

逻辑型多变量鲁棒自校正解耦间接算法*

马 孜 柴天佑

(东北大学自动化研究中心·沈阳, 110006)

摘要: 本文提出了一种多变量鲁棒自校正解耦间接算法, 它采用一种新的正则化和相对死区实现了鲁棒自校正解耦控制. 这种方法可以使系统跟踪特性不受死区界和正则化因子的影响, 本文还给出了算法的鲁棒性分析和仿真结果.

关键词: 自校正解耦控制; 鲁棒性; 未建模动态; 正则化; 死区; 有界不可测干扰

1 引言

对于实际多变量系统的控制, 往往需要算法简单, 以便于能够在短时间内完成整个运算过程, 在此基础上得到好的控制效果. 对于参数未知的多变量耦合系统可以采用基于低阶模型的解耦自校正算法去控制高阶系统. 于是, 需要系统具有较高的鲁棒性. 自从文[1]提出了自适应系统的鲁棒性问题以来, 对这一具有挑战性课题的研究已经取得了一定的进展. 文[2]和[3]首先提出了通过引入死区保证整个系统信号有界的鲁棒自适应算法. 文[4]提出了 σ 修正法提高了系统的鲁棒性. 在鲁棒自校正算法中, 采用比较多的是正则化和相对死区法. 正则化系数的选取方法比较多, 但这些方法不仅需要具有较强的系统先验知识, 而且由于在算法中没有考虑到消除不可知因素的影响而不能得到较好的控制结果. 文[5]证明了死区的大小与未建模动态响应有关, 而由于未建模动态和有界干扰不可确知, 死区的选择只有靠“凑试”这造成了死区选择的保守性, 因而极大地降低了系统的控制性能. 为了弥补上述不足, 本文采用了逻辑化手段, 动态的根据未建模动态和外扰的估计值合理地确定正则化系数和死区界. 这种方法不仅可以使系统的不可确知部分有界, 而且可以使系统跟踪特性不受死区和正则化影响.

2 控制器设计

多变量离散系统用下面模型来描述

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-k) + C(z^{-1})\zeta(t). \quad (1)$$

$A(z^{-1})$ 和 $B(z^{-1})$ 是 $n \times n$ 阶单位后移算子 z^{-1} 的多项式矩阵, $y(t)$ 和 $u(t)$ 是输出和输入向量, $\zeta(t)$ 是系统所受到的有界不可测干扰. 为了考虑未建模动态对系统的影响, 采用下面模型来描述系统.

$$\tilde{A}(z^{-1})y(t) = \tilde{B}(z^{-1})u(t-k) + M(t) + \zeta(t), \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} M(t) = -\tilde{A}(z^{-1})y(t) + \tilde{B}(z^{-1})u(t-k); \end{cases}$$

* 国家教委博士点基金资助项目.

本文于1993年4月7日收到, 1993年12月30日收到修改稿.

$$\begin{cases} \tilde{A}(z^{-1}) = A(z^{-1}) - \bar{A}(z^{-1}), \\ \tilde{B}(z^{-1}) = B(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1}). \end{cases} \quad (3)$$

无疑 $M(t)$ 为系统的未建模动态.

为了解耦设计, 将 $\tilde{B}(z^{-1})$ 矩阵分为二个部分:

$$\tilde{B}(z^{-1}) = \bar{B}(z^{-1}) + \bar{\bar{B}}(z^{-1}) \quad (4)$$

其中 $\bar{B}(z^{-1})$ 为对角阵, $\bar{\bar{B}}(z^{-1})$ 为对角线元素为零的 $n \times n$ 矩阵. 于是系统可以表述如下

$$\tilde{A}(z^{-1})y(t) = \bar{B}(z^{-1})u(t-k) + \bar{\bar{B}}(z^{-1})u(t-k) + M(t) + \zeta(t). \quad (5)$$

引入系统性能指标如下

$$J = \|e(t+k)\|^2 = \|P(z^{-1})y(t+k) - Rw(t) + Q(z^{-1})u(t) + S(z^{-1})u(t)\|^2. \quad (6)$$

$P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$ 是 $n \times n$ 阶对角加权多项式矩阵, 且 $P(0) = I$, $S(z^{-1})$ 是 $n \times n$ 阶对角线元素为零的多项式矩阵

定义一个辅助输出 $\Phi(t+k) = P(z^{-1})y(t+k)$, 它的预报 $\Phi^*(t+k/t)$ 可由下面引理给出.

