

采用加权控制律的 自适应广义预测极点配置控制器

慈春令 侯培国

(燕山大学自动化系·秦皇岛, 066004)

摘要: 本文针对 CARMA 和 CARIMA 模型, 利用加权控制律代替一步预测控制律, 通过在线选择加权项进行极点配置, 避免了广义预测中的求逆问题, 应用变遗忘因子最小二乘法辨识参数. 仿真结果表明, 该控制器适用于非最小相系统和开环不稳定系统, 不但具有期望的动态特性, 而且具有很好的鲁棒性.

关键词: 广义预测控制; 零极点配置; 鲁棒性

1 引言

对于 CARMA 和 CARIMA 模型的广义预测控制已由文献[1,2]分别导出, 为了保证控制系统的特性, 在文献[3]中提出了广义预测极点配置控制器, 该控制器在求预测控制量时, 需对 $N \times N$ 阶矩阵求逆, 尽管引入控制长度 $N_u (N_u < N)$, 矩阵求逆运算仍有相当大的计算量. 本文在文献[4]的基础上通过选择加权项进行极点配置, 避免了矩阵求逆. 仿真结果表明, 该控制器适用于非最小相系统和开环不稳定系统, 不但具有期望的控制品质, 而且具有很好的鲁棒性.

2 基于 CARMA 模型的广义预测控制器

考虑 SISO 离散系统 CARMA 模型

$$A(q^{-1})y(t) = B(q^{-1})u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t) + d. \quad (1)$$

其中

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \cdots + a_nq^{-n},$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1q^{-1} + b_2q^{-2} + \cdots + b_nq^{-n},$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \cdots + c_nq^{-n},$$

并且 $C(q^{-1})$ 的零点在 z 平面的单位圆内. $y(t)$ 和 $u(t)$ 分别表示系统的输出和输入. $\xi(t)$ 是均值为零, 方差为 σ^2 的白噪声干扰序列, d 表示系统的常值偏差.

目标函数为

$$J = E \left\{ \sum_{j=1}^N [P(q^{-1})y(t+j) - R(q^{-1})w(t+j) + Q(q^{-1})u(t+j-1)]^2 \right\}. \quad (2)$$

式中 $P(q^{-1})$, $R(q^{-1})$, $Q(q^{-1})$ 是关于 q^{-1} 的加权多项式, N 是控制长度, $w(t)$ 为设定值的参考轨迹, 其与设定值 $y_r(t)$ 的关系:

$$\begin{cases} w(t) = y_r(t), \\ w(t+j) = \alpha w(t+j-1) + (1-\alpha)y_r(t), \\ 0 \leq \alpha < 1, \quad j = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (3)$$

引入多项式分解

$$P(q^{-1})C(q^{-1}) = A(q^{-1})E_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}), \quad \deg E_j(q^{-1}) = j-1, \quad (4)$$

$$B(q^{-1})E_j(q^{-1}) = C(q^{-1})G_j(q^{-1}) + q^{-j}F_j(q^{-1}), \quad \deg G_j(q^{-1}) = j-1. \quad (5)$$

辅助输出 $\Phi(t+j) = P(q^{-1})y(t+j)$ 分解为(假设 $d=0$):

$$\begin{aligned} \Phi(t+j) &= G_j(q^{-1})u(t+j-1) + C^{-1}(q^{-1})[F_j(q^{-1})u(t-1) + F_j(q^{-1})y(t)] \\ &\quad + E_j(q^{-1})\xi(t+j). \end{aligned} \quad (6)$$

若 $\{u(t), u(t+1), \dots, u(t+N-1)\}$ 是现时刻 t 可测输入输出的线性函数, 则 $\Phi(t+j)$ 的最优预测模型为

$$\hat{\Phi}(t+j|t) = G_j(q^{-1})u(t+j-1) + C^{-1}(q^{-1})[F_j(q^{-1})u(t-1) + F_j(q^{-1})y(t)]. \quad (7)$$

将目标函数(2)向量化表示为

$$J = E\{\bar{G}\bar{U}(t) + \hat{\Phi}_0(t) - \bar{W}(t) + Q\bar{U}(t)\}^T[\bar{G}\bar{U}(t) + \hat{\Phi}_0(t) - \bar{W}(t) + Q\bar{U}(t)]. \quad (8)$$

