

一类非线性互联大系统的分散镇定*

盖如栋 刘晓平 张嗣瀛

(东北大学自动控制系·沈阳, 110006)

摘要: 本文研究一类非线性互联大系统的局部分散状态反馈镇定问题. 文中将非线性系统的几何方法和分析方法有机地结合起来, 用于研究这类非线性互联大系统的分散镇定问题的可解性, 并且得到了较弱的充分条件, 最后用一个例子对本文的主要结果做进一步的说明.

关键词: 非线性互联大系统; 分散镇定; 零动态; 李雅普诺夫函数

1 引言

分散镇定是大系统设计理论中基本而重要的课题. 近十多年来, 非线性互联大系统的分散镇定问题的研究已取得了一定的进展^[1~6], Yamakami 和 Geromel, Saberi 和 Khalil, Geromel 相继给出了一类非线性互联系统通过分散状态反馈可镇定的充分条件. Bachmann, Saberi 和 Khalil, Zheng 给出了利用分散输出反馈使整个互联系统镇定的充分条件. 上述结果基本上是用分析方法得到的.

Byrnes 和 Isidori 在采用几何方法研究集中控制非线性系统的状态反馈镇定时, 提出了系统的零动态(zero dynamics)这一重要概念, 进而应用这一概念给出了一类非线性系统可局部状态反馈镇定的充分条件^[7~9]. 最近, 夏小华^[12]又进一步发展了这方面的研究成果. 但是, 几何方法和分析方法各有利弊, 单一采用其中任何一种方法研究非线性互联大系统的分散镇定问题都有其局限性. 本文将几何方法和分析方法结合起来研究非线性互联大系统的局部分散状态反馈镇定问题, 并且得到了较为深入的结果. 需要强调的是, 本文所给出的结果不仅适用于弱耦合的互联系统, 而且适用于强耦合的互联系统.

2 主要结果

考虑由 N 个子系统组合而成的非线性大系统:

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(\bar{x}_i) + g_i(x_i)u_i, \quad (2.1a)$$

$$y_i = h_i(x_i), \quad i \in \underline{N}. \quad (2.1b)$$

其中 $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i, y_i \in \mathbb{R}^{n_i}$ 分别是第 i 个子系统的状态、输入和输出向量, $\underline{N}$ 表示前 N 个自然数集合. 令 $n = \sum_{i=1}^N n_i$, $\bar{x}_i = n - n_i$, $\bar{x}_i = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_N)$, 并设 $x_0 = \text{col}(x_{10}, x_{20}, \dots, x_{N0}) \in \mathbb{R}^n$ 是系统(2.1)的平衡点, $U_0 \subset \mathbb{R}^n$ 是包含 x_0 的开邻域, 其中 $x_{i0} \in \mathbb{R}^{n_i}$, $f_i(x_{i0}) = 0, i \in \underline{N}$. 此外, 我们假设 $f_i(x_i)$ 及 $g_i(x_i)$ 的每一列向量属于 $\mathcal{V}(U_0 \cap \mathbb{R}^{n_i})$, $g_i(\bar{x}_i) \in C^\infty(U_0)$

* 国家自然科学基金资助项目.

本文于 1992 年 12 月 11 日收到. 1994 年 12 月 19 日收到修改稿.

3期

$\cap R^{n_i}, R^{m_i}$) 及 $h_i(x_i) \in C^\infty(U_0 \cap R^{n_i}, R^{m_i})$, $i \in \underline{N}$. 下面我们假设 $x_0 = 0, h_i(0) = 0$.

定义 1 设 x_0 是系统(2.1)的平衡点, 若在 x_0 的某领域 $U \subset U_0$ 上存在一个局部分散状态反馈

$$u_i = \alpha_i(x_i), \quad i \in \underline{N} \quad (2.2)$$

满足 $\alpha_i(x_i) \in C^\infty(U \cap R^{n_i}, R^{m_i})$, $\alpha_i(x_{i0}) = 0$, 使得 x_0 是闭环系统

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i)\alpha_i(x_i) + q_i(\bar{x}_i), \quad (2.3a)$$

$$y_i = h_i(x_i), \quad i \in \underline{N} \quad (2.3b)$$

渐近稳定的平衡点, 则称系统(2.1)在点 x_0 处可局部分散状态反馈镇定.