引理 1 $\Phi(t+k)$ 的预报 $\Phi^*(t+k/t)$ 为

$$\Phi^*(t+k/t) = G(z^{-1})y(t) + E(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})u(t) + E(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1})u(t) + E(z^{-1})N(t), \quad (7)$$

$$N(t) = M(t) + \xi(t). \quad (8)$$

式中的各多项式矩阵满足下式

$$P(z^{-1}) = E(z^{-1})\tilde{A}(z^{-1}) + z^{-k}G(z^{-1}). \quad (9)$$

上式中 $E(z^{-1})$ 和 $G(z^{-1})$ 是 $n \times n$ 阶对角多项式矩阵.

证 将(5)左乘 $E(z^{-1})$, 再由(8)和(9)式可得(7)式.

定理 1 1) 使性能指标极小的最优控制律为

$$\Phi^*(t+k/t) = Rw(t) - Q(z^{-1})u(t) - S(z^{-1})u(t). \quad (10)$$

2) 系统(1)的闭环方程为

$$[P\bar{B} + QA]y(t+k) = \bar{B}Rw(t) + (Q\bar{B} - \bar{B}S)u(t) + (E\bar{B} + Q)N(t). \quad (11)$$

证 由(6)式和(8)式可得(10)式结论正确. 由(7)和(10)式可得控制输入的另一表达式, 并将其代入(5)式, 经整理可得(11)式.

为了得到稳定的系统动态特性, 离线凑试 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$, 使下式成立

$$P(z^{-1})B(z^{-1}) + Q(z^{-1})A(z^{-1}) \neq 0; \quad |z| \geq 1. \quad (12)$$

为了消掉系统的稳态误差可以选取

$$R = \bar{B}(1)^{-1}[P(1)\bar{B}(1) + \bar{A}(1)Q(1)]. \quad (13)$$

为了实现解耦, 加权阵 $S(z^{-1})$ 可按下式来选取

$$S(1) = \bar{B}(1)^{-1}Q(1)\bar{B}(1). \quad (14)$$

3 自校正解耦控制显式算法

对于参数未知或慢时变且具有未建模动态的系统, 可表达如下

$$y_i(t) = x_i(t-1)^T \theta_i + \zeta_i(t), \quad (15)$$

$$x_i(t-1)^T \theta_i = x_{iv}(t-1)^T \theta_{iv} + x_{im}(t-1)^T \theta_{im}. \quad (16)$$

式中

上式中 $x_{iv}(t-1)$ 和 $x_{im}(t-1)$ 分别代表系统可建模和未建模部分的数据向量. θ_{iv} 和 θ_{im} 分别

代表系统可建模和未建模部分的参数向量. 于是系统可以表达成

$$y_i(t) = x_{in}(t-1)^T \theta_{in} + N_i(t), \quad (17)$$

$$N_i(t) = x_{in}(t-1)^T \theta_{in} + \zeta_i(t). \quad (18)$$

本算法可由图 1 来描述.

在图 1 的步骤(二)、(三)中可以确定 $n_i(t)$ 为 $\max\{\hat{N}_i(t)\}$, 因而在步骤(四)中 $N_i(t)$ 被化为小于 1 的有界量. 因此死区界取为 1. 由于在预报方程(7)中引入了系统不可知部分的估计值所以可以得到较好的控制结果.

4 鲁棒性分析

以上算法的鲁棒性分析需要如下假设和引理.

假设 1 离线选择加权项 $P(z^{-1})$ 和 $Q(z^{-1})$, 使 $P(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})Q(z^{-1})$ 是稳定的.

