms

## 本文作者简介

**秦超英**　1958 年生. 1981 年毕业于西北工业大学应用数学系. 现为西北工业大学应用数学系讲师、在职博士生. 研究方向为广义系统，估计理论及随机控制.

**戴冠中**　见本刊 1993 年第 1 期第 12 页.