第13卷第1期 控制理论与应用 Vol. 13, No. 1
1996年2月 CONTROL THEORY AND APPLICATIONS Feb., 1996

具有滞后耦合特性的线性随机大系统的时滞无关均方稳定性*

邓飞其 刘永清 冯昭枢
(华南理工大学自动化系·广州,510641)

摘要: 本文研究具有滞后耦合特性的时不变线性 Itô 随机大系统的稳定性,得到了大系统平衡态滞后无关的均方渐近稳定性代数判据. 文中所考虑的子系统是随机子系统,对它们的假设正好是它们均方渐近稳定的充要条件. 另外,文中采用的 Lyapunov 泛函是确定型的 Lyapunov 泛函.

关键词: 随机系统; 滞后大系统; 均方稳定性

1 模型描述

考虑由孤立随机子系统

$$S_i:\qquad dx_i = A_i x_i dt + \sum_{j=1}^{m_i} F_{ij} x_i dW_{ij}(t),\quad i = 1,2,\cdots,n, \tag{1}$$

耦合而成的随机大系统

$$S:\begin{cases} dx_i(t) = A_i x_i(t)dt + \sum_{j=1}^{m_i} F_{ij} x_i(t) dW_{ij} + \sum_{j=1}^{n} (1-\delta_{ij}) A_{ij} x_j(t - r_{ij})dt, \\ i = 1,2,\cdots,n. \end{cases} \tag{2}$$

其中 $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $A_i, F_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i\times n_i}$, $A_{ij} \in \mathbb{R}^{n_i\times n_j}$, $0 \leqslant r_{ij} \leqslant r = \text{const.}$, δ_{ij} 是 Kronecker 记号, $W(t) = [W_{11}(t),\cdots,W_{1m_1}(t),\cdots,W_{n1}(t),\cdots,W_{nm_n}(t)]^{\mathrm{T}}(t \geqslant 0)$ 是定义在完全概率空间 (Ω, F, P) 上具有独立分量的标准 Wiener 过程. 下文还采用记号

$$M_i = A_i \oplus A_i + \sum_{j=1}^{m_i} F_{ij} \otimes F_{ij},\ [x_i] = x_i \otimes x_i,\quad N_i = n_i^2. \tag{3}$$

其中 $\otimes$ 是 Kronecker 乘积, $\oplus$ 是 Kronecker 和, $A_i \oplus A_i = I_{n_i} \otimes A_i + A_i \otimes I_{n_i}$, I_{n_i} 是 $n_i \times n_i$ 单位阵.

本文所考虑模型的特点是:

1° 考虑了子系统内部的随机噪声,因此子系统是随机系统. 这种考虑有别于以往文献;

2° 子系统 $S_j(j \neq i)$ 对子系统 S_i 的耦合具有强度 A_{ij} 与时间滞后 r_{ij},这种滞后耦合特性是符合实际的. 在工程实践中,子系统之间均有一定的空间距离,子系统之间的信号传递需要一定时间,所以子系统之间的关联必具有滞后.

---

* 霍英东高校青年教师基金资助项目.

本文于1994年11月11日收到, 1995年6月20日收到修改稿.

本文在方法上的特点是：对子系统 S_i 所作的假设就是它的平衡态均方渐近稳定，而不是假设了一种充分条件。本文对子系统的这种假设致使问题较以往文献复杂，需要新的数学工具。本文通过建立 S_i 与 S 的确定型稳定性等价系统解决了这一问题。因为建立了确定型稳定性等价系统，使得我们可以采用确定型 Lyapunov 泛函进行讨论。

2　确定型稳定等价系统

关于均方稳定性的定义，见[1][2]。

定理 1　大系统 S 之平衡态均方渐近稳定当且仅当关于 $E[x_1],E[x_2],\cdots,E[x_n]$ 的确定型大系统

$$DS:\quad \begin{cases} DE[x_i] = M_iE[x_i] + 2ER_i(x_t)x_i, \\ i = 1,2,\cdots,n \end{cases} \tag{4}$$

之平衡态渐近稳定。其中 $D = \mathrm{d}/\mathrm{d}t$，

$$R_i(x_t) = \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})\begin{bmatrix} x_j^{\mathrm{T}}(t-r_{ij})A_{ij}^{\mathrm{T}}E_{11} \\ x_j^{\mathrm{T}}(t-r_{ij})A_{ij}^{\mathrm{T}}E_{12} \\ \vdots \\ x_j^{\mathrm{T}}(t-r_{ij})A_{ij}^{\mathrm{T}}E_{n_in_i} \end{bmatrix},\quad E_{ij} = [e_{kl}^{(ij)}]_{n_i\times n_i}, \tag{5}$$

$e_{ij}^{(ij)} = 1$；　当 $(k,l)\neq(i,j)$ 时，$e_{kl}^{(ij)} = 0$.