引理 2 本文采用的带有死区的最小二乘参数辨识算法具有下述性质:

$$\text{I) } \lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}_r(t) - \theta_r\| \leq \gamma[P(-1)^{-1}] \|\hat{\theta}_r(t) - \theta_r\|. \quad (19)$$

$$\text{II) } \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N \|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-d)\|^2 < \infty; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(t-d)\| = 0. \quad (20)$$

$\gamma[P(-1)^{-1}]$ 为 $[P(-1)^{-1}]$ 的条件数.

证 见文[6].

引理 3 当采用本文算法时, 系统的输入输出特性由下式给出:

$$\begin{bmatrix} \widehat{B}_k P_t + \widetilde{Q}_k A_t & 0 \\ 0 & P_t B_t + A_t Q_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t+k) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\widehat{B}_k R_t - \widehat{B}_k R_t) + \widehat{B}_k R_t \\ (\widehat{A}_k R_t - \widehat{A}_k R_t) + \widehat{A}_k R_t \end{bmatrix} w(t) +$$

$$\begin{bmatrix} \widehat{B}_k (E_t \widetilde{A}_t - E_t \widetilde{A}_k) + (\widehat{B}_k P_t - \widehat{B}_k P_t) & \widehat{B}_k (E_t \widetilde{B}_k - E_t \widetilde{B}_k) + (Q_t \widehat{B}_t - \widehat{B}_k Q_t) \\ \widehat{A}_k (E_t \widetilde{A}_t - E_t \widetilde{A}_k) + (\widetilde{A}_k P_t - \widetilde{A}_k P_t) & \widehat{A}_k (E_t \widetilde{B}_k - E_t \widetilde{B}_k) + (\widetilde{A}_k Q_t - \widetilde{A}_k Q_t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(t+k) \\ u(t) \end{bmatrix}$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \widehat{B}_k E_t \\ \widehat{A}_k E_t \end{bmatrix} [N(t) - \hat{N}(t)] + \begin{bmatrix} \widehat{B}_k \widetilde{Q}_t \\ -\widehat{A}_k P_t \end{bmatrix} \zeta(t). \quad (21)$$

