第12卷第1期
1995年2月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 12, No. 1
Feb., 1995

辨识 Hammerstein 模型的两步法

黄正良
(西南工学院科研处·四川绵阳,621002)

万百五 韩崇昭
(西安交通大学系统工程研究所,710049)

摘要:本文利用稳态和动态信息提出了一种辨识 Hammerstein 模型的新方法——两步法.该方法利用稳态信息获取非线性增益的强一致性估计;利用动态信息获取线性子系统未知参数的强一致性估计.该方法具有计算简单和辨识精度高等优点.最后的仿真结果说明了该方法的有效性和实用性.

关键词:Hammerstein 模型;非线性增益;线性子系统;稳态辨识;动态辨识;

1 前 言

有相当广泛的非线性系统能用一个线性子系统和内含一个无记忆的非线性增益来表示.在这一类系统中,具有代表性的是用 Hammerstein 模型(简称 H 模型)描述的系统[1].

离散时间 H 模型可用如下差分方程来描述

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})\Phi[u(k)] + \xi(k). \tag{1}$$

其中 $A(q^{-1}) = 1+a_1q^{-1}+\cdots+a_nq^{-n}$, $B(q^{-1}) = b_0+b_1q^{-1}+\cdots+b_mq^{-m}$ 分别为 n,m 阶后移算子多项式;d 为系统的时延;$\Phi[\cdot]$ 为无记忆非线性增益,$y(k)$,$u(k)$,$\xi(k)$ 分别为 k 时刻系统的输出、输入、噪声.

如果 $\Phi[\cdot]$ 为连续函数,根据 Weistarrass 逼近定理,可选择多项式 $L[\cdot]$ 逼近 $\Phi[\cdot]$.从而(1)式可写成

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})L[u(k)] + \tilde{\xi}(k). \tag{2}$$

这里 $\tilde{\xi}(k) = q^{-d}B(q^{-1})(\Phi[u(k)] - L[u(k)]) + \xi5(k)$,在大多数的情况下,$\tilde{\xi}(k)$ 为有色噪声.目前大多数关于 H 模型辨识的方法是以(2)作为辨识模型的[2~4].这些方法存在一些致命的弱点,文[5]对此作了说明,并提出了采用折线逼近 $\Phi[\cdot]$ 的新辨识方法,但同样存在 着严重的不足.其一,为了使折线较好地逼近 $\Phi[\cdot]$,必须增大输入信号的变化水平,而变化水平的增大会导致未知参量的增多,反过来抑制了参数的估计精度;其二,由于只能获得未知参数的渐近无偏估计,利用其估计值并经优化处理得到的多项式难以精确地逼近 $\Phi[\cdot]$.

本文另辟蹊径,提出了 H 模型两步辨识技术,它适用于 H 模型的开环辨识.

2 辨识算法

2.1 稳态模型辨识

在一定的条件下,利用系统的输入/输出稳态数据将获得系统的稳态模型:$y = \lambda\Phi[u]$ ($\lambda = B(1)/A(1)$).为此作如下假设:

本文于1993年8月4日收到.1994年1月10日收到修改稿.

假设 1　m, n 和 d 已知;

假设 2　$\Phi[\cdot]$为连续映射且不恒为常数;

假设 3　$A(q^{-1})$为稳定多项式且 $B(1)\neq 0$;

假设 4　$\{\xi(k)\}$为白噪声, $E\xi^2(k)=\varphi^2, E\xi^4(k)<+\infty$;

假设 5　存在 k_0 使 $Ey^2(k_0)<+\infty$;

假设 6　任选 k_1, 取 $u(k)=\sigma, \sigma\in[a,b](k\geqslant k_1)$.

记 $x(k)\triangleq\xi(k)+B(1)\Phi[\sigma]$, $W(k)\triangleq(x(k),0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$,

$$Y(k)\triangleq(y(k),\cdots,y(k-n+1))^{\mathrm{T}},\quad A\triangleq\begin{pmatrix}-a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} & -a_n\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0\end{pmatrix}.$$

则当 $k\geqslant k_2\triangleq k_1+m+n+d$ 时, (1)式等价于下列差分方程:

$$Y(k)=AY(k-1)+W(k). \tag{3}$$

由此可得

$$Y(k)=\sum_{i=0}^{k-k_2-1}A^iW(k-i)+A^{k-k_2}Y(k_2). \tag{4}$$

由假设 3 可知矩阵 A 的谱半径小于 1, 于是有

$$\begin{aligned}\lim_{k\to+\infty}Ey(k)&=\lim_{k\to+\infty}EB^{\mathrm{T}}Y(k)\\ &=B^{\mathrm{T}}(I-A)^{-1}BB(1)\Phi[\sigma]\quad(\text{a.s.})\\ &=\lambda\Phi[\sigma].\end{aligned} \tag{5}$$

