

# 一种新的离散事件系统监督器综合方法

蒋智平 吴智铭

(上海交通大学自动控制系, 200030)

**摘要:** 我们把一个待控离散事件系统中各离散事件赋予满足一定限制条件的控制值并由此得到一个 Mealy 型自动机。再利用 Mealy 型自动机到 Moore 型自动机的标准转换算法便得到一个状态赋(控制)值监督器。删除该监督器中所有不可达状态(及对应的子事件串)便获得一个不含多余状态的最大监督器。

**关键词:** 离散事件系统; 监督器; 自动机; 语言

## 1 引言

Ramadge 和 Wonham 等人首创的离散事件系统监督控制思想把一个受控离散事件系统(CDES)用一个五元组  $G_o = (Q, \Sigma, \delta_o, q_0, Q_m)$  表示。其中,  $Q$  是状态集;  $\Sigma$  是事件集;  $q_0$  是初始状态;  $Q_m \subseteq Q$  是标识状态集;  $\delta_o: \Sigma \times Q \rightarrow Q$  是状态转移(偏)函数<sup>[1]</sup>。一般,  $G_o$  是一个确定自动机:i)  $q_0$  是唯一的, ii)  $\delta_o$  是良定的(以下记为!)。 $\delta_o$  很容易扩展为  $\Sigma^* \times Q \rightarrow Q$  的(偏)函数并规定  $\delta_o(\sigma\sigma, q)!$  当且仅当  $\delta_o(\sigma, q')!$  和  $\delta_o(\sigma, q) = q'!$ 。

设  $\Sigma^*$  表示由  $\Sigma$  中任意事件符号构成的一切有限长字符串集合, 则  $G_o$  所生成的语言  $L(G_o)$  及  $G_o$  可标识的语言  $L_m(G_o)$  分别为

$$L(G_o) = \{w: w \in \Sigma^* \wedge \delta_o(w, q_0)!\},$$

$$L_m(G_o) = \{w: w \in L(G_o) \wedge \delta_o(w, q_0) \in Q_m\}.$$

我们把  $G_o$  的监督器  $S$  理解为一个 Moore 型自动机  $S = (X, \Sigma, \xi, x_0, X_m, \eta, \Gamma)$ 。其中,  $X$  是状态集;  $\xi: \Sigma \times X \rightarrow X$  是状态转移(偏)函数;  $x_0$  是初始状态;  $X_m \subseteq X$  是标识状态集;  $\Gamma = \{0, 1\}^\Sigma$  是控制模式集;  $\eta: X \rightarrow \Gamma$  是一个状态输出(全)函数。 $\Sigma$  的定义同前。

让  $S$  的状态转移由  $G_o$  中的事件驱动, 而  $G_o$  的状态转移受  $S$  的状态输出控制模式约束, 我们便得到一个闭环受监督离散事件系统(SDES)  $S/G_o = (X \times Q, \Sigma, \xi \times \delta_o, (x_0, q_0), X_m \times Q_m)$ , 其中  $(\xi \times \delta_o)(\sigma, x, q)!$  当且仅且  $\delta_o(\sigma, x)!$   $\wedge \xi(\sigma, x)!$   $\wedge \eta(x)(\sigma) = 1$ 。实际上,  $S/G_o$  只不过是一个以  $\xi \times \delta_o$  作为转移函数的确定自动机, 而由  $S/G_o$  所生成的语言  $L(S/G_o)$  由  $S$  关于  $G_o$  的完备性来描述:i)  $s \in L(S/G_o)$ , ii)  $\sigma\sigma \in L(G_o)$ , iii)  $\eta(\xi(s, x_0))(\sigma) = 1$  隐指 iv)  $\sigma\sigma \in L(S/G_o)$ 。 $S/G_o$  所标识的语言记为  $L_m(S/G_o)$ , 而  $G_o$  由  $S$  所控制的语言  $L_o(S/G_o)$  被定义为

$$L_o(S/G_o) = L(S/G_o) \cap L_m(G_o).$$

任给  $L \subseteq \Sigma^*$ ,  $L$  的闭包  $\bar{L}$  被定义为  $\bar{L} = \{s: s \in \Sigma^* \wedge (\exists t) t \in \Sigma^* \wedge st \in L\}$ 。为  $G_o$  设计监督器  $S$ (即监督器综合)是指在  $S/G_o$  满足规定的约束条件下  $S$  对  $G_o$  的限制尽可能少且保证  $S$  是正则的(proper)<sup>[1]</sup>, 即满足