上式中

$$A_t = A(t, z^{-1}), \quad A_k = A(t+k, z^{-1}), \quad (22)$$

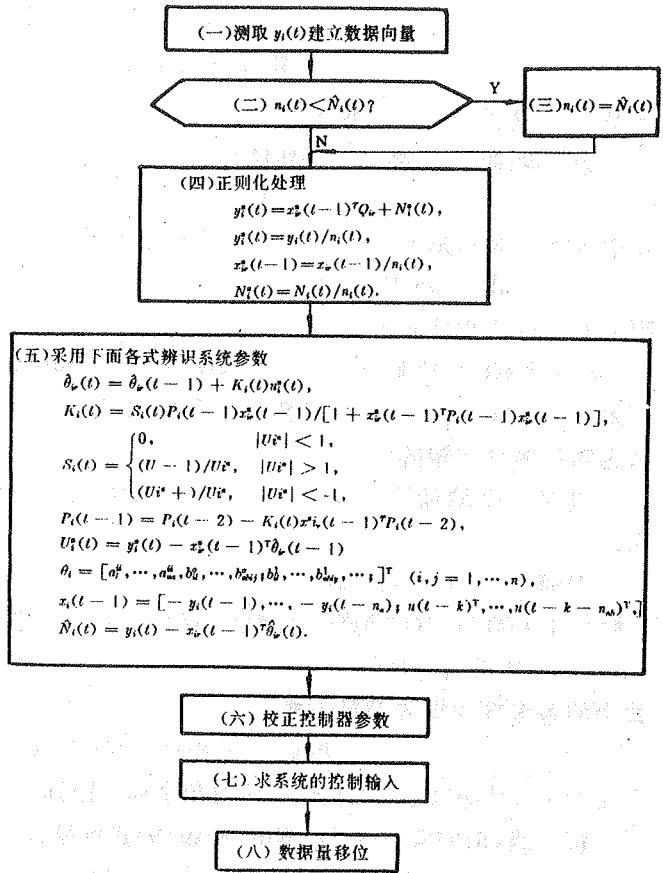


图 1 多变量鲁棒自校正解耦控制器框图

$$A_i B_i = A(t, z^{-1}) \cdot B(t, z^{-1}) \neq B_i A_i, \quad (23)$$

$$A_i B_i = AB(t, z^{-1}) = B_i A_i, \quad (24)$$

$$B_i \tilde{Q}_i = \tilde{Q}_i \hat{B}_i, \quad \det \hat{B}_i = \det B_i, \quad Q_i = (\tilde{Q}_i + S_i). \quad (25)$$

证 用 E_i 乘方程(2)得

$$E_i \tilde{A}_i y(t+k) = E_i \tilde{B}_i u(t) + E_i N(t). \quad (26)$$

利用方程(9), (22), (23)和(24)式可得下式

$$\begin{aligned} P y(t+k) - G y(t) - E_i \tilde{B}_i u(t) - E_i \hat{N}(t) \\ = (E_i \tilde{B}_i - E_i \tilde{B}_i) u(t) + (E_i \tilde{A}_i - E_i \tilde{A}_i) y(t+k) + E_i [N(t) - \hat{N}(t)]. \end{aligned} \quad (27)$$

由(6)和(10)式可得

$$\begin{aligned} P y(t+k) - R w(t) + \tilde{Q}_i u(t) \\ = (E_i \tilde{B}_i - E_i \tilde{B}_i) u(t) + (E_i \tilde{A}_i - E_i \tilde{A}_i) y(t+k) + E_i [N(t) - \hat{N}(t)]. \end{aligned} \quad (28)$$

分别用 B_i 和 A_i 左乘(28)式, 并应用(25)和(1)式对其进行整理可得(21)式.

引理 4 本文提出的算法具有下面性质

$$\|e(\tau)\| > K_1 \|x_r(t-1)\| - K_2. \quad (29)$$

证 根据 $N(t)$ 及 $\hat{N}(t)$ 的定义, 引理 2(I) 和(35)式可知

$$\|e(\tau)\| \leq C_1 + C_2 x_r(t-1) \quad (30)$$

通过假设 1 引理 2 的 I), (21) 和(30)式可知

$$\|y(t+k)\| \leq C_3 + C_4 \|e(\tau)\|, \quad (31)$$

$$\|u(t)\| \leq C_5 + C_6 \|e(\tau)\|. \quad (32)$$

由 $x_r(t-1)$ 的定义及(31)和(32)式可得

$$\|x_r(t-1)\| \leq C_7 + C_8 \|e(\tau)\|. \quad (33)$$

于是引理 4 成立. 基于上述假设和引理, 本文给出算法的稳定性和收敛性由下面定理给出.

定理 2 除假设 1 被满足外, 如 $K_1 > \mu$ ($\mu = \lim_{t \rightarrow \infty} E_i \|x_r(t-1)\| \|\hat{\theta}_r(t) - \theta_r\|$) 也得到满足, 则本文算法具有下面稳定性和收敛性.

$$\text{I) } \|y(t)\| < \infty; \quad \|u(t)\| < \infty. \quad (34)$$

$$\text{II) } \lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t+k)\| < E_m < \infty; \quad E_m = \lim_{t \rightarrow \infty} E_i \|x_r(t-1)\| \|\hat{\theta}_r(t) - \theta_r\|. \quad (35)$$

证 用 E_i 乘(2)式并由(7)和(22)式可得

$$\hat{e}(t+k) = E_i [N(t) - \hat{N}(t)] + E_i x_r(t)^T [\hat{\theta}_r(t+k) - \hat{\theta}_r(t)]. \quad (36)$$

根据引理 2 和 $N(t)$ 的定义可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{e}(t+k)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} E_i x_r(t-1)^T [\theta_r - \hat{\theta}_r(t)]. \quad (37)$$

由 Schwarz 不等式可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{e}(t+k)\| = \lim_{t \rightarrow \infty} E_i \|x_r(t-1)\| \|\theta_r - \hat{\theta}_r(t)\|. \quad (38)$$

下面利用反证法证明 $x_r(t-1)$ 的有界性.