这里 $B=(1,0,\cdots,0)^{\mathrm{T}}$, I 为单位矩阵. 又因为

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Y(k+i)=A\frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1}Y(k+i)+\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}W(k+i), \tag{6}$$

所以有

$$\begin{aligned}&\lim_{k\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}y(k+i)\\ &=\lim_{k\to+\infty}B^{\mathrm{T}}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Y(k+i)\\ &=B^{\mathrm{T}}(I-A)^{-1}BB(1)\Phi[\sigma]\quad(\text{a.s.})\\ &=\lim_{k\to+\infty}Ey(k);\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}&\lim_{k\to+\infty}Ey(k+t)y(k)\quad(t\geqslant 0)\\ &=\lim_{k\to+\infty}B^{\mathrm{T}}EY(k+t)Y^{\mathrm{T}}(k)B\\ &=B^{\mathrm{T}}\lim_{k\to+\infty}E\Big[\sum_{i=0}^{s_1}A^iW(k+t-i)+A^{s_1+1}\Big]\Big[\sum_{j=0}^{s_2}A^jW(k-j)+A^{s_2+1}\Big]^{\mathrm{T}}B\\ &=B^{\mathrm{T}}(I-A)^{-1}BB^{\mathrm{T}}(I-A^{\mathrm{T}})^{-1}BB^2(1)\Phi^2[\sigma]+B^{\mathrm{T}}A^t\sum_{j=0}^{\infty}A^jB(A^jB)^{\mathrm{T}}B\varphi^2\\ &=\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}y(k+t+s)y(k+s).\quad(\text{a.s.})\end{aligned} \tag{8}$$

这里 $s_1=k+t-k_2-1$, $s_2=k-k_2-1$. 即有如下定理.

定理 1 若假设 3～6 成立，则系统的输出是一个渐近平稳过程，且均值与协方差具有各态遍历性．

从(5)，(7)和(8)式可知上述定理的正确性．

记 $\eta(N)=\sqrt{N}[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}y(l+i)-\lambda\Phi[\sigma]]$，则有

$$\lim_{N\to+\infty}\eta(N)=\lim_{N\to+\infty}B^{\mathrm{T}}\sqrt{N}[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Y(l+i)-B\lambda\Phi[\sigma]]$$

$$=\lim_{N\to+\infty}B^{\mathrm{T}}(I-A)^{-1}B\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{i=1}^{N}\xi(l+i)\quad(\text{a.s.})$$

$$\sim N(0,\varphi_1^2).\tag{9}$$

这里 $\varphi_1=[\varphi/A(1)]^2$. 由此可得到如下定理．

定理 2 若假设 3～5 成立，则用 $\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}y(l+i)$ 估计 $\lambda\Phi[\sigma]$ 具有强一致性，且估计残差服从渐近正态分布．

将 $[a,b]$ 分成 s 等份，记 $\sigma_i=a+(b-a)i/s(i=0,1,\cdots,s)$. 进行 $s+1$ 次开环实验，便可得到 $\lambda\Phi[\sigma_i]$ 的强一致估计 $f_N(\sigma_i)(=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}y(l+j))$. 利用 Lagrange 插值公式可得到一 s 阶的多项式 $L_s^N[u]$[7].

$$L_s^N[u]=\sum_{i=0}^{s}f_N(\sigma_i)w(u)/(u-\sigma_i)w'(\sigma_i).\tag{10}$$

这里 $w(u)=\prod_{j=0}^{s}(u-\sigma_j)$. 显然有

$$\lim_{N\to+\infty}L_s^N(\sigma_i)=\lambda\Phi[\sigma_i],\quad(\text{a.s.})\tag{11}$$

$$\lim_{s\to+\infty}\lim_{N\to+\infty}L_s^N[u]=\lambda\Phi[u],\quad u\in[a,b].\quad(\text{a.s.})\tag{12}$$

如果进一步假设 $\Phi[u]$ 在 $[a,b]$ 上 $s+1$ 阶连续可微，则存在 $\xi\in(a,b)$ 使

$$\lambda\Phi[u]-\lim_{N\to+\infty}L_s^N[u]=w(u)\lambda\Phi^{(s+1)}(\xi)/(s+1)!^{[7]}.\tag{13}$$

特别当 $\Phi[u]$ 为多项式函数时，则当 $s\geqslant\partial\Phi[u]$ 时有

$$\lim_{N\to+\infty}L_s^N[u]=\lambda\Phi[u],\quad u\in[a,b].\quad(\text{a.s.})\tag{14}$$

