第 10 卷第 6 期
1993 年 12 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 10, No. 6
Dec. , 1993

关联结构稳定性的块矩阵分析方法*

钮晓鸣

(上海市离心机械研究所,200231)

摘要: 文章利用特征轨迹稳定的特性以及 Gershgorin 定理和 Ostrowski 定理,以块矩阵分析方法得到了关于一类分散系统关联结构稳定性的充分条件,并建立了基于 M-矩阵的简单判稳准则. 本文还对时滞、时变关联作了讨论.

关键词: 频域根轨迹; 分散系统; 关联结构稳定性

1 引 言

在系统结构稳定性分析中,集中分析与分散分析是两种重要的方法,而后者在高维分析及鲁棒分散控制中起着重要作用. 以往的分析常以向量 Lyapunov 函数方法及其它一些衍生的方法为主要工具[1,2]. 这些方法虽然在稳定性分析中起着关键和基础的作用,但在摄动问题稳定性的定量分析中有时却较难直接运用,而且定量估计并不理想.

本文利用稳定线性系统特征轨迹在频域中的特性[3,4],然后根据 Gershgorin 定理和 Ostrowski 定理[5]以及谱半径不等式[6],用块复矩阵逆及相应的范数估计,充分利用各子系统已有的稳定储备,得到了关联结构稳定性的判别准则,并且对关联结构稳定裕量在给定的范数意义下作出了定量估计. 此概念与结果是一般关联稳定性问题的拓广[1,7]. 在近期刊载的论文[8]中,作者对一类区间矩阵用 Gershgorin 定理作了稳定性分析,并用非奇异 M-矩阵与系统稳定性之间的相互关系,将其结果与 Lyapunov 函数方法沟通了联系. 应指出的是,在本文提出的块矩阵方法中,这种联系依然存在,并可看作是文献[8]结果的推广.

本文剩余部分安排如下:第 2 节给出基本引理;第 3 节是本文主要结果及其在分散系统关联结构稳定性中的应用,并讨论了时滞、时变关联的情况;第 4 节给出了算例.

2 基本引理

考虑实值 $n\times n$ 矩阵 A,记 $\|A\|_\nu$ 为某一矩阵范数. 如果 A 是非方矩阵,则将零元扩充 A,使 A 为成方阵 A' 且 $\|A\|_\nu=\|A'\|_\nu$. 直接验证可得下列相容性结果.

命题 2.1 设 $A\in \mathrm{R}^{n\times m}$, $B\in \mathrm{R}^{m\times l}$,则当 $\nu=1,2,F$ 和 ∞ 时,

$$\|AB\|_\nu \leqslant \|A\|_\nu \cdot \|B\|_\nu \tag{2.1}$$

成立,其中 $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数(或欧氏范数).

如果对给定的范数 $\|\cdot\|_\nu$,任给矩阵 $A,B\in \mathrm{R}^{n\times m}$,有 $\|A\|_\nu=\|\,|A|\,\|_\nu$,且由 $|A|\leqslant |B|$ 推出 $\|A\|_\nu\leqslant\|B\|_\nu$,其中 $|A|$ 表示 A 的元素取绝对值后的矩阵,则称 $\|\cdot\|_\nu$ 是一单

* 上海市自然科学基金资助项目.
本文于1992年5月11日收到. 1993年3月19日收到修改稿.

调范数. 显然, $\|\cdot\|_\infty$, $\|\cdot\|_F$ 等都是单调范数.

对 A 作划分如下:

$$A=\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NN} \end{bmatrix}. \tag{2.2}$$

其中 $A_{ij}\in \mathbb{R}^{n_i\times n_j}, i,j=1,2,\cdots,N$. 如果 A 是一非负矩阵, 记作 $A\geqslant 0$, 则有下列谱半径不等式.

引理 2.2[6]　设 $A\geqslant 0$, 且有分块形式(2.2), 又设另一非负矩阵 $C=[c_{ij}]_{N\times N}$ 如下给定:

$$c_{ij}=\|A_{ij}\|_{ij}. \tag{2.3}$$

其中 $\|\cdot\|_{ij}$ 是满足相容性的单调范数, 即

$$\|A_{il}A_{lj}\|_{ij}\leqslant\|A_{il}\|_{il}\cdot\|A_{lj}\|_{lj},\quad i,j,l=1,2,\cdots,N. \tag{2.4}$$

则

$$\rho(A)\leqslant\rho(C), \tag{2.5}$$

其中 $\rho(\cdot)$ 是所论矩阵的谱半径.

