

## 有限缓冲区 FMS 的特征分析与托盘配置

冯月亮 童调生 彭永进  
(湖南大学电气工程系·长沙, 410082)

**摘要:** 本文研究了 Job-Shop 型有限缓冲区 FMS 的运行特性及托盘优化配置问题, 给出了系统的分析模型及托盘优化算法。本文的结果对系统的分析与设计具有重要的实际意义。

**关键词:** 柔性制造系统(FMS); 有限缓冲区; 周期; 托盘配置

### 1 引言

对由  $m$  台机床加工  $n$  种工件的柔性制造系统, 当缓冲区容量足够大时, G. Cohen 等人用极大代数建立了如下模型<sup>[1]</sup>

$$Y(k) = U(k)BA^*C. \quad (1)$$

在上述模型的基础上, 文[2]给出了系统的托盘优化算法。然而, 实际系统的缓冲区容量都是有限的, 因此上述结果就有一定的局限性。在文[3]中, 作者对基于 Flow-Shop 型的有限缓冲区生产系统建立了如下极大代数的模型:

$$X(k) = A_0X(k) \oplus A_1X(k-1) \oplus BU(k), \quad (2)$$

$$Y(k) = CX(k). \quad (3)$$

并讨论了系统的某些特性。事实上, 由于系统中各缓冲区的容量上限取值为  $n-1$ <sup>[6]</sup>, 因此系统中任一活动的开始时间只可能与本批中资源的投入时刻, 本批中各活动的开始时刻及上一批中各活动的开始时刻有关, 因此对 Job-Shop 型的系统亦可建立式(2)与(3)所示的模型, 只是各矩阵中元素的取值有所变化而已。下面的分析均建立在式(2)与(3)的基础上。

### 2 特征分析

对上述系统, 记

$$U_1(k) = [u_{11}(k), u_{12}(k), \dots, u_{1n}(k)]^t, \quad (4)$$

$$U_2(k) = [u_{21}(k), u_{22}(k), \dots, u_{2m}(k)]^t, \quad (5)$$

$$Y_1(k) = [y_{11}(k), y_{12}(k), \dots, y_{1n}(k)]^t, \quad (6)$$

$$Y_2(k) = [y_{21}(k), y_{22}(k), \dots, y_{2m}(k)]^t. \quad (7)$$

其中  $U_1(k), U_2(k)$  分别表示系统中  $n$  个工件与  $m$  台机的第  $k$  批投入时刻向量,  $Y_1(k)$  与  $Y_2(k)$  分别表示  $n$  个工件与  $m$  台机床第  $k$  批的释放时刻向量, 则式(3)与(4)可化成如下形式

$$X(k) = A_0X(k) \oplus A_1X(k-1) \oplus B_1U_1(k) \oplus B_2U_2(k), \quad (8)$$

$$Y_1(k) = C_1X(k); \quad Y_2(k) = C_2X(k). \quad (9)$$

设工件*i*每批间的转换时间为  $t_{1i}$ , 所配托盘数为  $n_i$ , 机床*i*每批间的转换时间为  $t_{2i}$ , 则有

$$u_{1i}(k) = t_{1i}y_{1i}(k - n_i), \quad (10)$$

$$u_{2i}(k) = t_{2i}y_{2i}(k - 1). \quad (11)$$

将式(9)代入并写成矩阵形式有

$$U_1(k) = C_{11}X(k - 1) \oplus \cdots \oplus C_{1n_0}X(k - n_0), \quad (12)$$

$$U_2(k) = C_{21}X(k). \quad (13)$$

其中  $n_0 = \max\{n_i, i=1, \dots, n\}$ ,  $C_{11}, C_{12}, \dots, C_{1n_0}$  与  $C_{21}$  为相应准数的矩阵, 将式(12)与(13)代入方程(8)有

$$X(k) = A_0X(k) \oplus A_{11}X(k - 1) \oplus \cdots \oplus A_{1n_0}X(k - n_0). \quad (14)$$

其中  $A_{11} = A_1 \oplus B_1C_{11} \oplus B_2C_{21}$ ,  $A_{1i} = B_1C_{1i}$  ( $2 \leq i \leq n_0$ ), 将式(14)两端取极大代数意义下的  $z$  变换有

$$X(z) = A(z)X(z). \quad (15)$$

其中  $A(z) = A_0 \oplus z^{-1}A_{11} \oplus \cdots \oplus z^{-n_0}A_{1n_0}$ . 若系统是有限稳定的<sup>[4]</sup>, 则  $A(z)$  的主特征值  $\lambda_0$  (所对应的特征向量不含  $z$  元) 即为系统的平均稳态运行周期.

**定理 1** 不管系统的初始状态为何, 若系统是有限稳定的, 则系统在经过有限步以后一定能进入以  $\lambda_0$  为平均周期的稳态运行.

**定理 2** 若系统是有限稳定的, 则一定存在一初始输入使系统不经过暂态过程而直接进入以  $\lambda_0$  为周期的一阶稳态运行.

限于篇幅, 上述定理的证明从略. 在文[5]中, 作者对缓冲区无限大的情形给出了上述结论, 上述定理表明对缓冲区有限的情形, 文[5]的有关结论同样成立.