$$\overline{L_m}(S/G_0) = \overline{L_o}(S/G_0) = L(S/G_0).$$

为了对  $G_0$  实施监控, 我们特别把  $\Sigma$  区分为可控的  $\Sigma_c$  和不可控的  $\Sigma_u$  两部分并有  $\Sigma = \Sigma_c \cup \Sigma_u$  和  $\Sigma_c \cap \Sigma_u = \emptyset$ .

## 2 一类 DES 监督器的求解原理

Lin 等人曾提出过一种监督器综合方案<sup>[2]</sup>, 其方法是把  $L(G_0)$  中的禁止事件串集  $\Sigma^* F \Sigma^*$  及禁止状态域  $\langle Q_f \rangle$  剔除. 其中的  $F$  代表  $G_0$  中的禁止事件子串(集). 由于  $F$  中的禁止事件子串中可能含有(无穷多)非禁止事件子串, 因此, 就一般意义上讲要从  $G_0$  中找出  $F$  并不容易(实际上[2]中并没给出求得  $F$  的方法). 另一方面, 我们注意到,  $F$  中所有子串只有在它们的前趋事件不阻止它们时才能发生, 换句话说, 如果适当对  $G_0$  中各事件赋予某个控制  $\gamma \in \{0, 1\}^{\Sigma}$  而使其后继事件的发生受  $\gamma$  约束则可阻止  $F$  中事件子串的发生. 不过, 由于  $G_0$  的动态性质, 在决定后继事件能否发生时可能还要参考其前面更多的发生事件. 至于  $\langle Q_f \rangle$ , 对应于所有进入  $Q_f$  的事件均需被禁止. 形式上, 我们把  $G_0$  中各发生事件赋予控制值的系统记为  $G$ :

$$G = (Q, \Sigma, \delta_0, q_0, Q_m, \theta, \Gamma).$$

其中  $Q, \Sigma, \delta_0, q_0, Q_m$  及  $\Gamma$  定义如前.  $\theta: \Sigma \times Q \rightarrow \Gamma$  是  $G$  的事件输出函数, 代表对后继可控事件的控制值.

显然,  $G$  对应于 Mealy 型自动机, 由[3]中定理 8 的 4.2(B), 可构造一个多项式时间算法将  $G$  转换成对应的 Moore 型自动机  $G'$ . 下面考虑一类特殊 DES 监督器综合问题, 即  $G_0$  中某个事件的发生与否仅决定于它的一个前趋事件. 设

$$F_s(G_0) := \{S : S \text{ 是按[2]得到的 } G_0 \text{ 的最大正则监督器}\},$$

$$F_{\sigma}(G_0) := \{G' : \text{对 } G_0 \text{ 中各事件赋控制得到的 } G \text{ 的 Moore 型自动机}\}.$$

**引理 1** 任给  $S \in F_s(G_0)$ , 应用[3]中定理 8 的 4.2(A) 可得到一个 Mealy 型自动机  $S'$ .

**证** 由于  $S$  是按[2]得到的, 故  $L(S) \subseteq L(G_0)$ , 从而  $L(S') \subseteq L(G_0)$ . 现把  $S'$  扩充为  $G'$  使  $L(G') = L(G_0)$ . 由于  $S$  的最大性,  $S'$  的扩充仅涉及某些以可控事件开始的子串. 即如果  $u \in L(S')$  但  $uw \in L(G') - L(S)$  则  $w \in \Sigma_c$ , 否则  $S$  的最大性要求  $uw \in L(S) = L(S')$ . 我们让所有这样扩充的  $w$  赋予控制值  $\gamma = \{0\}^{\Sigma}$  且让任给  $uw \in L(G_0)$  则  $uw \in L(G')$ . 这样  $L(S) \subseteq L(G')$ , 也即  $S \in F_{\sigma}(G_0)$ . 证毕.

