

单连杆弹性手臂的模型辨识

张念祖 朱汝辉 范懋基

(上海交通大学自动控制系, 200030)

摘要: 本文介绍了一种单连杆弹性手臂的辨识方法, 在辨识中利用弹性臂实验装置的功能, 采用相关法进行辨识, 取得了满意的效果, 且得到了实验的验证.

关键词: 机器人; 弹性手臂; 模型辨识; 相关法

1 引言

随着科学技术的发展, 对机器人的要求也越来越高, 轻量化、高速化的要求, 使得弹性手臂的研究越来越为人们所重视. 弹性手臂是一分布参数系统, 具有很小的刚度系数和结构阻尼, 接近振动学中的 Euler Bernolli 梁. 就整个机器人而言, 是由驱动机构的集中参数系统和弹性臂的分布参数系统组成的混合系统, 而常规用于刚性机器人的分析方法已不适用于弹性臂. 这给理论建模带来了很大的困难. 目前, 理论建模已经做了大量的工作, 对弹性手臂的控制具有重大的指导意义, 但弹性臂是一分布参数系统, 是以偏微分方程描述其运动规律的, 很难得到精确解; 一般是设法将偏微分方程化为常微分方程. 由于系统的复杂性使理论建模与实际的模型还有很大距离, 这使得我们着手研究通过实验方法测得其模型. 在单连杆弹性臂的辨识中, 频率法得到了广泛的应用. Paul T. Kotnik 和 Stephen Yorkovilli 等^[1]通过频率响应确定开环系统的零极点, 从而得到传递函数, 也有利用频率法得出开环系统的幅频特性和相频特性, 进而得到其传递函数.

我们曾采用上述两种方法, 对单连杆弹性手臂进行模型辨识, 由于噪声影响效果并不理想, 因此根据实验系统的实际情况, 探索了基于相关法辨识方法. 在相关辨识中, 我们曾经用 M 序列作为输入信号, 用脉冲响应法来辨识模型, 但由于死区、饱和以及齿轮啮合不良等非线性因素, 结果不理想, 最后采用了基于频域法的相关辨识.

2 系统结构

我们工作的对象是一单连杆弹性手臂, 见图 1.

弹性连杆由铝质箱形梁组成, 负载近 10 公斤, 连杆由一直流伺服电机通过一齿轮变速机构驱动. 控制系统由一个二级计算机系统构成, 上级机是 286 计算机, 下级机是一 8031 系统, 在辨识过程中, 系统采样频率达 2.5kHz. 在控制中, 虽然采样频率

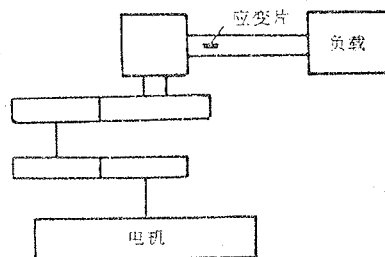


图 1 单连杆弹性手臂

低些,但通讯的数据量大,还要进行控制算法的运算,串行通讯不能满足实时性的要求,因此我们采用并行通讯,系统中,上下级计算机通过一共享存储器进行通讯^[3].上级机负责控制算法的实现、发控制指令、数据处理、结果输出等;下级机通过一个 12 位 A/D 对系统的电枢电流、电机转速、连杆应变进行采样,从与电机连轴的光电码盘上经过数字电路四细分后得到电机每转 10000 个脉冲转角信号,同时对直流伺服电机的 PWM 进行管理,控制系统结构见图 2.

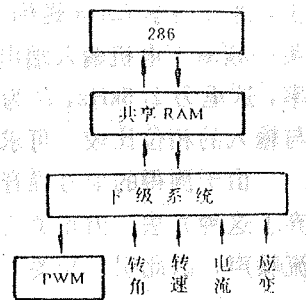


图 2 控制系统结构

3 系统辨识

我们要得到电机输入电压到弹性手臂根部应变之间的传递函数,基于这个模型为我们设计控制器提供依据,用电气控制方法来克服由于弹性手臂分布参数引起的振动.图 3 是电机输入阶跃后,应变输出的响应,对输出响应作 FFT 分析,结果见图 4,由图 4 可见响应有两个频率成分.频率较高的一个分量是企图通过被动控制解决的部分,所谓被动控制即采用机械方法来改变连杆的结构阻尼,以克服高频振动,这里不予考虑;另一个分量是反映过渡过程中的振动频率,正是我们的研究对象.图 4 的频谱也反应了系统的大致频率范围.