如果系统(2.1)的第 i 个孤立子系统 Σ_i , 即

$$\dot{x}_i = f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i, \quad (2.4a)$$

$$y_i = h_i(x_i), \quad i \in \underline{N}, \quad (2.4b)$$

在点 x_{i0} 处具有向量相关度 $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im_i}$, 令 $r_i = \sum_{k=1}^{m_i} r_{ik}$, 且 $z_{ijk} = L_{f_i}^k h_{ij}, 0 \leq k \leq r_{ij} - 1, 1$

$\leq j \leq m_i, z_{ij} = \text{col}(z_{ij1}, z_{ij2}, \dots, z_{ijr_{ij}-1})$ 及 $z_i = \text{col}(z_{i1}, z_{i2}, \dots, z_{im_i})$. 那么可以证明 $\frac{\partial z_i}{\partial x_i}$ 的 r_i 个行向量在 x_{i0} 的某个领域上是线性独立的. 若 $r_i < n_i$, 那么总可以选取 $\eta_i(x_i) \in C^\infty(U_i, R^{n_i-r_i})$, 其中 $U_i \subset U_0 \cap R^{n_i}$ 是包含 x_{i0} 的某领域, 使得

$$\Phi(x_i) = \text{col}(z_i(x_i), \eta_i(x_i)) \quad (2.5)$$

构成 U_i 上的一个局部坐标变换, 并且当状态反馈 $u_i = -A_i^{-1}(b_i + F_i z_i)$ 时, 系统 Σ_i 可化成下面的形式:

$$\dot{z}_i = A^i z_i, \quad (2.6a)$$

$$\dot{\eta}_i = \beta_i(z_i, \eta_i), \quad (2.6b)$$

$$y_{ij} = z_{ij1}. \quad (2.6c)$$

其中, $A_i = (L_{g_{i1}} L_{f_i}^{r_{i1}-1} h_{ij})$, $b_i = \text{col}(L_{f_i}^{r_{i1}} h_{ij})$, F_i 是适当维数的定常矩阵且使 A^i 的特征值具有负实部. 若对每个 $i \in \underline{N}$, Σ_i 在 x_{i0} 处存在向量相关度, 则系统(2.1)经反馈后可化成如下形式

$$\dot{z} = Az + \frac{\partial z}{\partial x} q(x(z, \eta)), \quad (2.7a)$$

$$\dot{\eta} = \beta(z, \eta) + \frac{\partial \eta}{\partial x} q(x(z, \eta)), \quad (2.7b)$$

$$y = Cz. \quad (2.7c)$$

其中

$$z = \text{col}(z_1, z_2, \dots, z_N), \quad \eta = \text{col}(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N),$$

$$x = \text{col}(x_1, x_2, \dots, x_N), \quad A = \text{block-diag}(A^1, A^2, \dots, A^N),$$

$$\beta(z, \eta) = \text{col}(\beta_1(z_1, \eta_1), \beta_2(z_2, \eta_2), \dots, \beta_N(z_N, \eta_N)),$$

$$q(x) = \text{col}(q_1(\bar{x}_1), q_2(\bar{x}_2), \dots, q_N(\bar{x}_N)).$$

$$\text{设 } x_0 = 0 \text{ 是系统 } \dot{x}_i = \tilde{f}_i(x_i) + \tilde{g}_i(\bar{x}_i), \quad i \in \underline{N} \quad (2.8)$$

的平衡点, 并且存在函数族 $v_i(x_i)$, K 类函数族 $\varphi_{ij}(\|x_i\|)$, 正数 μ_{ik} 及常数 $\nu_{ik}, i, k \in \underline{N}, 1 \leq j \leq 3$, 在 x_0 的某领域上满足.