由引理 1 及  $F_{\sigma}(G_0)$  的定义, 当  $G_0$  中的禁止事件子串仅决定于它前面的一个发生事件时, 通过对  $G_0$  中各发生事件适当分配控制  $\gamma$  便能得到一个能转换成最大正则监督器的 Moore 型自动机  $G'$ ; 如果  $G'$  不存在则  $S$  也不存在. 由此, 求  $G_0$  的最大监督器问题归结为:

i) 寻找  $G_0$  上各事件的控制分配获得一个 Mealy 型自动机  $G$ , ii) 将  $G$  转换为  $G'$ .

## 3 $G'$ 的求解算法及示例

给定  $G_0$ , 一般有多种控制分配使对应的  $G'$  为最大正则监督器, 但我们只要获得一种便可以了. 这使  $G'$  的求解大大简化. 下面给出的算法假定  $\sigma\sigma$  是  $L(G_0)$  的子串并知道该  $\sigma_i\sigma_j$  是否允许发生.

**算法 1** 把  $G_0$  转换成对应的最大正则监督器  $G'$ .

输入:  $G_0$  及  $F$ , 一般  $F$  与状态有关. 输出:  $G'$ .

说明  $\theta_k(\sigma_j, q)$  表示  $\theta(\sigma_j, q)$  的  $\|\Sigma\|$  个分量中的第  $k$  个分量.

```

1) FOR  $i := 0 \sim \|Q\| - 1$ 
2)   FOR  $j := 0 \sim \|\Sigma\| - 1$ 
3)     BEGIN IF  $\delta_o(\sigma_j, q_i) \neq \text{NIL}$  THEN  $\theta(\sigma_j, q_i) := \{1\}^{\Sigma}$ 
4)       FOR  $k := 0 \sim \|\Sigma\| - 1$ 
5)         IF  $\delta_o(\sigma_k \sigma_o(\sigma_j, q_i)) \neq \text{NIL} \wedge \sigma_j \sigma_k \in F \wedge \theta_k(\sigma_j, q_i) = 1$ 
           THEN  $\theta_k(\sigma_j, q_i) := 0$ 
    END;

```

6) 利用[3]中定理 8 的 4.2(B) 得到对应的 Moore 型自动机  $G'$ .

由此得到的  $G'$  的最大性是显而易见的, 因为在上述构造  $G_o$  的 Mealy 型自动机  $G$  的过程中(算法中第 1~第 5 行), 对  $G_o$  中任何子串, 除非必须被禁止, 否则总让其控制赋值为 1.

例 1 考虑一个有二个用户共享一个资源的 DES(见图 1).

每个用户由  $G_i (i=1, 2)$  模拟. 其中各事件符号含义如下: ( $i=1, 2$ )

$q_i$ : 用户  $i$  请求资源;  $u_i$ : 用户  $i$  使用资源;  $r_i$ : 用户  $i$  释放资源;  $c_i$ : 表示对应的事件是可控的.

$G_1$  和  $G_2$  的联合行为由它们的“混洗”(shuffle)  $G_o = G_1 \parallel G_2$  来模拟(见图 2). 我们假设<sup>[1]</sup>:

- i) 二个用户不能同时使用资源;
- ii) 用户 1 和用户 2 公平使用资源.

结合上述 i) 和 ii) 应用算法 1, 当算法执行完第 5 行后得  $G_o$  的 Mealy 型自动机, 图 2 中斜杠下面的数字表示对  $u_1 u_2$  的控制值.

当算法执行完第 6 行再简化后可得图 3 所示 Moore 型自动机  $G'$ . 这个结果和 [1, 2] 中的相同. 注意到该监督器各状态上的控制值与 [1, 2] 中的不尽相同, 但它对  $G_o$  的控制作用(即闭环行为)相同.

例 2 仍以例 1 中的  $G_o$  为例, 但增加另一个附加限制条件:

iii) 一旦用户  $i$  获得资源, 则以后用户  $i$  将有更高的优先权使用资源, 除非回到初始状态.

由于 iii), 在  $G_o$  的状态 4 我们不能仅依据前面发生的事件而决定  $u_1$  或  $u_2$  是否发生, 而必须根据再上一个发生事件才能决定.

为此可以把  $G_o$  的状态 3 和状态 1 裂解, 见图 4. 根据裂解后的  $G_o$  应用算法 1 后可得对应的 Moore 型自动机(即监督器). 化简后得图 5 所示监督器.

必须指出的是  $G_o$  在状态裂解前后识别的语言是完全相同的.