证　设 $A = [a_{ij}]_{n\times n}$，定义拉直算子 vec(·)：

$$\mathrm{vec}A = [a_{11},a_{12},\cdots,a_{1n},a_{21},a_{22},\cdots,a_{2n},\cdots,a_{n1},a_{n2},\cdots,a_{nn}]^{\mathrm{T}}.$$

利用⊗与 vec(·)，我们有

$$x^{\mathrm{T}}Ax = (\mathrm{vec}A)^{\mathrm{T}}x\otimes x = (\mathrm{vec}A)^{\mathrm{T}}[x]. \tag{6}$$

设子系统

$$S_i':\quad \mathrm{d}x_i(t) = A_ix_i(t)\mathrm{d}t + \sum_{j=1}^{m_i}F_{ij}x_i(t)\mathrm{d}W_{ij} + \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})A_{ij}x_j(t-r_{ij})\mathrm{d}t. \tag{7}$$

生成的 Kolmogorov 向后算子为 $L_i,\Theta_i\in\mathrm{R}^{n_i\times n_i}$，则有

$$\begin{aligned} L_ix_i^{\mathrm{T}}\Theta_ix_i =& x_i^{\mathrm{T}}(A_i^{\mathrm{T}}\Theta_i + \Theta_iA_i + \sum_{j=1}^{m_i}F_{ij}^{\mathrm{T}}\Theta_iF_{ij})x_i \\ &+ 2[\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})A_{ij}x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}\Theta_ix_i. \end{aligned} \tag{8}$$

利用 $EL_ix_i^{\mathrm{T}}\Theta_ix_i = DEx_i^{\mathrm{T}}\Theta_ix_i$ 以及(8)式与(6)式得

$$\begin{aligned} (\mathrm{vec}\Theta_i)^{\mathrm{T}}DE[x_i] =& [\mathrm{vec}(A_i^{\mathrm{T}}\Theta_i + \Theta_iA_i + \sum_{j=1}^{m_i}F_{ij}^{\mathrm{T}}\Theta_iF_{ij})]^{\mathrm{T}}E[x_i] \\ &+ 2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})E[A_{ij}x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}\Theta_ix_i \\ =& (\mathrm{vec}\Theta_i)^{\mathrm{T}}M_iE[x_i] + 2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})E[A_{ij}x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}\Theta_ix_i. \end{aligned} \tag{9}$$

其中用到 vec(·)的性质：

$$\mathrm{vec}(A_i^{\mathrm{T}}\Theta_i + \Theta_iA_i + \sum_{j=1}^{m_i}F_{ij}^{\mathrm{T}}\Theta_iF_{ij})$$

$$= (A_i^{\mathrm{T}} \otimes I + I \otimes A_i^{\mathrm{T}} + \sum_{j=1}^{m_i} F_{ij}^{\mathrm{T}} \otimes F_{ij}^{\mathrm{T}}) \mathrm{vec}\Theta_i = M_i^{\mathrm{T}} \mathrm{vec}\Theta_i. \tag{10}$$

在(9)式中分别取 $\Theta_i = E_{11}, E_{12}, \cdots, E_{n_i n_i}$，得

$$\begin{cases} [1,0,\cdots,0]DE[x_i] = [1,0,\cdots,0]M_iE[x_i] + 2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})E[A_{ij}x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}E_{11}x_i, \\ [0,1,\cdots,0]DE[x_i] = [0,1,\cdots,0]M_iE[x_i] + 2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})E[A_{ij}x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}E_{12}x_i, \\ \cdots \\ [0,0,\cdots,1]DE[x_i] = [0,0,\cdots,1]M_iE[x_i] + 2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})E[A_{ij}x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}E_{n_in_i}x_i. \end{cases}$$

以上各式合起来就是(4)中第 i 式，所以(4)成立.

若用 $|\cdot|$ 表示向量 ∞- 范数，则有 $E|x_i|^2 = E|[x_i]|$，于是易证(2)之均方渐近稳定性等价于(4)之稳定性.

注 1 (4)是与(2)相对应的一个确定大系统.