$$1) \quad \varphi_{i1}(\|x_i\|) \leq v_i(x_i) \leq \varphi_{i2}(\|x_i\|), \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i}(x_i) \tilde{f}_i(x_i) \leq -\mu_{ii} \varphi_{i3}(\|x_i\|). \quad (2.10)$$

$$2) \quad \frac{\partial v_i}{\partial x_i}(x_i) \tilde{q}_i(\bar{x}_i) \leq \varphi_{i3}^{1/2}(\|x_i\|) \sum_{k=1}^N \gamma_{ik} \varphi_{k3}^{1/2}(\|x_k\|). \quad (2.11)$$

那么有如下的结论.

引理 1^[11] 设系统(2.8)满足1), 2), 并且存在 $d_i > 0, i \in \underline{N}$, 使得矩阵 $S = (s_{ij})$ 负定, 其中当 $i \neq j$ 时, $s_{ij} = \frac{1}{2}(d_i \gamma_{ij} + d_j \gamma_{ji})$, $s_{ii} = d_i(\gamma_{ii} - \mu_{ii})$, 那么系统(2.8)的零解是渐近稳定的.

为叙述方便, 在此我们先对若干符号加以说明. $A\{1\}$ 表示 A 的第一类广义逆矩阵集合, $\mathcal{N}(A)$ 表示 A 的零空间, $\mathcal{R}(A)$ 表示 A 的象空间, $T_x(z)$ 表示流形 z 在点 x 处的切空间.

引理 2 令 $\frac{\partial z_i}{\partial x_i}(0) = G_i$, 则对任意的 $G_i^+ \in G_i\{1\}$ 及 $T_i \in \mathbb{R}^{n_i \times (n_i - r_i)}$ 满足 $\mathcal{N}(G_i) = \mathcal{R}(T_i)$, 必存在 $\eta_i(x_i) \in C^\infty(U_i, \mathbb{R}^{n_i - r_i})$ 与 $z_i(x_i)$ 构成一个局部坐标变换, 并且

$$\frac{\partial \eta_i}{\partial x_i}(0)[G_i^+ T_i] = [0 \quad I]. \quad (2.12)$$

证明从略.

事实上, 满足引理 2 的 $\eta_i(x_i)$ 在零点处的值可以任意选取, 特别地可取 $\eta_i(0) = 0$.

定理 1 设系统(2.1)的每个孤立子系统 Σ_i 在零点处存在向量相关度 $r_{i1}, r_{i2}, \dots, r_{im_i}$, 其包含原点的最大零动态子流形记为 Z_i^* , 令 $f_i^*(x_i) = f_i(x_i) + g_i(x_i)(-A_i^{-1}b_i)$, 则当 $x \in Z^* = \prod_{i=1}^N Z_i^*$ 时, 如果 $q_i(\bar{x}_i)$ 满足下列条件:

$$1) \quad q_i(\bar{x}_i) \in T_{x_i}(Z_i^*).$$

$$2) \quad \text{存在 } G_j^+ \text{ 使得当 } i \neq j \text{ 时, } \frac{\partial q_i}{\partial x_j}(0) \mathcal{R}(G_j^+) \subset T_0(Z_i^*).$$

$$3) \quad \text{系统 } \dot{x}_i = f_i^*(x_i) + q_i(\bar{x}_i) \text{ 满足引理 1 的条件.}$$

那么系统(2.1)可局部分散状态反馈镇定.