对于稳定矩阵 A, 当它受摄动后仍能保持其稳定的特性是我们感兴趣的议题, 其中一个关键问题是如何充分运用稳定矩阵的特性, 以尽可能小的保守度刻划出其稳定裕度. 以下引理运用稳定矩阵特征轨迹的特性, 给出了稳定矩阵经摄动仍保持其稳定性的一个充分条件.

引理 2.3[3]　设 $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 是一稳定矩阵, $\Delta A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 是一给定的矩阵. 记

$$A(\varepsilon)=A+\varepsilon\Delta A, \tag{2.6}$$

如果 $\forall\ \varepsilon\in[0,1]$, 有

$$\det[j\omega I-A(\omega)]\neq 0,\quad \forall\ \omega\geqslant 0. \tag{2.7}$$

其中 I 是 $n\times n$ 单位阵, 则矩阵 $A+\Delta A$ 也稳定.

推论 2.4　设 $A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 是一稳定矩阵, $\Delta A\in\mathbb{R}^{n\times n}$ 是一给定的矩阵. 记复矩阵

$$D(\omega)=(j\omega I-A)^{-1},\quad \forall\ \omega\geqslant 0, \tag{2.8}$$

如果

$$\max_{\omega\geqslant 0}\|D(\omega)\|_v\cdot\|\Delta A\|_v<1, \tag{2.9}$$

则矩阵 $A+\Delta A$ 也稳定.

证　$\forall\ \varepsilon\in[0,1]$, 考虑

$$\det[j\omega I-A(\omega)]=\det(j\omega I-A)\det[I-\varepsilon D(\omega)\Delta A], \tag{2.10}$$

显然, $\det(j\omega I-A)\neq 0$, 且

$$\|\varepsilon D(\omega)\Delta A\|_v\leqslant\max_{\omega\geqslant 0}\|D(\omega)\|_v\cdot\|\Delta A\|_v<1, \tag{2.11}$$

故 $(I-\varepsilon D(\omega)\Delta A)$ 可逆[5]. 由此得

$$\det[j\omega I-A(\omega)]\neq 0,\quad \forall\ \omega\geqslant 0. \tag{2.12}$$

由引理 2.3 知, 矩阵 $A+\Delta A$ 稳定.

推论 2.5　设矩阵 A 及 ΔA 分别由上定义, 如果

$$\max_{\omega\geqslant 0}\rho[|D(\omega)\Delta A|]<1, \tag{2.13}$$

则矩阵 $A+\Delta A$ 稳定.

证　由(2.13),必存在一 $\delta>0$,满足

$$\max_{\omega\geqslant 0}\rho[|D(\omega)\Delta A|]+\delta<1. \tag{2.14}$$

由文献[5]知,可找到一矩阵范数 $\|\cdot\|_*$,使

$$\|D(\omega)\Delta A\|_*\leqslant\rho[D(\omega)\Delta A]+\delta. \tag{2.15}$$

故$\forall\ \varepsilon\in[0,1]$,有

$$\begin{aligned}\|\varepsilon D(\omega)\Delta A\|_*&\leqslant\rho[|D(\omega)\Delta A|]+\delta\\&\leqslant\max_{\omega\geqslant 0}\rho[|D(\omega)\Delta A|]+\delta<1.\end{aligned} \tag{2.16}$$

由(2.11)和(2.12)可知,矩阵 $A+\Delta A$ 稳定.

显而易见,当摄动矩阵 $\Delta A=\Delta A(\omega)$时,$\forall\ \omega\geqslant 0$,只要相应条件成立,则结果也成立.

3　主要结果及应用

3.1　主要结果

考虑具有分块形式(2.2)的实数矩阵 A,我们有如下结果.

定理 3.1　设 A 是一实数矩阵,且有分块形式(2.2),其中每对角块 A_{ii}都是稳定的,$i=1,2\cdots,N$.记

$$D_i(\omega)=(j\omega I_i-A_{ii})^{-1},\quad\forall\ \omega\geqslant 0, \tag{3.1}$$

其中 I_i 为相应的单位阵.如果存在某个 $\eta\in[0,1]$,或正数 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_N$,有

$$C_1=\max_{1\leqslant i\leqslant N}\{\max_{\omega\geqslant 0}[(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\|B_{ji}(\omega)\|_\nu)^\eta(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\|B_{ji}(\omega)\|_\nu)^{1-\eta}]\}<1, \tag{3.2}$$

或

$$C_2=\max_{1\leqslant i\leqslant N}\max_{\omega\geqslant 0}\frac{1}{\beta_i}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\beta_j\|B_{ij}(\omega)\|_\nu<1. \tag{3.3}$$

其中

$$B_{ij}(\omega)=D_i(\omega)A_{ij}, \tag{3.4}$$

$\|\cdot\|_\nu$为满足相容性的单调范数,则矩阵 A 稳定.