### 3 托盘优化配置

记矩阵  $A$  的极大代数意义下的特征值为  $\lambda$ , 其存在  $n$  个不含  $z$  元的互不相关的特征向量  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , 则称集合

$$\mathcal{S} = \{h_1, h_2, \dots, h_n\} \quad (16)$$

为  $A$  的相对于特征值  $\lambda$  的特征向量集. 显然,  $A$  的任一特征向量均能由  $\mathcal{S}$  中的向量线性表出.

下面我们回到系统(8)与(9)上面来, 将式(13)代入式(8)有

$$X(k) = A_0X(k) \oplus A_1X(k - 1) \oplus B_1U_1(k) \oplus B_2C_{21}X(k - 1). \quad (17)$$

其解为

$$X(k) = AX(k - 1) \oplus BU_1(k). \quad (18)$$

其中

$$A = A_0^*(A_1 \oplus B_2C_{21}), \quad B = A_0^*B_1, \quad A_0^* = I \oplus A_0 \oplus A_0^* \oplus \dots.$$

设  $A$  的特征值为  $\lambda$ , 则无论系统的托盘如何配置, 恒有系统的运行周期  $T \geq \lambda$ , 且当系统的托盘配置得足够多时, 有  $T = \lambda$ <sup>[6]</sup>. 因此系统的托盘配置问题归结为寻求一最少托盘数配置使  $T = \lambda$ . 由上节可知, 若托盘为最优配置, 则一定存在一初始输入  $U_1(1)$  使系统直接进入以  $\lambda$  为周期的一阶稳态运行, 即  $\forall k \geq 2$ , 有  $X(k) = \lambda X(k - 1)$ , 记  $B_1U_1(k) = b_{k1}$  代入式(18)有

$$\lambda X(k-1) = AX(k-1) \oplus b_{k1}. \quad (19)$$

要使上式成立, 则必须使  $b_k$  中的每一元素均小于或等于  $\lambda X(k-1)$  中的相应元素, 由于  $\lambda$  为  $A$  的特征值, 则不难看出  $X(k-1)$  即为  $A$  的一特征向量, 记为  $X(k-1)=h_{k1}$ , 由

$$b_{k1} = BU_1(k) \leqslant \lambda h_{k1}; \quad h_{k1} \in S, \quad (20)$$

则可解出  $U_1(k)$  中各元素  $u_{1i}(k)$  的最大值  $a_i$ , 记

$$\alpha = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T. \quad (21)$$

又由  $X(k-1)=h_{k1}$  可求出  $Y(k)=C_1X(k)=\lambda C_1h_{k1}$ , 记为

$$Y(k) = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)^T. \quad (22)$$

考虑到此时对任一  $k \geq 2$ , 恒有  $Y(k)=\lambda Y(k-1)$  故式(10)可转化为

$$u_{1i}(k) = \lambda^{-1}t_{1i}\beta_i. \quad (23)$$

解如下不等式

$$\lambda^{-1}t_{1i}\beta_i \leqslant a_i. \quad (24)$$

即可求出  $n_i$  的最小值  $n_i^0$ , 其中  $i=1, \dots, n_0$ . 取  $u_{1i}(k)=\lambda^{-n_i^0}t_{1i}\beta_i$ ,  $U_2(k)=C_2h_k$ , 则可得

$$b_k = BU_1(k) \leqslant Ba = \lambda h_k, \quad (25)$$

$$X(k) = AX(k-1) \oplus BU_1(k) = \lambda h_k = \lambda X(k-1). \quad (26)$$

从而可知系统此时进入以  $\lambda$  为周期的一阶稳态运行.

当  $A$  的特征向量集  $S$  只有一个元时, 则按上述方法求得的  $n_i^0$  的值即为系统的最优托盘配置, 若存在多个元, 则取  $S$  中所有的特征向量所求得的  $n(A)$  的线性无关特征向量的个数)组不同的托盘配置数, 其总和最小的一个即为系统的托盘最优配置.

#### 4 算 例

一个三台机床加工两种工件的系统如下所示, 其加工时间矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}.$$



图 1 系统示意图

设各缓冲区的容量均为 0, 机床与工件的每批间的转换时刻忽略不计, 则可得模型(8), (9)中各参数矩阵的值如下:

$$A_0 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & \cdot & 0 & \cdot & \cdot & \cdot \\ 2 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & 3 & \cdot & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 3 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 2 & 1 & \cdot \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 & \cdot \\ \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 0 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 3 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 3 \end{bmatrix}.$$