注 2 由(4)知，(1)中 S_i 的确定型稳定性等价系统是

$$DE[x_i] = M_iE[x_i] \quad (i = 1,2,\cdots,n). \tag{11}$$

于是知：S_i 之平衡态均方渐近稳定的充要条件是 M_i 稳定. 当 M_i 稳定时，Lyapunov 矩阵方程

$$M_i^{\mathrm{T}}P_i + P_iM_i = -I_{N_i} \tag{12}$$

有唯一对称正定解矩阵 P_i.

3 主要结果

定理 2 若随机子系统 S_i 之平衡态均方渐近稳定，耦合系数满足

$$\max_{1\leqslant i\leqslant n}\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})n_i[\alpha_in_i^4\,\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|^2\|A_{ij}\|^2 + \frac{1}{\alpha_j}n_j^4\,\|(M_j\oplus M_j)^{-1}\|^2\|A_{ji}\|^2] < \frac{1}{8(2n-1)}. \tag{13}$$

其中 $\|\cdot\|$ 为 Frobenius 范数，$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$ 为正数，则大系统(S)之平衡态均方渐近稳定.

证 由定理条件与注记 2，$\forall\, i = 1,2,\cdots,n$，方程(12)有唯一对称正定解 P_i. 作 Lyapunov 泛函

$$V = \sum_{j=1}^{n}V_i, \quad V_i = V_{1i} + V_{2i}, \quad V_{1i} = E[x_i]^{\mathrm{T}}P_iE[x_i],$$

$$V_{2i} = \frac{4}{\alpha_i}(2n-1)n_i^4\,\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|^2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})n_j\,\|A_{ij}\|^2\int_{t-r_{ij}}^{t}E[x_j(u)]^{\mathrm{T}}E[x_j(u)]\mathrm{d}u.$$

由(4)与(12)，

$$\begin{aligned} \dot V_{1i} &= 2E[x_i]^{\mathrm{T}}P_iDE[x_i] = 2E[x_i]^{\mathrm{T}}P_iM_iE[x_i] + 4E[x_i]^{\mathrm{T}}P_iER_i(x_i)x_i \\ &= -E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] + 4E[x_i]^{\mathrm{T}}[P_iER_i(x_i)x_i] \\ &\leqslant -E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] + 2\left(\frac{1}{4}E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] + 4(ER_ix_i)^{\mathrm{T}}P_i^2ER_ix_i\right). \end{aligned} \tag{14}$$

其中用到不等式[1]$2X^{\mathrm{T}}Y \leqslant rX^{\mathrm{T}}X + \frac{1}{r}Y^{\mathrm{T}}Y$. 再利用不等式 $X^{\mathrm{T}}PX \leqslant \lambda_M(P)X^{\mathrm{T}}X \leqslant \| P \| X^{\mathrm{T}}X$($P$ 对称)，由(14)得

$$\dot{V}_{1i} \leqslant -\frac{1}{2}E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] + 8\| P_i \|^2 \| ER_i x_i \|^2. \tag{15}$$

由 R_i 的表达式.可估计出

$$\| ER_i x_i \|_2 \leqslant n_i \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \| E \| x_j(t-r_{ij}) \| \ \| x_i \|, \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
&\| ER_i x_i \|_2^2 \\
&\leqslant (2n-1)n_i^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})(\| A_{ij} \| E \| x_j(t-r_{ij}) \| \ \| x_i \|)^2 \\
&\leqslant \frac{1}{4}(2n-1)n_i^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \|^2 (\sqrt{\alpha_i} E \| x_i \|^2 + \frac{1}{\sqrt{\alpha_i}} E \| x_j(t-r_{ij}) \|^2)^2 \\
&\leqslant 2 \cdot \frac{1}{4}(2n-1)n_i^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \|^2 [\alpha_i (E \| x_i \|)^2 + \frac{1}{\alpha_i}(E \| x_j(t-r_{ij}) \|^2)]^2.
\end{aligned}$$

由 $x_i^{\mathrm{T}}x_i = (\mathrm{vec}I_{n_i})^{\mathrm{T}}[x_i]$ 可得$(Ex_i^{\mathrm{T}}x_i)^2 \leqslant n_i E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i]$，于是

$$\begin{aligned}
\| ER_i x_i \|_2^2 \leqslant \frac{1}{2}(2n-1)n_i^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \|^2 [&\alpha_i n_i E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] \\
&+ \frac{n_j}{\alpha_i}E[x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}E[x_j(t-r_{ij})]],
\end{aligned}$$

此式结合(15)得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{1i} \leqslant &-\frac{1}{2}[1-8(2n-1)n_i^3\alpha_i \| P_i \|^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \|^2]E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] \\
&+ \frac{4}{\alpha_i}(2n-1)n_i^2 \| P_i \|^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})n_j \| A_{ij} \|^2 E[x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}E[x_j(t-r_{ij})].
\end{aligned} \tag{17}$$