证　由 Ostrowski 定理或 Gershgorin 定理[5]知,条件 $C_1<1$ 或 $C_2<1$ 表明矩阵 $B=[b_{ij}]_{N\times N}$的谱含于复平面单位圆内,即有 $\rho(B)<1$,其中

$$b_{ij}=\begin{cases}0, & i=j,\\ \|B_{ij}(\omega)\|_\nu, & i\neq j.\end{cases} \tag{3.5}$$

令

$$P(\omega)=\text{block diag}[j\omega I_i-A_{ii}],\quad\forall\ \omega\geqslant 0, \tag{3.6}$$

则 $P^{-1}(\omega)$存在,且

$$P^{-1}(\omega)=\text{block diag}[D_i(\omega)],\quad\forall\ \omega\geqslant 0. \tag{3.7}$$

显然,$A=\overline{A}+\Delta A$,其中

$$\overline{A}=\text{block diag}[A_{ii}], \tag{3.8}$$

$$\Delta A=\begin{bmatrix}0 & A_{12} & \cdots & A_{1N}\\ A_{21} & 0 & \cdots & A_{2N}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & 0\end{bmatrix}. \tag{3.9}$$

$\forall\ \varepsilon\in[0,1]$,因为

$$\det(j\omega I-\overline{A}-\varepsilon\Delta A)=\det[P(\omega)]\det[I-\varepsilon P^{-1}(\omega)\Delta A], \tag{3.10}$$

且 $\det[P(\omega)]\neq 0$. 此外，由引理 2.2，得

$$\rho(\varepsilon P^{-1}(\omega)\Delta A)\leqslant|\varepsilon|\rho(|P^{-1}(\omega)\Delta A|)\leqslant\rho(B)<1,\tag{3.11}$$

从而，矩阵$(I-\varepsilon P^{-1}(\omega)\Delta A)$必可逆. 由引理 2.3 知，$A$ 稳定.

推论 3.2　设矩阵 A 由定理 3.1 定义. 如果存在 $\eta\in[0,1]$，或正数 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_N$，使

$$C_1'=\max_{1\leqslant i\leqslant N}\Big[\Big(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\|D_j\|_\nu\cdot\|A_{ji}\|_\nu\Big)^{\eta}\Big(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\|D_j\|\cdot\|A_{ji}\|_\nu\Big)^{1-\eta}\Big]<1,\tag{3.12}$$

或

$$C_2'=\max_{1\leqslant i\leqslant N}\frac{1}{\beta_i}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\beta_j\|D_i\|\cdot\|A_{ij}\|_\nu<1.\tag{3.13}$$

其中 $\|D_i\|_\nu=\max\limits_{\omega\geqslant 0}\|D_i(\omega)\|_\nu$，$\|\cdot\|_\nu$ 是满足相容性的单调范数，则 A 是稳定的.

从(3.3)和(3.13)二式可看出，条件 $C_2<1$ 和 $C_2'<1$ 都取决于参数 β_i 的选择，$i=1,2,\cdots,N$，而应如何适当地选择它们并不明显. 为了应用的方便，我们给出另一易于检验的判据，其中蕴含着这些参数的一种最佳的选取.

推论 3.3　设矩阵 A 由定理 3.1 定义. 矩阵 $D=[d_{ij}]_{N\times N}$如下给定

$$d_{ij}=\begin{cases}0, & i=j,\\ \|D_i\|_\infty\cdot\|A_{ij}\|_\infty, & i\neq j.\end{cases}\tag{3.14}$$

如果

$$\rho(D)<1.\tag{3.15}$$

则 A 稳定.

证　显然，$D\geqslant 0$，记集合 $\boldsymbol{R}=\{\mathrm{diag}(r_1,r_2,\cdots,r_N)\,|\,r_i>0,i=1,2,\cdots,N\}$，由 Wielandt 给出的结果[8,9]知

$$\rho(D)=\min_{R\in\boldsymbol{R}}\|R^{-1}DR\|_\infty.\tag{3.16}$$

(3.15)和(3.16)二式表明，可找到某个 $\bar{R}\in\boldsymbol{R}$，使

$$\|\bar{R}^{-1}D\bar{R}\|_\infty<1.\tag{3.17}$$

将(3.17)左端展开，并由推论 3.2 即得 A 稳定.

