第13卷第2期
1996年4月
控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS
Vol. 13, No. 2
Apr., 1996

不确定动态时滞系统的基于观测器的鲁棒镇定设计

朱晓东　孙优贤
(浙江大学工业控制研究所·杭州, 310027)

摘要：本文研究不确定动态时滞系统的基于观测器的鲁棒镇定问题. 利用 Lyapunov 稳定性理论，导出了通过求解两个 Riccati 方程的状态观测器和线性鲁棒控制器的设计方法.

关键词：不确定系统；鲁棒镇定；观测器；时滞

1 引　言

时滞和不确定性是工业过程中普遍存在的现象. 许多学者对不确定动态时滞系统的鲁棒镇定问题作了不少研究. 文[1～3]给出了不确定动态时滞系统存在鲁棒非线性控制器的充分条件，文[4～7]则导出了存在鲁棒线性控制器的充分条件. 综观已有的结果，所作的研究均是建立在全状态可测得的基础上. 然而，在众多场合，全状态是不能完全测得的. 一个很自然的问题是怎样来设计基于观测器的鲁棒镇定控制器.

最近，Jabbari 和 Schmitendorf[8]针对不确定系统给出了基于观测器的鲁棒线性控制器的设计方法. 本文将利用[8]的设计思想，对满足匹配条件的不确定动态时滞系统，导出了通过求解两个 Riccati 方程的状态观测器和鲁棒控制器的设计方法. 并对此类不确定性，给出了不确定动态时滞系统存在基于状态观测器的鲁棒镇定控制器的充分条件. 最后，用实例验证了本文的结果.

2 问题的描述

本文考虑不确定动态时滞系统

$$\dot{x}(t) = [A + \Delta A(r(t))]x(t) + [A_d + \Delta A_d(s(t))]x(t-\tau) + Bu(t), \tag{1a}$$

$$y(t) = Cx(t), \tag{1b}$$

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [-\tau, 0].$$

其中 $x \in \mathrm{R}^n, u \in \mathrm{R}^m, y \in \mathrm{R}^r$ 分别为系统(1)的状态向量、控制向量和输出向量. A, A_d, B 和 C 是给定的适当维数的矩阵. $\tau > 0$ 是滞后时间. $\varphi(t)$ 是连续的向量初值函数. $\Delta A(\cdot)$, $\Delta A_d(\cdot)$ 是 $n \times n$ 维不确定的连续函数阵. $r(t) \in \mathrm{R}^k, s(t) \in \mathrm{R}^l$ 为不确定参数向量.

对不确定性有如下假设：

A1) $r(t), s(t)$ 是 Lebesgue 可测的且分别在紧集 Ψ 和 Φ 中变化. 其中

$$\Psi \triangleq \{r: |r_i| \leqslant \bar{r}, i = 1,2,\cdots,k\}, \quad \Phi \triangleq \{s: |s_i| \leqslant \bar{s}, i = 1,2,\cdots,l\}; \tag{2}$$

A2) $\Delta A(\cdot), \Delta A_d(\cdot)$ 是"秩1"形且满足匹配条件，即

$$\Delta A(r(t)) = B(\sum_{i=1}^{k} A_i r_i(t)), \quad \Delta A_d(s(t)) = B(\sum_{i=1}^{l} A_{di} s_i(t)). \tag{3}$$

其中 $A_i = d_i e_i^{\mathrm{T}}, A_{di} = f_i g_i^{\mathrm{T}}$，而 d_i, e_i, f_i, g_i 均为 n 维向量.

本文于1994年7月4日收到. 1995年10月17日收到修改稿.