另外，Lyapunov 方程(12)可改写成

$$\mathrm{vec}P_i = -[(M_i \oplus M_i)^{-1}]^{\mathrm{T}}\mathrm{vec}I_{N_i}, \tag{12$'$}$$

利用 $\| \mathrm{vec}P_i \|_2 = \| P_i \|_F$，(12)$'$两边取范数，得

$$\| P_i \| \leqslant n_i \| (M_i \oplus M_i)^{-1} \|. \tag{18}$$

由(17)(18)得

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{1i} \leqslant &-\frac{1}{2}[1-8(2n-1)n_i^5\alpha_i \| (M_i \oplus M_i)^{-1} \|^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \|^2] \\
&\cdot E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] + \frac{4}{\alpha_i}(2n-1)n_i^4 \| (M_i \oplus M_i)^{-1} \|^2 \\
&\cdot \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})n_j \| A_{ij} \|^2 E[x_j(t-r_{ij})]^{\mathrm{T}}E[x_j(t-r_{ij})],
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
\dot{V}_i \leqslant &-\frac{1}{2}[1-8(2n-1)n_i^5\alpha_i \| (M_i \oplus M_i)^{-1} \|^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij}) \| A_{ij} \|^2]E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i] \\
&+ \frac{4}{\alpha_i}(2n-1)n_i^4 \| (M_i \oplus M_i)^{-1} \|^2 \sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})n_j \| A_{ij} \|^2 E[x_j]^{\mathrm{T}}E[x_j],
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\dot{V}\leqslant\sum_{i=1}^{n}[-\frac{1}{2}[1-8(2n-1)n_i^5\alpha_i\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|^2\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})\|A_{ij}\|^2]$$

$$+4(2n-1)n_i\|\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{\alpha_j}(1-\delta_{ij})n_j^4(M_j\oplus M_j)^{-1}\|^2\|A_{ji}\|^2]E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i]$$

$$\triangleq-\sum_{i=1}^{n}\beta_iE[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i]. \tag{21}$$

可以验证，在条件(13)之下，$\beta_i>0(i=1,2,\cdots,n)$，记$\beta=\min[\beta_i,i=1,2,\cdots,n]$，则$\beta>0$，且有

$$\dot{V}\leqslant-\beta\sum_{i=1}^{n}E[x_i]^{\mathrm{T}}E[x_i]. \tag{22}$$

设 $\sigma\in\mathrm{R},\varphi(\cdot)=[\varphi_1(\cdot),\varphi_2(\cdot),\cdots,\varphi_n(\cdot)]^{\mathrm{T}}$ 是定义在$[-r,0]$上的随机初始函数，$x(t)=[x_1^{\mathrm{T}}(t),x_2^{\mathrm{T}}(t),\cdots,x_n^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$ 是(S)过(σ,φ)的解过程. 再令 $y(t)=[E[x_1(t)]^{\mathrm{T}},E[x_2(t)]^{\mathrm{T}},\cdots,E[x_n(t)]^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则由(22)有 $\dot{V}\leqslant-\beta\|y(t)\|^2$. 从 σ 到 $t(\geqslant\sigma)$ 积分此式有

$$\beta\int_{\sigma}^{t}\|y(s)\|^2\mathrm{d}s\leqslant V(\sigma)-V(t)\leqslant V(\sigma),$$

所以 $\|y(\cdot)\|^2\in L^1[\sigma,\infty)$. 另外，由 $\dot{V}\leqslant0$ 知 $V(t)\leqslant V(\sigma)$. 由 V 的定义式易知：存在 $\gamma_1=\mathrm{const}>0$ 使 $V(\sigma)\leqslant\gamma_1|y_\sigma|^2$(关于 y_σ 与 $|\cdot|$，见[3])，于是由 $V(t)\leqslant V(\sigma)$ 得

$$\gamma_2\|y(t)\|^2\leqslant V(t)\leqslant V(\sigma)\leqslant\gamma_1|y_\sigma|^2. \tag{23}$$

其中 $\gamma_2=\min[\lambda_m(P_i),i=1,2,\cdots,n]>0$. 由(23)，$y(t)$ 有界，又由(4)(5)知 $\|\dot{y}(t)\|$ 有界，所以 $\|y(\cdot)\|^2$ 一致连续，于是由 Barbalat 引理[4]，$\|y(t)\|^2\to0$ 从而 $\|y(t)\|\to0(t\to\infty)$. 另外，由(23)知(4)之平衡态一致稳定，所以(4)之平衡态滞后无关渐近稳定. 由定理1，S 之平衡态滞后无关均方渐近稳定.