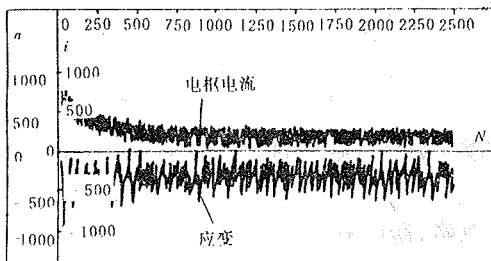


图 3 弹性臂根部应变阶跃响应

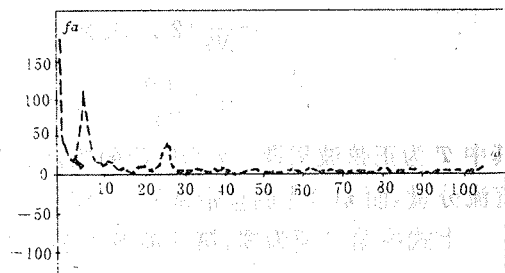


图 4 应变的频谱特性

在实际系统中,由于齿轮传动机构带来的噪声及应变仪零漂等带来的噪声是非白的,这样就不能采用最小二乘法辨识;因此采用频率法进行辨识.

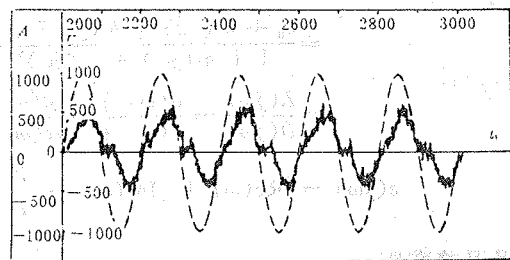
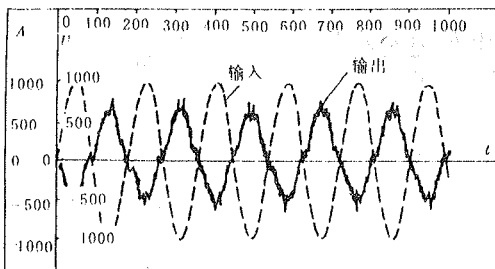


图 5 弹性臂根部应变的频率响应曲线

模型辨识过程中,我们的做法是使上级机 286 产生各种频率的正弦信号,通过共享 RAM 传到下级系统,下级机则据此生成 PWM 信号来控制电机;同时下级机采样应变输

出, 通过共享 RAM 送到 286 存储起来; 然后上级机进行数据处理. 图 5 打印输出的是在某一频率下电机输入端电压和应变输出曲线. 横轴为时间, 它等于 N/f , 其中 f 是采样频率, 这里为 2.5kHz, N 为横轴刻度. 通过对响应曲线的绝对值进行积分, 得到幅频特性, 与输入的相位比较, 可求得相频特性, 图 6 是其频率特性.

由于测得的信号噪音较大, 虽然采取了不少滤波措施, 效果仍然很不理想. 我们摒弃了这种方法. 因相关法抗噪音性能较好, 可抑制其他谐波分量的噪声, 同时能克服直流噪声, 因此引入相关法来测实、虚频特性, 测试结构如图 7.

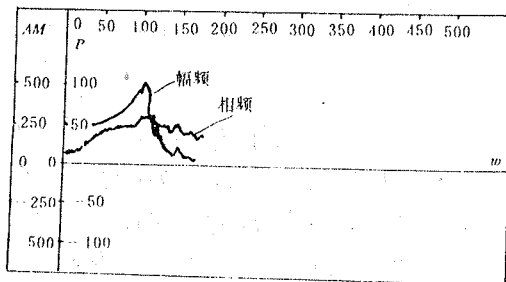


图 6 频率特性曲线

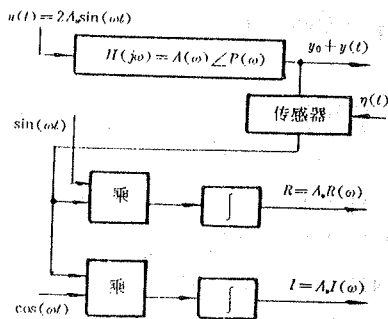


图 7 相关分析算法示意图

实频

$$R = \frac{1}{NT} \int_0^{NT} [y(t) + Y_0 + \eta(t)] \sin(\omega t) dt$$

$$= \frac{1}{NT} \left\{ 2 \times A_u \times A(\omega) \int_0^{NT} \sin(\omega t + p(\omega)) \sin(\omega t) dt \right.$$

$$\left. + Y_0 \int_0^{NT} \sin(\omega t) dt + \int_0^{NT} \eta(t) \sin(\omega t) dt \right\}.$$