其中

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} g_0 & & & \\ g_1 & g_0 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_0 \end{bmatrix}, \quad \bar{U}(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+N-1) \end{bmatrix}, \quad \bar{W}(t) = R(q^{-1}) \begin{bmatrix} w(t+1) \\ w(t+2) \\ \vdots \\ w(t+N) \end{bmatrix},$$

$$\hat{\Phi}_0(t) = [\hat{\Phi}_0(t+1|t) \quad \hat{\Phi}_0(t+2|t) \quad \dots \quad \hat{\Phi}_0(t+N|t)]^T,$$

$$\hat{\Phi}_0(t+j|t) = C^{-1}(q^{-1})[F_j(q^{-1})u(t-1) + F_j(q^{-1})y(t)],$$

$$G_j(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{j-1}q^{-j+1}.$$

对 $\bar{U}(t)$ 极小化式(8), 得预测最优控制为

$$[\bar{G} + Q\bar{I}]^T\{\bar{G} + Q\bar{I}\}\bar{U}(t) - [\bar{W}(t) - \hat{\Phi}_0(t)] = 0. \quad (9)$$

G 为下三角阵, Q 是多项式, 把 $[\bar{G} + Q\bar{I}]^T$ 展开

$$\left\{ \begin{bmatrix} g_0 & & & \\ g_1 & g_0 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q & & & \\ & Q & & 0 \\ 0 & & \ddots & \\ & & & Q \end{bmatrix} \right\}^T = \begin{bmatrix} (g_0 + Q) & & & \\ g_1 & (g_0 + Q) & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & (g_0 + Q) \end{bmatrix}^T.$$

它的行列式值为 $(g_0 + Q)^N \neq 0$, 其逆阵存在, 即 $[\bar{G} + Q\bar{I}]$ 为非奇异的, 同时 $[\bar{G} + Q\bar{I}] \neq 0$, 则式(9)可改写为

$$[\bar{G} + Q\bar{I}]\bar{U}(t) - [\bar{W}(t) - \hat{\Phi}_0(t)] = 0,$$

即

$$[\bar{G} + Q\bar{I}]\bar{U}(t) = \bar{W}(t) - \hat{\Phi}_0(t). \quad (10)$$

式(10)可重新写为标量形式(以下省略 q^{-1}):

$$[G_j + Q]u(t+j-1) = R w(t+j) - C^{-1}[F_j u(t-1) + F_j y(t)]. \quad (11)$$

利用式(5),上式化简为

$$[BE_j + CQ]u(t+j-1) = CRw(t+j) - F_j y(t). \quad (12)$$

考虑到 $d \neq 0$ 时,在(12)式中增加一项,变为

$$[BE_j + CQ]u(t+j-1) = CRw(t+j) - F_j y(t) - \frac{BE_j + CQ}{B} \Big|_{q=1} \cdot d. \quad (13)$$

(11)和(12)为 j 步控制律. ($j=1, 2, \dots, N$).

3 N 步加权控制律

考虑前 $N-1$ 步对当前时刻 t 的预测控制:

$$(BE_N + CQ)u(t|t-N+1) = CRw(t+1) - F_N y(t-N+1),$$

$$(BE_{N-1} + CQ)u(t|t-N+2) = CRw(t+1) - F_{N-1} y(t-N+2),$$

⋮

$$(BE_2 + CQ)u(t|t-1) = CRw(t+1) - F_2 y(t-1)$$

和当前时刻的预测控制

$$(BE_1 + CQ)u(t|t) = CRw(t+1) - F_1 y(t),$$

取

$$u(t) = \sum_{i=1}^N \lambda_i u(t|t-i+1). \quad (14)$$

其中

$$\sum_{i=1}^N \lambda_i = 1.$$

4 极点配置

对于线性系统(1),施加控制律(14)中的第 i 个分量时有

$$A y_i(t+1) = B \lambda_i \frac{CRw(t+1) - F_i y(t)}{BE_i + CQ}, \quad (15)$$

利用 $\lambda_i y(t) = y_i(t)$ 和(4)式,整理(15)式得到

$$(AQ + BP)y_i(t+1) = \lambda_i BRw(t+1). \quad (16)$$

故

$$y(t+1) = \sum_{i=1}^N y_i(t+1) = \frac{BR}{AQ + BP} w(t+1), \quad (17)$$

即

$$(AQ + BP)y(t+1) = BRw(t+1). \quad (18)$$

式(17)是施加加权控制律(14)时的闭环系统方程.

选择期望的闭环系统方程零、极点多项式 B_m, A_m , 则

$$A_m y(t) = B_m w(t). \quad (18)$$

将对象零点多项式分解 $B = B^+ B^-$.

B^+ 为首 1 多项式, B^- 包含在 B_m 中, 则

$$B_m = B^- B_m^+.$$

对照(17), (18)式, 不考虑观测器时, 则

$$AQ + BP = A_m B^+, \quad (19)$$

$$R = B_m^+. \quad (20)$$

如果 A, B 互质, 按(19)式解 Diophantine 方程, 解出 P, Q , 由(20)式计算 R .