考虑到(3.16)，(3.17)中 $\bar{R}$ 的选取显然最佳.

推论 3.4　设矩阵 A 由定理 3.1 定义. 记 $M=[m_{ij}]_{N\times N}$，$M'=[m_{ij}']_{N\times N}$，其中

$$m_{ij}=\begin{cases}\|D_i\|_\nu^{-1}, & i=j,\\ -\|A_{ij}\|_\nu, & i\neq j.\end{cases}\quad m_{ij}'=\begin{cases}1, & i=j,\\ -\max\limits_{\omega\geqslant 0}\|B_{ij}(\omega)\|_\nu, & i\neq j.\end{cases}\tag{3.18}$$

如果 M 或 M' 是非奇异 M-矩阵，则 A 稳定.

证　不妨考虑矩阵 M. 由定义(3.18)，$m_{ii}>0$，且 $m_{ij}\leqslant 0$，$i\neq j$. 如果 M 是一非奇异 M-矩阵，则由等价性知，必存在正数 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_N$，使

$$\beta_i\|D_i\|_\nu^{-1}>\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\beta_j\|A_{ij}\|_\nu,\quad i=1,2,\cdots,N,\tag{3.19}$$

即有

$$\max_{1\leqslant i\leqslant N}\frac{1}{\beta_i}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\beta_j\|D_i\|_\nu\cdot\|A_{ij}\|_\nu<1.\tag{3.20}$$

由推论 3.2 得 A 稳定. 对 M' 同理可证.

3.2　关联结构稳定性

以下，我们讨论一类线性分散系统的关联结构稳定性问题. 考虑下列互连系统

$$\dot{x}_i = A_{ii}x_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} A_{ij}x_j, \quad i = 1,2,\cdots,N \tag{3.21}$$

及去耦系统(或孤立子系统)

$$\dot{x}_i = A_{ii}x_i. \tag{3.22}$$

其中 $x_i \in R^{n_i}$ 为系统状态，$A_i \in R^{n_i\times n_i}$ 为稳定的系统矩阵，A_{ij} 为相应的不确定关联矩阵. 记闭区间 $E=[-1,1]$，E_{ij} 为非负矩阵，其元素记为 $e_{ij}(l,s)$，$l=1,2,\cdots,n_i$；$s=1,2,\cdots,n_j$. 符号 $E\circ E_{ij}$ 表示区间矩阵，其元素为闭区间 $[-e_{ij}(l,s),e_{ij}(l,s)]$. 如果 A_{ij} 的每个元素 $a_{ij}(l,s)$ 属于或包含于 $[-e_{ij}(l,s),e_{ij}(l,s)]$，则称 A_{ij} 含于 $E\circ E_{ij}$. 这样，我们便有

定义 3.5 设 E_{ij} 是给定的非负矩阵($i\neq j,i,j=1,2,\cdots,N$)，如果对所有含于 $E\circ E_{ij}$ 的矩阵 A_{ij}，互连系统(3.21)都是渐近稳定的，则称这种稳定性为互连系统关于 A_{ij} 的关联结构稳定性，并称 $\|E_{ij}\|_\nu$ 为状态 x_j 关于状态 x_i 的关联稳定裕量的一个范数估计值.

显然，运用上述结果可直接估计出关联稳定裕量.

对于关联状态存在时滞时，也可作出相应的分析. 考察互连系统

$$\dot{x}_i(t) = A_{ii}x_i(t) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} A_{ij}x_j(t-\tau_j), \quad i = 1,2,\cdots,N. \tag{3.23}$$

其中系统存在唯一解，τ_j 为时滞常数，我们有如下无条件关联结构稳定性定理.