2.2 动态辨识

以上利用系统的输入/输出稳态数据在某种意义下获得了非线性增益的强一致性估计，以下我们将利用动态辨识获取线性子系统未知参数的强一致性估计．

首先(1)式可写成如下形式：

$$A(q^{-1})y(k)=\tilde{B}(q^{-1})v(k)+\xi(k).\tag{15}$$

这里 $\tilde{B}(q^{-1})=q^{-d}B(q^{-1})/\lambda,v(k)=\lambda\Phi[u(k)]$. 记 $\theta=(a_1,\cdots,a_n,b_0/\lambda,\cdots,b_m/\lambda)$. 利用最小二乘可得到 θ 的估计 $\hat{\theta}(T)$ (T 为采样数据长度). 若 $v(k)$ 是持续激励信号，则有

$$\lim_{T\to+\infty}\hat{\theta}(T)=\theta.\quad(\text{a.s.})\tag{16}$$

由于 $v(k)$ 是非线性增益的输出，线性子系统的输入，且是不可测量. 如果能适当地选择 $u(k)$ 使得 $v(k)$ 为持续激励信号，那就可以获得 θ 的强一致性估计. 由于 $\lambda\Phi[u]$ 不恒为常

量,可选择 s 使 $V=\{\lambda\Phi[\sigma_0],\cdots,\lambda\Phi[\sigma_s]\}$ 中至少含有 p 个不同的值($p>0$),故可在 $U=\{\sigma_0,\sigma_1,\cdots,\sigma_s\}$ 中选择 $u(k)$ 的取值使得 $v(k)$ 为持续激励信号,如具有 p 个水平的白噪声序列.

定理 3　若假设 1～4 和 6 成立,适当地选择 $u(k)$ 使得 $v(k)$ 为持续激励信号,则有

$$\lim_{T\to+\infty}\lim_{N\to+\infty}\hat{\theta}_N(T)=\theta.\quad(\text{a.s.})\tag{17}$$

辨识步骤如下:

1° 将 $u(k)$ 加入到系统中,得到 $v(k)$(即 $\lambda\Phi[u(k)]$)的强一致性估计 $f_N(\sigma_i)$;

2° 利用 $\{u(k)\}$ 和 $\{f_N(\sigma_i)\}$ 数据可获得 θ 的强一致性估计 $\hat{\theta}_N(T)$.

3　仿真研究

考虑如下两个 H 模型的数字仿真:

例 1

$$A(q^{-1})=1-1.5q^{-1}+0.7q^{-2},$$
$$B(q^{-1})=1+0.5q^{-1},\quad d=2,$$
$$\Phi[u]=\begin{cases}\sqrt{u+1/2}-\sqrt{1/2}, & u\geqslant -1/2,\\ -\sqrt{|u+1/2|}-\sqrt{1/2}, & u<-1/2,\end{cases}\qquad -5\leqslant u\leqslant 5.$$

例 2

$$A(q^{-1})=1+0.9q^{-1}+0.15q^{-2}+0.02q^{-3},$$
$$B(q^{-1})=0.42-0.9q^{-1},\quad d=1,$$
$$\Phi[u]=\begin{cases}1, & u>1,\\ u, & |u|\leqslant 1,\\ -1, & u<-1,\end{cases}\qquad -4\leqslant u\leqslant 4.$$

$\{\xi(k)\}$ 为零均值标准差为 1 的白噪声序列. 在仿真过程中,先利用稳态辨识可得到 $\lambda\Phi[\sigma_i]$ 的估计值,然后利用动态辨识可得到 θ 的估计值. 在例 1 仿真中,取 $s=10$,即将 $[-5,5]$ 十等分,仿真结果见表 1 和表 2. 因此可用一个 10 阶多项式逼近 $\lambda\Phi[u]$.

$$L_{10}^{200}[u]=\sum_{i=0}^{10}f_{200}(\sigma_i)w(u)/(u-\sigma_i)w'(\sigma_i).$$

这里 $w(u)=(u-5)(u-4)(u-3)(u-2)(u-1)u(u+1)(u+2)(u+3)(u+4)(u+5)$.

在例 2 仿真中,将 $[-4,4]$ 二十等分,取 $s=6$,仿真结果见表 3 和表 4,因此可用一个 6 阶多项式逼近 $\lambda\Phi[u]$.

$$L_6^{300}[u]=\sum_{i=0}^{6}f_{300}(\sigma_i)w(u)/(u-\sigma_i)w'(\sigma_i).$$

这里 $w(u)=(u-4)(u-0.8)(u-0.4)u(u+0.4)(u+0.8)(u+1.2)$.