推论 若随机子系统 S_i 之平衡态均方渐近稳定$(i=1,2,\cdots,n)$，且 $\|A_{ij}\|\leqslant a\ (i\neq j)$，

$$a<\min_{1\leqslant i\leqslant n}[8n_i(2n-1)[(n-1)n_i^4\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|^2$$

$$+\sum_{j=1}^{n}(1-\delta_{ij})n_j^4\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|^2]]^{-1/2}, \tag{24}$$

则大系统 S 之平衡态滞后无关均方渐近稳定.

注 3 由[5](§6，引理1)，

$$\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|\leqslant k_i=(2^{n_i^4}-1)\|(M_i\oplus M_i)^{n_i^4-1}/|\det(M_i\oplus M_i)|, \tag{25}$$

可用 k_i 取代上文之 $\|(M_i\oplus M_i)^{-1}\|$，省去 $M_i\oplus M_i$ 的求逆过程.

注 4 判别 S_i 之均方渐近稳定性，只须判别 M_i 的稳定性，这可采用 Routh-Hurwitz 准则，因此定理2与其推论提供的稳定性代数判据不需求解矩阵特征值问题，也不必求解矩阵方程.

4 结束语

本文通过建立 Itô 随机系统均方渐近稳定性的充要条件，讨论了子系统为随机系统的滞后随机大系统的滞后无关均方渐近稳定性，给出了大系统均方渐近稳定的代数判据、该判

据无需求解矩阵方程与矩阵特征值问题，因而易于验证. 本文的工作可以推广到更复杂的随机大系统.

参 考 文 献

[1] 刘永清，冯昭枢. 大型动力系统的理论与应用. 卷 4，随机・稳定与控制. 广州：华南理工大学出版社，1992

[2] Deng Feiqi, Feng Zhaoshu and Liu Yongqing. Stability and Decentralized Stabilization of Large-Scale Delay Stochastic Systems (I). Advances in Modelling & Analysis, C. 1994, 43(1): 33—39

[3] Hale, J. K.. Theory of Functional Differential Equations. New York: Springer-Verlag, 1977

[4] Barbalat, I.. System *d'* Equations Differentialles *d'* Oscillations Nonlinear. Rov. Roumaine Math. Pures Appl. 1959, 4: 267—270

[5] Coppel, W. A.. Dichotomies in Stability Theory. New York: Springer-Verlag, 1978

Mean-Square Stability Independence of Delays of Large-Scale Linear Stochastic Systems with Delayed Couplings

DENG Feiqi,　LIU Yongqing　and　FENG Zhaoshu

(Department of Automation, South China University of Technology・Guangzhou, 510641, PRC)

Abstract: In this paper, stability of time-invariant large-scale linear Itô stochastic systems with delayed couplings is investigated, some algebraic criteria for mean-square asymptotic stability independence of delays of equilibriums of the large-scale systems are obtained. The isolated subsystems involved in the paper are stochastic subsystems. The assumptions on the isolated subsystems are necessary and sufficient conditions of mean-square asymptotic stability of their equilibriums. Besides, the Lyapunov functional applied in the paper is a deterministic one.

Key words: stochastic system; large-scale delay system; mean-square stability

本文作者简介

邓飞其　1962 年生. 1983 年 7 月毕业于湖南大学应用数学系，1983 年 8 月至 1995 年 8 月在东北重型机械学院任教. 在国内外刊物与会议正式发表论文 66 篇，1993 年晋升为副教授. 目前在华南理工大学自动化系攻读博士学位. 目前的研究领域为时滞系统、随机系统、大系统的分析与综合.

刘永清　1930 年生. 华南理工大学自动化系教授、系统工程研究所所长、博士生导师、中国系统工程学会理事、《控制理论与应用》和《控制与决策》编委. 已在国内外发表论文 438 篇，出版中英文专著 13 本，先后获国家教委科技进步一等奖及 11 项省部级奖励. 目前的研究领域为大系统理论与系统工程.

冯昭枢　1962 年生. 1990 年在华南理工大学自动化系获博士学位并留校工作，1994 年晋升为教授，现为系统工程研究所副所长. 已在国内外发表学术论文 86 篇，出版中英文专著 3 本，先后获得国家教委科技进步奖、国防科工委光华科技奖、中国青年科技奖、全国青年科技标兵等多项奖励和荣誉. 目前的研究领域是时滞系统、随机系统、大系统的分析与综合.