证 由前面的讨论可知, 系统(2.1)经坐标变换(2.5)及反馈 $u_i = -A_i^{-1}(b_i + F_i z_i)$ 后可化成式(2.7)的形式, 且存在原点的领域 $U, U \cap \mathbb{R}^{n_i} \subset U_i$, 使得

$$Z^* \cap U = \{\text{col}(z, \eta) \mid z = 0\}. \quad (2.13)$$

令 $P(z, \eta) = \frac{\partial z}{\partial x} q(x(z, \eta))$, 根据 1) 及式(2.13), $P(0, \eta) = 0, \frac{\partial P}{\partial z}(0, 0) = (M_{ij})$, 其中 M_{ij} 由下列式子给出.

$$M_{ii} = \left(\frac{\partial}{\partial z_i} \frac{\partial z_i}{\partial x_i} \right) \text{block-diag}\{q_i, q_i, \dots, q_i\} \Big|_{\substack{z=0 \\ \eta=0}}, \quad (2.14)$$

$$M_{ij} = \frac{\partial z_i}{\partial x_i} \frac{\partial q_i}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial z_j} \Big|_{\substack{z=0 \\ \eta=0}}. \quad (2.15)$$

根据引理 2, 可选取 $\eta_j(x_j)$ 使 $\frac{\partial \eta_j}{\partial x_j}(0) = G_j^+$, 并且容易验证 $\mathcal{N}(G_j^+) = T_0(Z_j^*)$. 这样由条件 2)

3 期

及 $q_i(0) = 0$ 可得 $\frac{\partial P}{\partial z}(0,0) = 0$. 令 $v(x) = \sum_{i=1}^N d_i v_i(x_i)$, 当 $x \in Z^*$ 时, $v(x) = v(x(0, \eta)) =: \bar{v}(\eta)$, 并且

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \dot{\eta} = \frac{\partial v}{\partial x} \dot{x} = \sum_{i=1}^N d_i \frac{\partial v_i}{\partial x_i} (f_i^*(x_i) + q_i(\bar{x}_i)). \quad (2.16)$$

根据条件 3) 及式 (2.16), 系统

$$\dot{\eta} = \beta(0, \eta) + \frac{\partial \eta}{\partial x} (x(0, \eta)) q(x(0, \eta)) \quad (2.17)$$

的平衡点是渐近稳定的. 这样系统 (2.1) 满足 [10] 的引理 B. 2, 从而可局部分散状态反馈镇定.

当系统 (2.1) 的 N 个孤立子系统不都存在向量相关度时, 如果对每个 $i \in \underline{N}$, x_{i0} 是 Σ_i 的零动态算法的正则点, 那么取适当的坐标变换及分散状态反馈^[10], 系统 (2.1) 可化成如下形式

$$\dot{z}_i = A^i z_i + \tilde{f}_i(z_i, \eta_i) + \frac{\partial z_i}{\partial \tilde{q}_i} \tilde{q}_i(\tilde{z}_i, \tilde{\eta}_i), \quad (2.18a)$$

$$\dot{\eta}_i = \beta_i(z_i, \eta_i) + s_i(z_i, \eta_i) + \frac{\partial \eta_i}{\partial \tilde{q}_i} \tilde{q}_i(\tilde{z}_i, \tilde{\eta}_i), \quad (2.18b)$$

$$y_i = C_i z_i, \quad i \in \underline{N}. \quad (2.18c)$$

其中 A^i 的所有特征值都具有负实部, $\tilde{f}_i(0, \eta_i) = 0$, $\frac{\partial}{\partial z_i} \tilde{f}_i(0, 0) = 0$, $s_i(0, \eta_i) = 0$. $\eta_i = \beta_i(0, \eta_i)$ 是第 i 个孤立子系统 Σ_i 的零动态. 由引理 1、定理 1 及上述事实可得到下面的结果.

定理 2 设 $x_{i0} = 0$ 是 Σ_i 的零动态算法的正则点, Σ_i 的包含原点的最大零动态子流形记为 Z_i^* , $u_i^*: Z_i^* \rightarrow \mathbb{R}^{n_i}$ 使 $f_i^*(x_i) = f_i(x_i) + g_i(x_i)u_i^*$ 切于 Z_i^* , 则当 $x \in Z^* = \prod_{i=1}^N Z_i^*$ 时, 如果 $q_i(\bar{x}_i)$ 满足定理 1 的条件 1) ~ 3), 系统 (2.1) 可局部分散状态反馈镇定.