引进记号：

$$T \triangleq \bar{r}\sum_{i=1}^{k} d_i d_i^{\mathrm{T}},\quad U \triangleq \bar{r}\sum_{i=1}^{k} e_i e_i^{\mathrm{T}},\quad S \triangleq \bar{s}\sum_{i=1}^{l} g_i g_i^{\mathrm{T}},$$
$$W \triangleq \bar{s}\sum_{i=1}^{l} f_i f_i^{\mathrm{T}},\quad Z \triangleq \bar{s}^2\sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l} |g_j^{\mathrm{T}} g_i| f_i f_j^{\mathrm{T}}. \tag{4}$$

对系统(1)假设

A3) (A,B) 能控，(C,A) 能观；

A4) $A_d = BH$.

本文约定：$\sigma_{\max}(A)(\sigma_{\min}(A))$ 为矩阵 A 的最大(小)奇异值.

现在我们取控制律为

$$u(t) = -\gamma_c B^{\mathrm{T}} P_c z(t). \tag{5}$$

其中 $z(t)$ 是满足全阶观测器方程

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + \gamma_0 P_0^{-1} C^{\mathrm{T}}(y - Cz(t)). \tag{6}$$

式(5)，(6)中的矩阵 P_c 和 P_0 及常数 γ_c 和 γ_0 待定.

记观测器误差 $e(t) \triangleq x(t) - z(t)$，则有

$$\dot{e}(t) = [A - \gamma_0 P_0^{-1} C^{\mathrm{T}} C]e(t) + \Delta A(r(t))x(t) + [A_d + \Delta A_d(s(t))]x(t-\tau). \tag{7}$$

利用(5)，(1)和(7)合成的增广系统为

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \dot{e}(t)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + \Delta A(r(t)) - \gamma_c BB^{\mathrm{T}} P_c & \gamma_c BB^{\mathrm{T}} P_c \\ \Delta A(r(t)) & A - \gamma_0 P_0^{-1} C^{\mathrm{T}} C\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t)\\ e(t)\end{bmatrix}$$
$$+ \begin{bmatrix} A_d + \Delta A_d(s(t)) & 0 \\ A_d + \Delta A_d(s(t)) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t-\tau)\\ e(t-\tau)\end{bmatrix}. \tag{8}$$

本文的目的是选择适当的对称正定阵 P_c 和 P_0 及正常数 γ_c 和 γ_0，使得闭环系统(8)渐近稳定.

3 主要结果

对系统(8)我们取如下形式的 Lyapunov 函数

$$V(x(t),e(t)) = [x^{\mathrm{T}}(t)\quad e^{\mathrm{T}}(t)]\begin{bmatrix} P_c & 0 \\ 0 & P_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t)\\ e(t)\end{bmatrix}$$
$$+ \int_{t-\tau}^{t} [x^{\mathrm{T}}(s)\quad e^{\mathrm{T}}(s)]\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(s)\\ e(s)\end{bmatrix}\mathrm{d}s, \tag{9}$$

则沿系统(8)的 $V(x(t),e(t))$ 的导数为

$$\dot{V}(x(t),e(t))$$
$$= x^{\mathrm{T}}(t)x(t) - x^{\mathrm{T}}(t-\tau)x^{\mathrm{T}}(t-\tau)$$
$$+ [x^{\mathrm{T}}(t), e^{\mathrm{T}}(t)]\begin{bmatrix} A^{\mathrm{T}} P_c + P_c A - 2\gamma_c P_c BB^{\mathrm{T}} P_c & \gamma_c P_c BB^{\mathrm{T}} P_c \\ \gamma_c P_c BB^{\mathrm{T}} P_c & A^{\mathrm{T}} P_0 + P_0 A - 2\gamma_0 C^{\mathrm{T}} C\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t)\\ e(t)\end{bmatrix}$$
$$+ [x^{\mathrm{T}}(t), e^{\mathrm{T}}(t)]\begin{bmatrix} \Delta A^{\mathrm{T}}(r(t)P_c + P_c \Delta A(r(t)) & \Delta A^{\mathrm{T}}(r(t))P_0 \\ P_0 \Delta A(r(t)) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t)\\ e(t)\end{bmatrix}$$
$$+ 2[x^{\mathrm{T}}(t), e^{\mathrm{T}}(t)]\begin{bmatrix} P_c & 0 \\ 0 & P_0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} A_d + \Delta A_d^{\mathrm{T}}(s(t)) & 0 \\ A_d + \Delta A_d^{\mathrm{T}}(s(t)) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t-\tau)\\ e(t-\tau)\end{bmatrix}. \tag{10}$$