5 自适应算法

参数估计模型为

$$y(t) = [1 - A]y(t) - Bu(t - 1) + C\xi(t) + d. \quad (21)$$

综上所述,归纳如下自适应算法:

- 1) 置初值 $n_a, n_b, n_c, N, A_m, B_m, \lambda_i, \alpha, P(0), \hat{Q}(0), \Sigma_0$ 等.
- 2) 测取数据 $y(t), y_r(t)$.
- 3) 用(3)式计算参考轨迹.
- 4) 根据(21)式用变遗忘因子最小二乘法估计 $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{d}$.
- 5) 用(19), (20)式计算加权多项式 P, Q, R .
- 6) 用(4)式求 E_j, F_j .
- 7) 用(12)计算预测控制量 $u(t+j-1|t), j=1, 2, \dots, N$.
- 8) 利用(14)式计算控制律 $u(t)$.
- 9) 重复(2)~(8).

6 CARIMA 模型的自适应算法

CARIMA 模型为

$$\bar{A}y(t) = B\Delta u(t-1) + C\xi(t). \quad (22)$$

式中

$$\bar{A} = A(q^{-1})\Delta, \quad \Delta = 1 - q^{-1}.$$

在控制算法推导中, CARIMA 控制器中以 $\bar{A}(q^{-1})$ 代替 $A(q^{-1})$; $\Delta u(t)$ 代替 $u(t)$, 并令 $d=0$, 即可得到加权控制律

$$\Delta u(t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \Delta u(t|t-j+1). \quad (23)$$

其中

$$\Delta u(t|t-j+1) = \frac{CRw(t+1) - F_j y(t-j+1)}{BE_j + CQ}.$$

若

$$\bar{A}_m y(t) = B_m \Delta u(t), \quad (24)$$

$$B_m = B^- B_m^+,$$

$$\bar{A}Q + BP = A_m B^+, \quad (25)$$

$$R = B_m^+. \quad (26)$$

参数估计模型为

$$y(t) = [1 - \bar{A}(q^{-1})]y(t) + B(q^{-1})\Delta u(t-1) + C(q^{-1})\xi(t)$$

以估计多项式 $\hat{A}(q^{-1}), \hat{B}(q^{-1}), \hat{C}(q^{-1})$ 代替 $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$, 建立自适应算法.

7 仿真研究

7.1 CARMA 模型

仿真时均加入 $1/15$ 的白噪声序列.

对 $(1 - 0.8q^{-1} + 0.1q^{-2})y(t) = (0.8 + 0.45q^{-1})u(t-1) + \xi(t)$ 的最小相位系统, 配置 $A_m(q^{-1}) = 1 + 0.15q^{-1} + 0.005q^{-2}$ 的期望特征多项式; $(1 - 0.8q^{-1} + 0.1q^{-2})y(t) = (0.3$

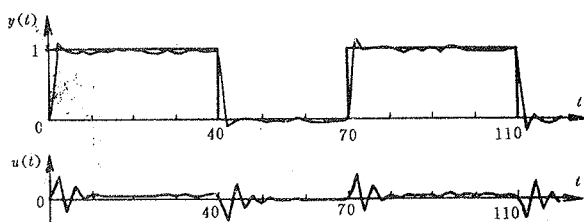


图 1 最小相系统跟随波形(CARMA)

$+0.45q^{-1}u(t-1)+\xi(t)$ 的非最小相位系统,配置 $A_m(q^{-1})=1+0.25q^{-1}$ 的期望特征多项式,方波输入时系统的跟随波形如图 1 和图 2 所示. 在上面的最小相系统中,在 40 拍时加入输入量+20%的恒值扰动;在 80 拍时加入-30%恒值扰动,输出量波动及恢复波形如图 3 所示.

7.2 CARIMA 模型

对非最小相系统 $(1-1.5q^{-1}+0.5q^{-2})y(t)=(0.5+0.85q^{-1})u(t-1)+\xi(t)$ 配置 $A_m(q^{-1})=1+0.35q^{-1}+0.015q^{-2}$; 对开环不稳定系统 $(1-1.5q^{-1}+0.4q^{-2})y(t)=(0.8+0.45q^{-1})u(t-1)+\xi(t)$ 配置 $A_m(q^{-1})=1+0.2q^{-1}$,方波输入时, $y(t)$ 和 $u(t)$ 的波形分别如图 4 和图 5 所示.

8 结 论

该控制器对多步预测控制通过权函数加以考虑,多个预测控制信号的加权相当于实际输入信号具有滤波作用,使控制系统具有较强的鲁棒性,可以有效地抑制因暂时的未建模动力学、系统结构的突变、传感器不正确测量、参数估计不正确以及干扰的影响而产生的错误控制信号的影响,从而改善了系统的动态性能.