其中 T 为正弦波周期, N 为所取的测量的周期数, $y(t)$ 为输出的交流分量, Y_0 为输出中的直流分量, 而 $\eta(t)$ 为测量带来的噪声.

上式中第二项为零, 第三项当 N 较大时可忽略, 所以有

$$R \approx A_u \times A(\omega) \cos(p(\omega)) = A_u \times \text{Re}(\omega),$$

同理可得虚频:

$$I = A_u A(\omega) \sin(p(\omega)) = A_u \times \text{Im}(\omega).$$

设模型为

$$G(j\omega) = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_{n-1} s^{n-1}}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_n s^n}$$

$$= \frac{b_0 + b_1(j\omega) + b_2(j\omega)^2 + \dots + b_{n-1}(j\omega)^{n-1}}{1 + a_1(j\omega) + a_2(j\omega)^2 + \dots + a_n(j\omega)^n} = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega)$$

$$= \frac{Z(j\omega)}{D(j\omega)} = \frac{\alpha(\omega) + j\omega\beta(\omega)}{\lambda(\omega) + j\omega\tau(\omega)},$$

$$\varepsilon(j\omega) = [\text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega)] - \frac{Z(j\omega)}{D(j\omega)},$$

用误差准则

$$J = \sum_{i=1}^L \| D(j\omega) \varepsilon(j\omega) \|^2$$

来拟合, 则有:

$$J = \sum_{i=1}^L \| D(j\omega) \varepsilon(j\omega) \|^2 = \sum_{i=1}^L \{ [\lambda(\omega) \text{Re}(\omega) - \omega\tau(\omega) \text{Im}(\omega) - \alpha(\omega)]^2$$

$$+ [\omega\tau(\omega)\operatorname{Re}(\omega) + \lambda(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \omega\beta(\omega)]^2\}.$$

使 $J \rightarrow \min$

$$\left. \frac{\partial J}{\partial b_0} \right|_{b_0=b_0} = \sum_{i=1}^L \{2[\lambda(\omega)\operatorname{Re}(\omega) - \omega\tau(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \alpha(\omega)](-1)\} |_{b_0=b_0=0},$$

$$\left. \frac{\partial J}{\partial b_1} \right|_{b_1=b_1} = \sum_{i=1}^L \{2[\omega\tau(\omega)\operatorname{Re}(\omega) + \lambda(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \omega\beta(\omega)](-\omega)\} |_{b_0=b_0=0},$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial J}{\partial a_1} \right|_{a_1=a_1} &= \sum_{i=1}^L \{2[\lambda(\omega)\operatorname{Re}(\omega) - \omega\tau(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \alpha(\omega)][-\omega\operatorname{Im}(\omega)] \\ &\quad + 2[\omega\tau(\omega)\operatorname{Re}(\omega) + \lambda(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \omega\beta(\omega)][\omega\operatorname{Re}(\omega)]\} |_{a_1=a_1=0}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial J}{\partial a_2} \right|_{a_2=a_2} &= \sum_{i=1}^L \{2[\lambda(\omega)\operatorname{Re}(\omega) - \omega\tau(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \alpha(\omega)][-\omega^2\operatorname{Re}(\omega)] \\ &\quad + 2[\omega\tau(\omega)\operatorname{Re}(\omega) + \lambda(\omega)\operatorname{Im}(\omega) - \omega\beta(\omega)][-\omega^2\operatorname{Im}(\omega)]\} |_{a_2=a_2=0}. \end{aligned}$$

其中

$$\alpha(\omega) = b_0 - b_2\omega^2 + b_4\omega^4 - \dots,$$

$$\lambda(\omega) = 1 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \dots,$$

$$\tau(\omega) = a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 - \dots.$$