表 1　例 1 稳态辨识仿真结果

σ_i	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$\lambda\Phi(\sigma_i)$	-21.2132	-19.3345	-17.1615	-14.4885	-10.6065	0	3.8820	6.5550	8.7277	10.6065	12.2857
$f_N(\sigma_i)$	-21.1472	-19.3201	-17.1728	-14.4604	-10.6192	0.0032	3.8409	6.5674	8.7168	10.6203	12.2693

$s=10$　　$l=100$　　$N=200$

表 2 例 1 动态辨识仿真结果

	a_1	a_2	b_0/λ	b_1/λ
真　值	−1.5	0.7	0.1333	0.0667
估计值	−1.5209	0.6834	0.1274	0.0829
$T=100$　$l=100$　$N=200$				

表 3 例 2 稳态辨识仿真结果

σ_i	−1.2	−0.8	−0.4	0	0.4	0.8	4
$\lambda\Phi(\sigma_i)$	−1	−0.8	−0.4	0	0.4	0.8	1
$f_N(\sigma_i)$	−1.0303	−0.8179	−0.3927	−0.0144	0.4093	0.7926	1.0401
$s=6$　$l=100$　$N=300$							

表 4 例 2 动态辨识仿真结果

	a_1	a_2	a_3	b_0/λ	b_1/λ
真　值	0.9	0.15	0.02	−1.8112	3.8812
估计值	0.8540	0.1447	0.034	−1.8607	3.5904
$T=150$　$l=100$　$N=300$					

4 结　论

本文提出的两步法是一种辨识 H 模型的新方法. 第一步稳态辨识是利用阶跃信号的稳态响应获取稳态模型的强一致性估计. 并在一定的条件下，获得了估计误差公式. 第二步动态辨识是利用随机输入信号获得线性子系统未知参数的强一致性估计. 从整个辨识过程来看，为了提高辨识精度，只需增加稳态辨识实验次数，而每一次稳态辨识的计算量与实验次数无关. 动态辨识中的未知参量个数与稳态辨识以及实验次数无关，从而此方法克服了文[2～5]中的不足. 另外，在阶次 n，m 未知的情况下，因为稳态辨识不需要知道 n，m，在动态辨识过程中可以用多种方法定阶[8]. 从而克服了文[5]中的欠缺之处. 如果 $\Phi[\cdot]$不是连续函数(如分段连续函数)，那可以采用分段逼近的方法. 总之，两步法具有理论严谨，计算量小和实用性强等优点.

参 考 文 献

[1] Hsia, T. C.. System Identification-Least Squares Methods. Lexington Books, Toronto, 1977, Chapter 8

[2] Billings, S. A. and Fakhouri, S. Y.. Nonlinear Identification Using the Hammerstein Model. Int. J. System Sci., 1979, 10(5): 567—578

[3] Stoica, P. and Soderstrom, T.. Instrumental Variable Method for Identification of Hammerstein System. Int. J. Control, 1982, 35(3): 459—476

[4] 余鹤龄，顾钟文，周春晖. Hammerstein 模型的模型参考自适应参数估计方法及其应用. 控制理论与应用，1989，6(增刊 2): 45—62

[5] 郎自强. 一种辨识 Hammerstein 模型的新方法. 自动化学报，1993，19(1): 37—45

[6] Ljung, L.. Consistency of the Least-Squares Identification Method. IEEE Trans. Automat. Contr., 1976, AC-21(5): 779—781
[7] 徐利治等. 逼近论. 北京:国防工业出版社, 1985
[8] 方崇智, 萧德云. 过程辨识. 北京:清华大学出版社, 1988

A Two-Stage Identification Technique for Hammerstein Model

HUANG Zhengliang
(Southwest Institute of Technology · Sichuang Mianyang, 621002, PRC)
WAN Baiwu and HAN Chongzhao
(Institute of Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: In this paper, a two-stage identification technique which uses both steady-state and dynamic information to identifying the nonlinear gain and linear subsystem of Hammerstein model, respectively, is presented, and estimats obtained are strong consistency. The novel technique is simple and high identification accurate. Finally, the simulation results show that the new approach is very efficient and practical.

Key words: Hammerstein model; nonlinear gain; linear subsystem; steady-state identification; dynamic identification

本文作者简介

黄正良　1962 年生. 副教授. 1982 年毕业于武汉建材学院, 1988 年毕业于东北工学院, 1992 年西安交通大学博士研究生毕业. 现为西南工学院科研处副处长. 主要研究方向为动态对策, 工业大系统随机稳态优化.

万百五　1928 年生. 教授. 博士生导师. 1951 年毕业于上海交通大学电信研究所. 现任西安交通大学信息与控制工程系系统工程研究所大系统室主任. 目前主要研究方向为大系统模型简化, 递阶控制, 智能控制等. 国内外发表论文 110 余篇. 曾获国家教委一、二等奖各一次.

韩崇昭　1943 年生. 教授. 1968 年毕业于西安交通大学, 1981 年在中国科学院研究生院获硕士学位. 现为西安交通大学信息与控制工程系副主任、陕西省自动化学会秘书长. 著有"泛函分析及其在自动控制中应用"等四部专著和教材. 主要研究方向是工业大系统优化, 自适应控制, 非线性频谱分析等.