定理 3.6 假定互连系统(3.23)的每个去耦系统都是渐近稳定的，且存在非负矩阵 E_{ij}，使 A_{ij} 含于 $E\circ E_{ij}$. 如果存在某个 $\eta\in[0,1]$，或正数 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_N$，有

$$L_1 = \max_{1\leqslant i\leqslant N}\Big[\Big(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\|D_i\|_\nu\cdot\|E_{ij}\|_\nu\Big)^{\eta}\Big(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\|D_i\|_\nu\cdot\|E_{ji}\|_\nu\Big)^{1-\eta}\Big] < 1, \tag{3.24}$$

或

$$L_2 = \max_{1\leqslant i\leqslant N}\frac{1}{\beta_i}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\beta_j\|D_i\|_\nu\cdot\|E_{ij}\|_\nu < 1. \tag{3.25}$$

其中 $\|\cdot\|_\nu$ 为满足相容性的单调范数，则互连系统(3.23)关于 A_{ij} 是关联结构稳定的，且有关联结构稳定裕量 $\|E_{ij}\|_\nu$，$i\neq j,i,j=1,2,\cdots,N$.

证　事实上，当关联状态出现时滞，(3.9)中的 ΔA 变为 $\Delta A(\omega)$，其中

$$\Delta A(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & A_{12}e^{-j\omega\tau_2} & \cdots & A_{1N}e^{-j\omega\tau_N} \\ A_{21}e^{-j\omega\tau_1} & 0 & \cdots & A_{2N}e^{-j\omega\tau_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1}e^{-j\omega\tau_1} & A_{N2}e^{-j\omega\tau_2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}. \tag{3.26}$$

由于 A_{ij} 含于 $E\circ E_{ij}$，故由单调范数定义知 $\|A_{ij}\|_\nu\leqslant\|E_{ij}\|_\nu$. 另一方面，又有

$$\rho(\varepsilon P^{-1}(\omega)\Delta A(\omega)) \leqslant |\varepsilon|\rho(|P^{-1}(\omega)\Delta A(\omega)|) \leqslant \rho(B) < 1. \tag{3.27}$$

由上述分析及与定理 3.1 同样的证明方法，定理即可得证.

由此看出，关联状态的时滞这时不影响关联结构稳定裕量.

对于时变关联，如果 $\forall\, t\geqslant 0$，关联矩阵 $A_{ij}(t)$ 含于 $E\circ E_{ij}$，而 $\|E_{ij}\|_\nu$ 是互连系统(3.21)的已知关联稳定裕量估计值，$i\neq j,i,j=1,2,\cdots,N$，则互连系统

$$\dot{x}_i(t) = A_{ii}x_i(t) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N} A_{ij}(t)x_j(t), \quad i = 1,2,\cdots,N. \tag{3.28}$$

是关联结构稳定的.

4 数值举例

考虑一简单的关联结构稳定性问题,并用两种方法估计关联结构稳定裕量.

设一分散系统给定为

$$A_{11}=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 2 & -5\end{bmatrix},\quad A_{22}=[-2], \tag{4.1}$$

其关联矩阵为 A_{12}和 A_{21},,它们分别含于 $E\cdot E_{12}$和 $E\cdot E_{21}$.

i)运用本文的方法,我们有

$$\|D_1\|_F\leqslant\left\|\begin{bmatrix}1/7 & 0\\ -2/35 & 1/5\end{bmatrix}\right\|_F\leqslant 0.2525, \tag{4.2}$$

$$\|D_2\|_F=0.5. \tag{4.3}$$

故当 $\|E_{12}\|_F=3.9$, $\|E_{21}\|_F=2$ 时,取推论 3.2 中的 $\eta=\frac{1}{2}$,得 $C_1\leqslant(0.2525\times 3.9)^{1/2}\cdot(0.5\times 2)^{1/2}<1$. 若运用推论 3.4,则有

$$M=\begin{bmatrix}3.97 & -3.9\\ -2 & 2\end{bmatrix}, \tag{4.4}$$

易知 M 是一非奇异 M-矩阵. 由此可见分散系统(4.1)关于 A_{12}和 A_{21}是关联结构稳定的,并有关联结构稳定裕量 $\|E_{12}\|_F=3.9$ 和 $\|E_{21}\|_F=2$. 此外,如果 $\|E_{ij}\|_F=0$,则 $\|E_{ji}\|_F=\infty$, $i\neq j$, $i,j=1,2$.

ii) 运用比较原理的方法,容易算得

$$\|e^{A_{11}t}\|_F\leqslant\sqrt{2}\,e^{-5t},\quad \|e^{A_{22}t}\|_F=e^{-2t},\quad \forall\, t\geqslant 0. \tag{4.5}$$

由参数变易法及范数不等式得

$$\|x_i\|_F\leqslant\|e^{A_{ii}t}\|_F\cdot\|x_i^0\|_F+\int_0^t\|e^{A_{ii}(t-\tau)}\|_F\cdot\|E_{ij}\|_F\|x_j\|_F\mathrm{d}\tau. \tag{4.6}$$