从而可得

$$A = A_0^* (A_1 \oplus B_2 C_2) = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot & 0 & \cdot & \cdot \\ 3 & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & 0 \\ 3 & \cdot & \cdot & 2 & \cdot & 0 \\ 6 & \cdot & \cdot & 5 & \cdot & 3 \\ 6 & \cdot & \cdot & 5 & \cdot & 3 \\ 8 & \cdot & \cdot & 7 & \cdot & 5 \end{bmatrix},$$

$$B = A_0^* B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 & 5 & 5 & 7 \\ \cdot & 1 & \cdot & 1 & \cdot & \cdot \end{bmatrix}.$$

$A$  的特征值为 5, 其线性无关的特征向量仅有一个, 为

$$h = (0, 2, 2, 5, 5, 7)^T.$$

由  $B_1 U_1(1) \leq \lambda h$ , 可得式(21)的  $\alpha$  为

$$\alpha = (5, 7)^T.$$

由  $Y_1(1) \leq \lambda C_1 h$ , 可得式(22)的  $\beta$  为

$$\beta = (11, 15)^T.$$

解式(25)的不等式可得工件  $J_1$  与  $J_2$  的托盘优化配置分别为

$$n_1^0 = 2, \quad n_2^0 = 2.$$

取  $u_{11}(1) = \lambda^{-2} \beta_1 = 1, u_{12}(1) = \lambda^{-2} \beta_2 = 5, U_2(1) = C_2 h = (5, 7, 10)^T$ , 则系统立即进入以 5 为周期的一阶稳态运行.

## 参 考 文 献

- [1] Cohen, G. et al. A Linear-System-Theoretic View of Discrete-Event Process and its Use for Performance Evaluation in Manufacturing. IEEE Trans. Automat. Contr., 1985, AC-30(3), 210-220.
- [2] 齐向东, 陈文德. 柔性制造系统的托盘优化. 自动化学报, 1992, 18(3), 348-352.
- [3] 刘克, 郑应平. 有限缓冲区生产系统的建模与分析. 控制与决策, 1991, 6(4), 241-246.
- [4] 许普权. 离散事件动态系统的线性系统理论及其应用. 东北工学院博士论文, 1991.
- [5] 王龙, 郑大钟. 线性离散事件动态系统控制的一些新结果. 清华大学学报, 1990, 30(1), 18-20.
- [6] 沈美娥, 彭威, 伍乃骐, 薛劲松. Petri 网理论在柔性制造系统性能分析中的应用. 信息与控制, 1990, (2), 25-29.

## The Property's Analysis and Pallet Assignment to the Limited Buffer's Flexible Manufacturing System

FENG Yueliang, TONG Tiaosheng and PENG Rongjing

(Department of Electrical, Hunan University · Changsha, 410082, PRC)

**Abstract:** This paper has researched the problem of limited buffer's FMS's operation property and pallet assignment, the system's analysis model and pallet optimizing algorithm has been given. The results of this paper has important uses to the actual system.

**Key words:** flexible manufacturing system; limited buffers; period; pallet assignment

### 本文作者简介

**冯月亮** 1964年生。湖南大学工业自动化专业博士研究生。主要研究领域为离散事件动态系统理论,计算机集成制造系统。

**童调生** 湖南大学电气工程系教授,博士生导师,国家有突出贡献的专家。主要研究领域为最优控制理论,计算机控制,智能控制,图象处理,振动控制等。

**彭永进** 湖南大学电气工程系教授,博士生导师,国家有突出贡献的专家,主要研究领域为线性系统理论,离散事件动态系统理论,计算机集成制造系统,计算机控制系统。

## 95'《中国控制会议》 征文通知

95'《中国控制会议》拟定于一九九五年第三季度在安徽黄山举行。会议由中国自动化学会控制理论专业委员会主办,由 IEEE 北京分部及旅英自动化协会协办,并由中国科学技术大学自动化系承办。具体事宜如下:

### 一、征文范围:

控制理论及其应用未发表的论文,内容包括下列领域的理论与应用:

- 线性系统 • 非线性系统 • 随机控制系统 • 计算机集成制造系统 • 专家系统
- 分布参数系统 • 离散事件系统 • 社会经济系统 • 大系统 •  $H_{\infty}$  控制 • 适应控制 • 生态环境系统 • 鲁棒控制 • 预测控制 • 智能控制 • 机器人控制 • 模糊控制 • 神经网络
- 容错控制 • 系统辨识与建模 • 模型降阶 • 稳定性分析 • 最优估计 • 计算机辅助设计 • 工业控制

**二、截止日期:** 收稿截止日期为 1995 年 3 月 31 日。

**三、会议请奖:** 凡申请《中国控制会议》第二届《关肇直奖》的论文,需在投稿时注明,交论文一式九份,并附工作证(或学生证)和身份证复印件,及至少一份同行教授级专家推荐意见(见《关肇直奖》条例)。

### 四、说明:

1. 会议录取的文章,将于五月初通知作者。
2. 论文集将由正式出版社出版。
3. 请作者自留底稿,无论是否录取,一律不退稿。

### 五、联系人及地址:

联系人: 张月田

通讯地址: 中国科学院系统科学研究所(北京中关村 100080)

电话: (01)2553063 传真: (01)2568364 电子信箱: jif@iss03. iss. ac. cn