设

$$V_j = \sum_{i=0}^L \omega^j, \quad S_j = \sum_{i=0}^L \omega^j \operatorname{Re}(\omega),$$

$$T_j = \sum_{i=0}^L \omega^j \operatorname{Im}(\omega), \quad U_j = \sum_{i=0}^L \omega^j [\operatorname{Re}^2(\omega) + \operatorname{Im}^2(\omega)],$$

$$\begin{bmatrix} V_0 & 0 & -V_2 & 0 & V_4 & \dots & T_1 & S_2 & -T_3 & -S_4 & T_5 & \dots \\ 0 & V_2 & 0 & -V_4 & 0 & \dots & -S_2 & T_3 & S_4 & -T_5 & -S_6 & \dots \\ & & \dots & & & & & & \dots & & & \\ V_4 & 0 & -V_6 & 0 & V_8 & \dots & T_5 & S_6 & -T_7 & -S_8 & T_9 & \dots \\ & & \dots & & & & & & \dots & & & \\ T_1 & -S_2 & -T_3 & S_4 & T_5 & \dots & U_2 & 0 & -U_4 & 0 & U_6 & \dots \\ S_2 & T_3 & -S_4 & -T_5 & S_6 & \dots & 0 & U_4 & 0 & -U_6 & 0 & \dots \\ T_5 & -S_6 & -T_7 & S_8 & T_9 & \dots & U_6 & 0 & -U_8 & 0 & -U_{10} & \dots \\ & & \dots & & & & & & \dots & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ T_1 \\ \vdots \\ 0 \\ U_2 \\ \vdots \end{bmatrix}.$$

即

$$\begin{bmatrix} V_u & T_{su} \\ T_{su} & U_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ U_0 \end{bmatrix}.$$

当 $j=2k$ 时

$$\begin{aligned} V_u(i, j) &= \begin{cases} (-1)^{i/2} V_{i+j}, & i=2k, \\ 0, & i=2k+1, \end{cases} \\ T_{su}(i, j) &= \begin{cases} (-1)^{i/2} T_{i+j+1}, & i=2k, \\ (-1)^{(i+1)/2} S_{i+j+1}, & i=2k+1, \end{cases} \end{aligned}$$

$$T_{sd}(i, j) = \begin{cases} (-1)^{i/2} T_{i+j+1}, & i = 2k, \\ (-1)^{(i+1)/2} S_{i+j+1}, & i = 2k+1, \end{cases}$$

$$U_d(i, j) = \begin{cases} (-1)^{i/2} U_{i+j+2}, & i = 2k, \\ 0, & i = 2k+1. \end{cases}$$

当 $j=2k+1$ 时

$$V_{is}(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 2k, \\ (-1)^{i/2} V_{i+j}, & i = 2k+1, \end{cases}$$

$$T_{su}(i, j) = \begin{cases} (-1)^{(i+2)/2} S_{i+j+1}, & i = 2k, \\ (-1)^{(i+3)/2} T_{i+j+1}, & i = 2k+1, \end{cases}$$

$$T_{sd}(i, j) = \begin{cases} (-1)^{i/2} S_{i+j+1}, & i = 2k, \\ (-1)^{(i+1)/2} T_{i+j+1}, & i = 2k+1, \end{cases}$$

$$U_u(i, j) = \begin{cases} 0, & i = 2k, \\ (-1)^{i/2} U_{i+j+2}, & i = 2k+1, \end{cases}$$

$$S_0(i) = \begin{cases} S_i, & i = 2k, \\ T_i, & i = 2k+1, \end{cases}$$

$$U_0(i) = \begin{cases} 0, & i = 2k, \\ U_{2i}, & i = 2k+1. \end{cases}$$

拟合结果为:

$$\frac{344.3 - 0.2808s + 0.02995s^2}{1000 + 6.171s + 0.1382s^2 + 0.000623s^3}$$

将该模型进行频率响应仿真与实测实、虚频特性比较, 结果很接近, 见图 8.