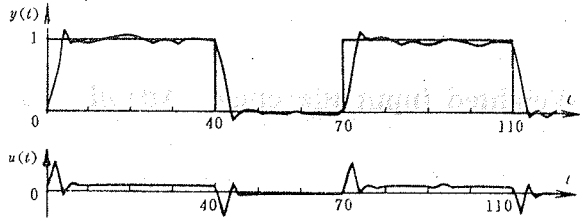


图 2 非最小相系统跟随波形(CARMA)

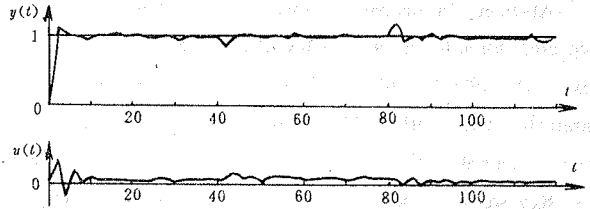


图 3 恒值扰动时 $y(t)$ 恢复波形(CARMA)

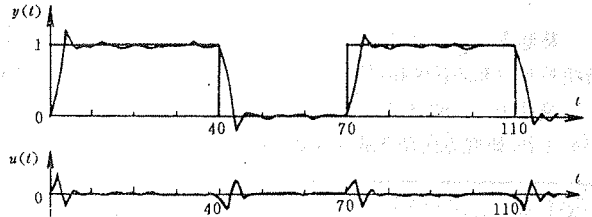


图 4 非最小相系统跟踪波形(CARIMA)

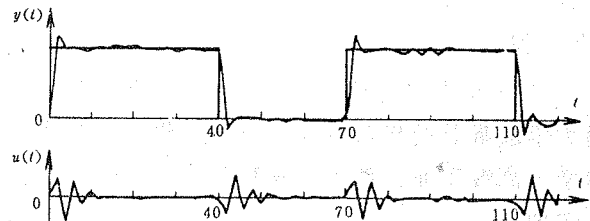


图 5 开环不稳定系统跟踪波形(CARIMA)

参 考 文 献

- [1] Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S.. Generalized Predictive Control, Part 1. The Basic Algorithm. Automatica, 1987, 23(2):138-148
- [2] 袁震东. 基于 ARMAX 模型的广义预测控制. 控制理论与应用, 1988, 5(1):12-17
- [3] Lelic, M. A. and Zarrop, M. B.. Generalized Pole-Placement Self-Tuning Controller, Part 1, Basic Algorithm. Int. J. Control, 1987, 46(2):547-568
- [4] 周德云, 陈新海. 采用加权控制律的自适应广义预测控制器. 控制与决策, 1991, (1):7-13

Weighted Input Placement Adaptive Generalized Predicative Controller

CI Chuenling and HOU Peiguo

(Department of Automation, Yanshan University • Qinhuangdao, 066004, PRC)

Abstract: In this paper, based on CARMA and CARIMA models to apply the weighted input replace of single step predicative input, with online choicing weighting item to place zero and pole. The calculation for inverse matrix in generalized predicative is avoided of. A least-squares method with a variable forgetting factor is applied in parameter identification. Simulation shows that controller are suitable for systems that both unstable and non-minimum phase and a strong robustness. They also have dynamic characteristics good expected.

Key words: generalized predicative control; zero and pole placement; robustness

本文作者简介

慈春令 1937年生. 1961年于东北重型机械学院自动控制系本科毕业, 现为燕山大学自动化系教授, 长期从事计算机控制方面的教学和科研工作, 主要学术研究方向为计算机控制理论及应用, 自适应控制等.

侯培国 1968年生. 1990年于东北重型机械学院本科毕业, 1993年于燕山大学获硕士学位, 并留校从事教学和科研工作. 研究方向是自适应控制理论, 微机控制的软、硬件开发.

1994 年中国自动化教育学术年会 征 文 通 知

1994年中国自动化教育学术年会定于1994年11月1日至11月6日在四川(西南交通大学成都总校与峨眉分校)召开. 会议由中国自动化学会教育工作委员会, 中国电工技术学会高校工业自动化专业教育委员会和中国系统仿真学会教育工作委员会主办. 具体事宜如下:

一、征文内容:

- 1、教学改革如何适应社会主义市场经济形势的探讨.
- 2、加强学生工程实践能力培养的作法与经验.
- 3、以下几门重点课程的教育改革: 自动控制理论、计算机控制、自动控制系统、系统仿真.
- 4、自动化课程计算机辅助教学软件的开发研究(要求具备可供演示的软件).

二、论文截止时间: 1994年7月15日.

1994年7月底发出会议论文录取通知书, 1994年9月15日交论文激光打印件. 来稿字数不超过5000字, 录取与否均不退稿.

三、论文投寄地址: 四川成都西南交通大学计算机与信息工程学院自控研究室 张汉全.

邮政编码: 610031