3 例 子

考虑系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{11} \\ \dot{x}_{12} \\ \dot{x}_{13} \\ \dot{x}_{14} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ x_{14} \\ x_{14} - x_{13} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{22}x_{23} \\ x_{22}^2 \\ x_{21} + x_{22} \\ x_{21}x_{23}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ x_{13} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u_1, \quad (3.1a)$$

$$y_{11} = x_{11}, \quad y_{12} = x_{12}, \quad (3.1b)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{21} \\ \dot{x}_{22} \\ \dot{x}_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_{21} - x_{23}^2 \\ x_{22} \\ -x_{23} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \frac{1}{4}x_{13} \\ x_{11}x_{12} \\ x_{12}x_{13} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{23} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u_2, \quad (3.2a)$$

$$y_2 = x_{22} - x_{23}. \quad (3.2b)$$

在 $x_0 = 0$ 处局部分散状态反馈镇定问题, 容易验证 $x_{10} = 0$ 是 Σ_1 零动态算法的正则点, Σ_2 在 $x_{20} = 0$ 处有相关度 $r_2 = 2$, 且 $Z_1^* = \{x_1 | x_{11} = x_{12} = x_{14} = 0\}$, $Z_2^* = \{x_2 | x_{22} = x_{23} = 0\}$,

$z_1 = \text{col}(z_{11}, z_{12}, z_{13}) = \text{col}(x_{11}, x_{12}, x_{14})$, $z_2 = \text{col}(z_{21}, z_{22}) = \text{col}(x_{22} - x_{23}, x_{22} + x_{23})$, 由此可得出 $T_0(Z_1^*) = S_P\{\text{col}(0 \ 0 \ 1 \ 0)\}$, $T_0(Z_2^*) = S_P\{\text{col}(1 \ 0 \ 0)\}$, 并且

$$\frac{\partial q_2}{\partial x_1}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial q_1}{\partial x_2}(0) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

对于

$$G_2^+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad G_1^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

有 $\frac{\partial q_1}{\partial x_2}(0)\mathcal{R}(G_2^+) \subset T_0(Z_1^*)$, $\frac{\partial q_2}{\partial x_1}(0)\mathcal{R}(G_1^+) \subset T_0(Z_2^*)$. 从而当选取 $\eta_{11}(x_1) = x_{13}$, $\eta_{21}(x_2) = 2x_{21} - x_{23}^2$ 时,

$$\dot{x}_1 = f_1^*(x_1) + q_1(\bar{x}_1) = \begin{bmatrix} 0 \\ x_{14} \\ x_{14} - x_{13} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{22}x_{23} \\ x_{22}^2 \\ x_{21} + x_{22} \\ x_{21}x_{23}^2 \end{bmatrix}, \quad (3.3a)$$

$$\dot{x}_2 = f_2^*(x_2) + q_2(\bar{x}_2) = \begin{bmatrix} \frac{-2x_{21} - x_{22}x_{23} - x_{23}^2}{2} \\ \frac{x_{22} + x_{23}}{2} \\ \frac{-x_{22} - x_{23}}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{11} + x_{12} + \frac{1}{4}x_{13} \\ x_{11}x_{12} \\ x_{12}x_{13} \end{bmatrix}. \quad (3.3b)$$

取 $v_1(x_1) = x_{13}^2$, $v_2(x_2) = (2x_{21} - x_{23}^2)^2$, 那么容易验证当 $x \in Z^* \{x | x_{11} = x_{12} = x_{14} = x_{22} = x_{23} = 0\}$ 时, $q_1(\bar{x}_1)$ 和 $q_2(\bar{x}_2)$ 满足定理 2 的条件. 事实上, 若取

$$u_1 = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & k_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ x_{14} \end{bmatrix}, \quad u_2 = -\frac{1}{2} [1 - k_4 \quad -k_5] \begin{bmatrix} x_{22} - x_{23} \\ x_{22} + x_{23} \end{bmatrix}.$$

其中, $k_1 < 0$, k_2, k_3, k_4 和 k_5 使 $\lambda^2 - k_3\lambda - k_2 = 0$ 和 $\lambda^2 - k_5\lambda - k_4 = 0$ 的根都具有负实部, 那么闭环系统的零解是渐近稳定的.