如 $x_r(t-1)$ 无界, 则存在 ts 使 $\lim_{t \rightarrow ts} x_r(t-1) \rightarrow \infty$ 用 $1/x_r(ts-1)$ 乘(38)并由(25)

$$K_1 \leq E_i \|\hat{\theta}_r(ts) - \theta_r\| = \mu, \quad (39)$$

这与 $K_1 > \mu$ 的假设相矛盾, 于是可证 $x_r(t-1)$ 是有界的. 由 $x_r(t-1)$ 的定义可证 $y(t)$ 和

$u(t)$ 也是有界的,定理 2 的 I)是 $x_r(t-1)$ 有界的必然结果,于是可证定理 2 成立.

5 仿真实验

本仿真实验围绕下面系统进行

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-1) + \zeta(t).$$

其中

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 + 2.2z^{-1} + 0.9z^{-2} + 0.5z^{-3} + 0.2z^{-4} + 0.15z^{-5} & 0 \\ 0 & 1 + 1.3z^{-1} - 0.6z^{-2} + 0.6z^{-3} + 0.7z^{-4} + 0.2z^{-5} \end{bmatrix},$$

$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1.3z^{-1} + 1.05z^{-2} + 0.5z^{-3} + 0.1z^{-4} + 0.15z^{-5} & 0.6z^{-1} + 0.3z^{-2} + 0.5z^{-3} \\ 0.5z^{-1} + 0.7z^{-2} - 0.4z^{-3} & 1.23z^{-1} + 0.4z^{-2} + 0.6z^{-3} + 0.2z^{-4} + 0.1z^{-5} \end{bmatrix}.$$

在仿真中所采用的算法是基于下面的低阶模型

$$\bar{A}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} 1 + a_{11}z^{-1} & 0 \\ 0 & 1 + a_{22}z^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}(z^{-1}) = \begin{bmatrix} b_{110}z^{-1} + b_{111}z^{-2} & b_{120}z^{-1} + b_{121}z^{-2} \\ b_{210}z^{-1} + b_{211}z^{-2} & b_{220}z^{-1} + b_{221}z^{-2} \end{bmatrix}.$$

实验一 系统所受干扰 $\zeta(t)$ 为零均值方差为 0.5I 的随机干扰序列. 图 2 示出了采用本文算法系统的参考输入, 输出. 由图 2 可见, 本算法有效地克服了未建模动态的影响, 得到了令人满意的控制效果. 为了对照比较, 针对同样情况采用凑试死区和常规的正则化多变量鲁棒自校正解耦算法 $\{n(t) = \max[x_r(t-1)], V_{\max} = \max[\mu(t)]\}$ 进行了仿真, 图 3 示出了当相对死区界 $V_{\max} = 0.2$ 时系统的参考输入和输出. 当 $V_{\max} = 1$ 时系统发散. 由图 3, $V_{\max} = 1$ 系统发散的结果可见, 系统的控制效果受死区的选择影响较大.