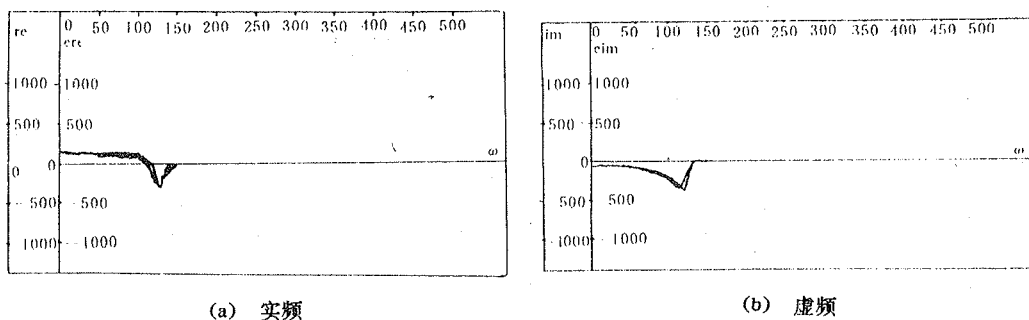


图 8 频率特性的实测结果与辨识模型数字仿真结果比较

其中 (a) 为实频, (b) 为虚频特性; 比较光滑的为辨识模型通过仿真得到的曲线, 而另一条是实测的特性, 横座标 ω 与频率的转换关系为:

$$f = f_s / (300 - \omega),$$

其中 f_s 为采样频率, 这里为 2500Hz.

再将模型进行时域仿真, 以相同的正弦信号分别输入模型与实际系统, 输入为电机端电压, 输出为形变, 测得输出响应曲线相符, 见图 9, 其中 (a) 图为实测输入输出之间的关系, (b) 图为辨识模型通过仿真后得到的输入输出关系. 可见模型基本反映了实际系统的性能.

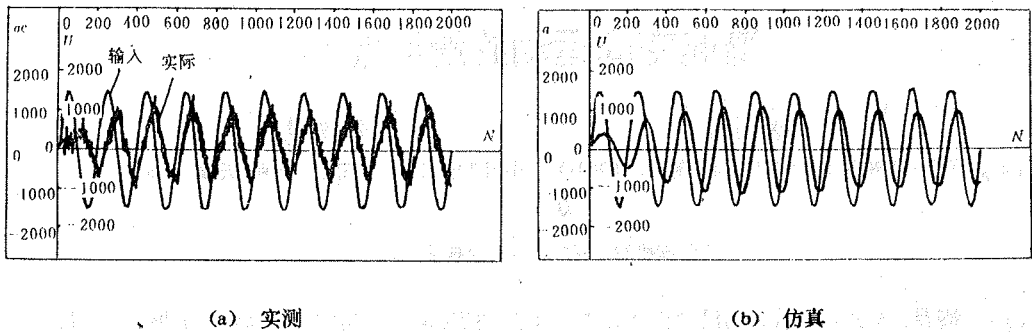


图 9 时域响应的实测结果与辨识模型数字仿真结果比较

参 考 文 献

- [1] Kotnik, Paul, T. Yurkovich Stephen, etc. Acceleration Feedback for Control of a Flexible Manipulator Arm. *Journal of Robotic Systems*, 1988, 5(3):181—196
- [2] 方崇志, 萧德云. 过程辨识. 北京: 清华大学出版社, 1988, 107—123
- [3] 张念祖, 范懋基. 用于机器人控制的分布式计算机控制系统, *微计算机应用*, 1993, 14(3): 8—12

Identifying the Model of a One-Link Flexible Arm

ZHANG Nianzu, ZHU Ruhui and FAN Maoji

(Department of Automatic Control, Shanghai Jiaotong University • Shanghai, 200030, PRC)

Abstract: A method to identify the model of a one-link flexible arm is presented in this paper. In the identifying, correlative analysis is used. Some satisfying outcomes have resulted which are verified by experiments.

Key words: robot; flexible arm; identify; correlative analysis

本文作者简介

张念祖 1961年生. 讲师. 1979年至1983年在安徽工学院工业自动化专业攻读学士学位, 1983年至1987年在上海内燃机研究所从事内燃机测试仪器开发, 1987年至1990年在上海交通大学自动控制系统攻读硕士学位, 1990年后留校任教. 主要研究方向为机器人控制及微机应用.

朱汝辉 1968年生. 1986年至1990年就读于上海交通大学工业自动化专业, 1990年毕业后继续留校攻读硕士学位, 1993年2月毕业后留校任教. 主要研究方向为计算机及在控制中的应用.

范懋基 1931年生. 上海交通大学自动控制系统教授, 工业自动化教研室主任, 擅长计算机实时控制. 曾获上海市优秀新产品二等奖, 科技进步三等奖各一次. 主要研究方向为计算机实时控制.