现对(10)式中诸项作估计并利用(4)和如下事实:对任意两个适当维数的矩阵X,Y有

i) $$XY^{\mathrm{T}}+YX^{\mathrm{T}}\leqslant XX^{\mathrm{T}}+YY^{\mathrm{T}},$$

ii) $$\begin{bmatrix}0 & XY^{\mathrm{T}}\\ YX^{\mathrm{T}} & 0\end{bmatrix}\leqslant\begin{bmatrix}XX^{\mathrm{T}} & 0\\ 0 & YY^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},$$

则有
$$\dot{V}\,(x(t),e(t))\leqslant x^{\mathrm{T}}(t)M_1x(t)+e^{\mathrm{T}}(t)M_2e(t).\tag{11}$$
其中
$$\begin{aligned}M_1=&A^{\mathrm{T}}P_c+P_cA+2U+I\\&-\gamma_cP_cB(I-\gamma_c^{-1}(T+2HH^{\mathrm{T}}+2HSH^{\mathrm{T}}+2W+2Z))B^{\mathrm{T}}P_c,\end{aligned}\tag{12}$$
$$\begin{aligned}M_2=&A^{\mathrm{T}}P_0+P_0A-2\gamma_0C^{\mathrm{T}}C+\gamma_cP_cBB^{\mathrm{T}}P_c\\&+P_0B(T+2HH^{\mathrm{T}}+2HSH^{\mathrm{T}}+2W+2Z)B^{\mathrm{T}}P_0.\end{aligned}\tag{13}$$
由(11)~(13)立即可得如下引理.

引理 1 对于满足假设A1)~A4)的系统(1),如果存在适当的对称正定矩阵P_c和P_0及正常数γ_c和γ_0使得M_1和M_2负定,则由(5),(6)给出的控制律鲁棒镇定系统(1).

下面给出选择P_c,P_0,γ_c和γ_0的方法.现记
$$F\triangleq T+2HH^{\mathrm{T}}+2HSH^{\mathrm{T}}+2W+2Z,\quad R^{-1}\triangleq I-\gamma_c^{-1}F.$$
我们取γ_c充分大使得$\mathrm{R}^{-1}>0$,并考虑如下Riccati方程
$$A^{\mathrm{T}}P_c+P_cA-\gamma_cP_cBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P_c+2U+(\varepsilon+1)I=0.\tag{14}$$
其中ε为某一正常数.易知方程(14)有对称正定解P_c,对此立即有$M_1=-\varepsilon I$.再取σ使得$\sigma\geqslant\sigma_{\max}(F)$,并考虑Riccati方程
$$S(A+\eta I)^{\mathrm{T}}+(A+\eta I)S-\gamma_0SC^{\mathrm{T}}CS+\sigma BB^{\mathrm{T}}=0.\tag{15}$$
其中η为某一正常数.由假设A3)知方程(15)有唯一对称正定解S.现取$P_0=S^{-1}$,则有
$$M_2\leqslant\overline{M}\triangleq-2\eta P_0-\gamma_0C^{\mathrm{T}}C+\gamma_cP_cBB^{\mathrm{T}}P_c.$$
由引理1可得本文的主要结果.

定理 1 对满足假定A1)~A4)的系统(1),如果存在正常数γ_c和γ_0及η使得R^{-1}正定且$\overline{M}_2$负定,则由(5),(6)给出的控制律鲁棒镇定系统(1),并且P_c为方程(14)的解,P_0的逆是方程(15)的解.