记(4.6)右端为 y_i,显然有 $\|x_i\|_F\leqslant y_i$. 对 y_i 求导,得微分不等式

$$\dot y_1\leqslant-5y_1+\sqrt{2}\,\|E_{12}\|_F y_2, \tag{4.7}$$

$$\dot y_2\leqslant-2y_2+\|E_{21}\|_F y_1. \tag{4.8}$$

令

$$N=\begin{bmatrix}5 & -\sqrt{2}\,\|E_{12}\|_F\\ -\|E_{21}\|_F & 2\end{bmatrix}. \tag{4.9}$$

取定 $\|E_{21}\|_F=2$,则当 $\|E_{21}\|_F<3.536$ 时,N 是一非奇异 M-矩阵. 由此可判定比较系统(4.7),(4.8)渐近稳定. 显见,关联稳定估计较 i)更保守.

i),ii)所示两种方法最终都归结为判别一低阶矩阵是否为 M-矩阵. 这就蕴含着两种方法之间有着密切的联系. 一般来说,如果 A_{ii}稳定,则必有 $k,\alpha>0$,使 $\|e^{A_{ii}t}\|_F<ke^{-\alpha t}$,而 $\alpha=\min(|\mathrm{Re}\lambda(A_{ii})|)$. 这一估计并没有充分利用 A_{ii}的已有稳定性储备,从而导致如比较原理等一些方法在最终判稳结果上的保守性. 另外,对于确定性关联,用定理 3.1 或推论 3.4 中的 M' 矩阵判稳,其结果更理想. 因为条件考虑了体现每个稳定系统稳定度的矩阵与关联矩阵乘积的范数估计,即 $\|D_i(\omega)A_{ij}\|_F$,从而蕴含着关联符号对最终稳定性的影响.

5 结束语

本文基于特征轨迹的稳定特性及 Gershgorin 定理和 Ostrowski 定理，用块矩阵分析法得到了若干易于使用的判稳准则，并从分析和应用的角度阐明了这些结果的有效性. 文中的一些结果可直接应用于高维区间矩阵的稳定性分析，许多定理和推论只需稍加修改，即可推广应用于一类非线性关联系统和离散系统.

参 考 文 献

[1] Jamshidi, M.. Large Scale Systems: Modeling and Control. North Holland, 1983

[2] Michel, A. N. and Miller, R. K.. 大规模动态系统定性分析. 沈阳：辽宁科学技术出版社，1985

[3] Juang, Y. T. et al.. Root-Locus Approach to the Stability Analysis of Interval Matrices. Intern. J. Control, 1987, 46 (3): 817—822

[4] Wu, Q. H. and Mansour, M.. An Application of H^{∞} Theory in Decentralized Control. Proc. of 27th CDC, 1988, 1335—1340

[5] Horn, R. A. and Johnson, C. R.. Matrix Analysis. Cambridge University Press, 1985

[6] Garloff, J.. Block Method for the Solution of Linear Interval Equations. SIAM J. Matrix Anal. Appl., 1990, 11(1): 89—106

[7] Siljak, D. D.. Large Scale Systems: Stability and Structure. New york, North Holland, 1978

[8] Chen, J.. Sufficient Conditions on Stability of Interval Matrices: Connections and New Results. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(4): 541—544

[9] Stoer, J. and Witzgall, C.. Transformations by Diagonal Matrices in a Normed Space, Numerische Math., 1962: 4(4): 158—171

Block Matrix Analysis for Connective Structural Stability

NIU Xiaoming

(Shanghai Institute of Centrifugal Machines · Shanghai, 200231, PRC)

Abstract: In this paper a block matrix analysis method is used to describe and determine the connective structural stability of the decentralized systems. By the properties of the stable characteristic root locus in frequency domain as well as Gershgorin theorem and Ostrowski theorem, some sufficient conditions for the decentralized stability are obtained. The results lead to a simple criterion by using the properties of M-matrix. Moreover, the stability of the systems with time-delay and time-varying connections are discussed respectively.

Key words: root-locus in frequency domain; decentralized system; connective structural stability

本文作者简介

钮晓鸣　1959 年生. 1982 年毕业于同济大学应用数学系，现为上海市离心机械研究所工程师. 近年来一直从事复杂系统控制与决策的研究工作，发表近四十篇学术论文和数学译著. 目前主要研究兴趣为不确定系统的稳定性分析与鲁棒控制、模糊控制技术及机器人控制等.