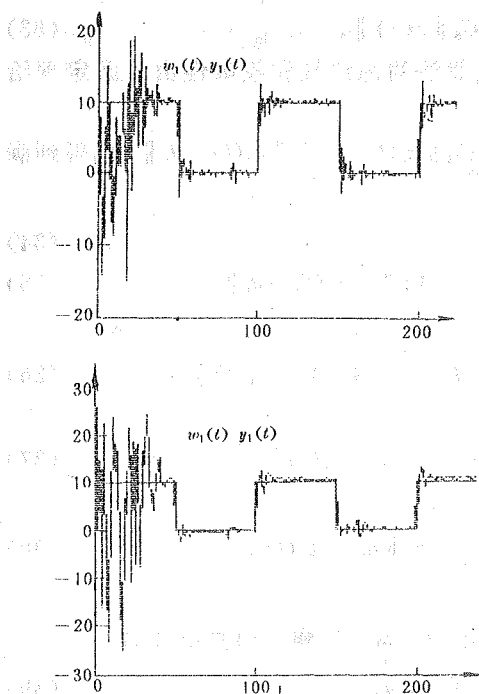


图 2 采用本文算法的控制结果

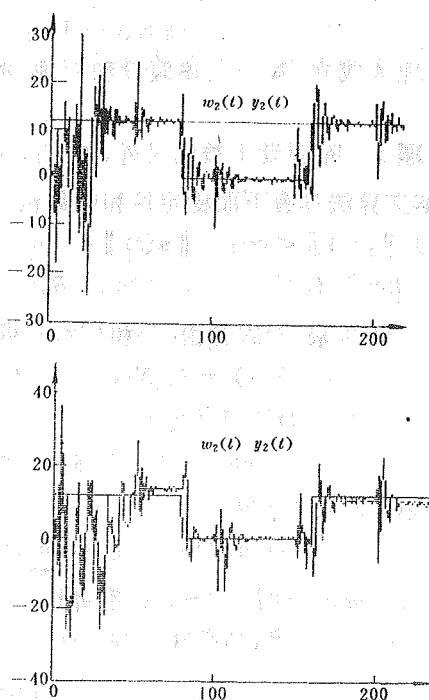


图 3 采用一般鲁棒算法的控制结果

6 结 论

通过理论分析和仿真实验可以看出,本文算法具有下述优点:

- 1) 正则化系数和死区界的选择简便合理,可以有效的抑制未建模动态和有界不可测干扰的影响和消除耦合作用的影响得到令人满意的解耦控制效果和理想的跟踪特性.
- 2) 在系统存在未建模动态和有界不可测干扰的情况下仍能保证闭环系统具有稳定性和收敛性.
- 3) 方法简单易于实现对实际的多变量系统的自校正解耦控制.

参 考 文 献

- [1] Rohrs, C. E., et al.. Robustness of Adaptive Control Algorithms in the Presence of Unmodelled Dynamics. Proc. 21st IEEE Conf. Decision & Contr., 1982, 3—11
- [2] Annaswamy, A. M. and Narendra K. S.. Stabilization of Adaptive Systems in the Bounded Disturbances Using a Dead-Zone. Proc. 4th Yale Workshop Applications of Adaptive System Theory. Yale Univ., New Haven, CT, May 1985
- [3] Preterson, B. B. and Nanendra, K. S.. Bounded Error Adaptive Control. IEEE Trans., Automat. Contr., 1982, AC-27, 1161—1168
- [4] Ioannou, P. A. and Kokotovic P. V.. Adaptive Systems with Reduced Models. New York, Spring-Verlag, 1983
- [5] Praly, L.. Robustness of Model Reference Adaptive Control. Proc., 3rd Yale Workshop on Application Adaptive System Theory, 1983
- [6] 马孜.鲁棒自校正控制的研究.东北大学博士论文,1993

A Logical Multivariable Robust Self-Tuning

Decoupling Indirect Algorithm

MA Zi and CHAI Tianyou

(Automation Research Centre, Northeastern University • Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: A multivariable robust self-tuning decoupling indirect algorithm is presented. A new method of normalization and deadzone is used to realize self-tuning decoupling control, the tracking is not effected by normalization coefficients and width of deadzone due to use the new method. Finally, the robustness analysis and simulation results of the algorithm are also given.

Key words: self-tuning decoupling control; robustness; unmodelled dynamics; normalization; deadzones; bounded unmeasurable disturbance

本文作者简介

马 孜 女. 1955 年生. 1982 年毕业于东北大学, 分别于 1989 年和 1993 年在东北大学获得硕士和博士学位, 现在正作博士后研究. 主要研究兴趣包括多变量系统自校正解耦控制, 鲁棒自校正控制, 智能自校正控制.

柴天佑 见本刊 1994 年第 3 期第 360 页.