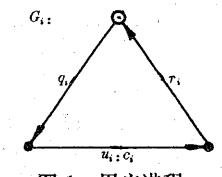


图 1 用户进程

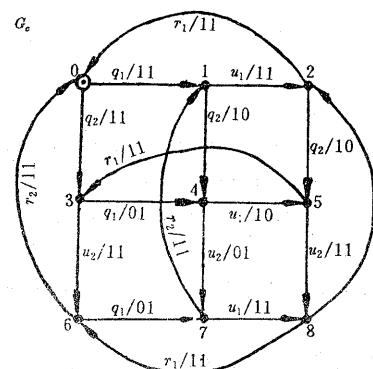


图 2  $G_o = G_1 \parallel G_2$  的监督器

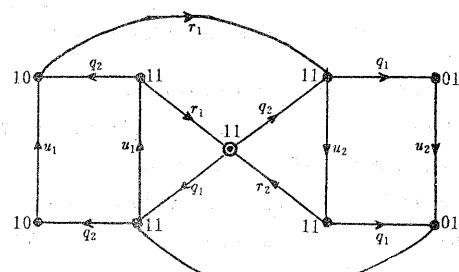


图 3  $G_o$  的监督器

## 4 几点说明

1) 为了简化计算,在实际应用[3]中定理 8 的 4.2(B)时,我们可以把具有相同控制赋值事件到某状态直接作为该状态的控制输出.例如在图 2 中由于进入状态 0 的所有事件上的控制赋值均为 11,所以图 3,4 的状态 0 上的输出控制为 11.

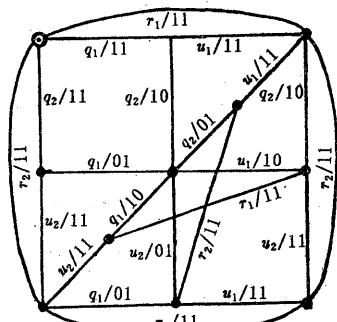


图 4 状态裂解后的  $G_c$

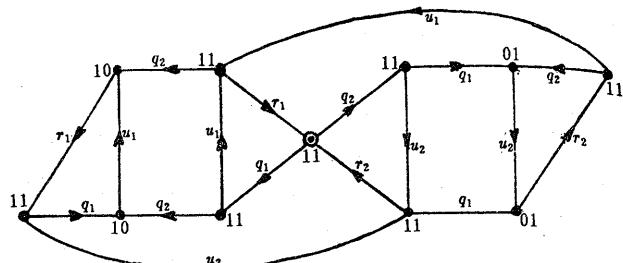


图 5  $G_c$  的另一个监督器

2) 算法 1 仅适合  $G_c$  在演化过程中下一事件的发生完全决定于它上一个事件发生的情况. 这时, 不难证明, 该算法能在多项式时间内求得  $G_c$  的监督器.

3) 为了保证监督器的完备性, 可在求得的  $G'$  中把不允许控制为 1 的状态控制输出全改为 0.

## 参 考 文 献

- [1] Ramadge, P. J. and Wonham, W. M. Supervisory Control of a Class of Discrete-Event Processes. *SIAM J Contr. Optim.*, 1987, 25(1):206—230
- [2] Lin, F. et al. Supervisor Specification and Synthesis for Discrete Event Systems. *INT J Control.*, 1988, 48(1):321—332
- [3] 左孝凌等编著. 离散数学. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1987, 371—377

## A New Method of Supervisor Synthesis for Discrete Event Systems

JIANG Zhiping and WU Zhiming

(Department of Automatic Control, Shanghai Jiaotong University • Shanghai, 200030, PRC)

**Abstract:** A Mealy-type automaton corresponding to a controlled discrete event system is obtained by specifying for each discrete event in the system a control value satisfying certain constraints. Then, we will get a state-value-assigned supervisor using a standard automata transformation from a Mealy machine to its Moore equivalent. After deleting all the inaccessible states of the resultant Moore machine, we will eventually achieve a supremal supervisor for the original discrete event system without any extra state.

**Key words:** discrete event system; supervisor; automata; language

## 本文作者简介

蒋智平 见本刊 1993 年第 3 期第 277 页.

吴智铭 见本刊 1993 年第 3 期第 277 页.