4 结 论

本文结合微分几何方法和分析方法研究了非线性互联大系统的分散状态反馈镇定问题, 得到了一类非线性互联大系统可局部分散状态反馈镇定的充分条件, 同时, 本文的工作还为大系统的设计理论、方法的研究探索出了一个有效的途径.

参 考 文 献

- [1] Saberi, A. and Khalil, H.. Decentralized Stabilization of a Class of Nonlinear Interconnected Systems. Int. J. Contr.,

- 1982, 36: 803—818
- [2] Yamakami, A. and Geromel, J. C. . Decentralized Stabilization and Stability Region Estimation for a Class of Non-Linear Dynamic Systems. In Proc. 20th IEEE Conf. Dec. Contr. , 1981, 1225—1228
- [3] Geromel, J. C. . Decentralized Stabilization and Stability Domain Estimation of Continuous and Discrete Nonlinear Systems. Int. J. Contr. , 1984, 40: 1023—1033
- [4] Bachmann, W. and Konik, D. . On Stabilization of Decentralized Dynamic Output Systems. Syst. Contr. Lett. 1985, 5: 89—95
- [5] Saberi, A. and Khalil, H. . Decentralized Stabilization of Interconnected Systems Using Output Feedback. Int. J. Contr. , 1985, 41: 1461—1475
- [6] Zheng, D. Z. . Decentralized Output Feedback Stabilization of a Class of Interconnected Systems. IEEE. Trans. Automat. Contr. 1989, AC-34: 1292—1300
- [7] Byrnes, C. I. and Isidori, A. . A Frequency Domain Philosophy for Nonlinear Systems with Application to Stabilization and Adaptive Control. 23th. IEEE. Conf. Dec. Contr. , 1984, 1569—1573
- [8] Byrnes, C. I. and Isidori, A. . Local Stabilization of Minimum Phase Nonlinear Systems. Syst. Contr. Lett. 1988, 11: 9—17
- [9] Byrnes, C. I. and Isidori, A. . New Results and Examples in Nonlinear Feedback Stabilization. Syst. Contr. Lett. 1989, 12: 437—442
- [10] Isidori, A. . Nonlinear Control Systems; An Introduction, Berlin, Springer-Verlag, 1989
- [11] 高为炳. 非线性控制系统导论. 北京: 科学出版社, 1988
- [12] 夏小华. 弱最小相位非线性系统及其镇定. 控制理论及其应用年会论文集. 北京: 海洋出版社, 1993, 164—167

Decentralized Stabilization of a Class of Nonlinear Large Scale Interconnected Systems

GAI Rudong, LIU Xiaoping and ZHANG Siying

(Department of Automatic Control, Northeastern University • Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: In this paper, the decentralized stabilization of a class of nonlinear interconnected large scale systems is considered. Sufficient conditions are presented for the solvability of the problem by the geometric and analysis approaches. Finally, an example is worked out to illustrate the main results in the paper.

Key words: nonlinear interconnected systems; decentralized stabilization; zero dynamic; Lyapunov function

本文作者简介

盖如栋 1957年生. 1982年毕业于阜新矿业学院, 1994年于东北大学自动控制系获博士学位, 现为阜新矿业学院副教授. 目前主要研究方向为大系统理论, 鲁棒控制, 复杂非线性控制系统的结构性质分析等, 并在国内外发表学术论文二十余篇.

刘晓平 1962年生. 分别于1984, 1987, 1989年在东北大学自动控制系获学士学位, 硕士学位和博士学位, 现任东北大学自动控制系教授, 博士生导师. 目前主要研究方向包括最优控制, 微分对策, 非线性广义系统, 非线性控制系统几何理论及机器人控制等, 已在国内外发表学术论文六十多篇.

张嗣瀛 见本刊1995年第2期第254页.