由文[9]中引理3可知,增大γ_0,方程(15)中解S减小,相应的P_0增大.从而有希望使得$\overline{M}_2$负定.故而,我们可以给出这样的设计步骤:

第一步 选择适当的γ_c使R^{-1}正定,并求解方程(14)得P_c;

第二步 固定γ_c,γ_0和η,求解方程(15)得S(及相应的P_0);

第三步 判别$\overline{M}_2$是否负定.若负定,则可利用定理1得基于观测器的反馈镇定控制律;否则

第四步 增大γ_0,再求解方程(15)并判别P_0是否增大.若增大转第三步.否则定理1不能给出任何信息.停止.

在上述迭代过程中,增大γ_0,方程(15)的解S未必任意小,相应的P_0未必任意大,从而不能保证$\overline{M}_2$对满足A1)和A2)的任意不确定性均负定,系统(1)均存在基于观测器的鲁棒控制器.但我们有

定理 2　对于满足假设 A1) ~ A4) 的系统(1)，如果传递函数 $C(sI-A)^{-1}B$ 左可逆且其零点在左平面内，则存在 γ_c，η 和 γ_0^* 使得对任意 $\gamma_0(\geqslant\gamma_0^*)$，$R^{-1}$ 正定且 $\overline{M}_2$ 负定. 故而由(5)，(6) 给出的控制律鲁棒镇定系统(1).

证略.

定理 2 给出了对满足 A1)，A2) 的任意不确定性，系统(1) 具有基于观测器的鲁棒镇定控制器的充分条件. 一般来说，不确定性越大，所要求的 γ_c 和 γ_0 亦越大.

4　数值例子

考虑二维不确定动态时滞系统

$$\dot{x}(t)=\begin{bmatrix}-3 & -\frac{1}{4}r_2\\ \frac{1}{4}r_1 & -2\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}\frac{1}{2} & -\frac{1}{4}s_1\\ \frac{1}{4}s_2 & 0\end{bmatrix}x(t-\tau)+\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}u(t), \tag{16a}$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}1 & 1\end{bmatrix}x(t). \tag{16b}$$

其中 r_1,r_2,s_1 和 s_2 为不确定时变参数且满足 $|r_i|\leqslant 1,|s_i|\leqslant 1,i=1,2$. 易知系统(16) 满足假设 A1) ~ A4)，现取 $\gamma_c=2,\gamma_0=2,\varepsilon=0.5,\eta=2,\sigma=2$，利用本文提出的方法可求得 $R^{-1}=\begin{bmatrix}0.06 & 0\\ 0 & 0.37\end{bmatrix}>0$ 且 $\overline{M}_2=\begin{bmatrix}-7.66 & -4.24\\ -4.24 & -4.90\end{bmatrix}<0$. 从而由定理 1 知由(5)，(6) 给出的控制律鲁棒镇定系统(16) 且相应的控制器增益 $K=\begin{bmatrix}-0.66 & 0\\ 0 & -0.92\end{bmatrix}$，观测器增益 $L=\begin{bmatrix}0.6 & 2\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.

5　结　论

本文研究了实际过程中常见的具有时滞、不确定性及状态不能完全测得等特性的系统，具有一定的理论价值和工程意义. 对该系统给出了存在基于观测器的鲁棒镇定控制器的充分条件，并给出比较系统和简单的观测器和控制器的设计方法. 本文只讨论了不确定性满足匹配条件且控制矩阵和输入矩阵均无不确定性的系统的基于观测器的鲁棒镇定问题. 对更一般情形的不确定动态时滞系统的基于观测器的鲁棒镇定问题将另文发表.

参 考 文 献

[1] Cheres, E. et al.. Stabilization of Uncertain Dynamic Systems Including State Delay. IEEE Automat. Contr., 1989, AC-34(11):1199—1202

[2] Hasanul Basher, A. M. et al.. Memoryless Feedback Control in Uncertain Dynamic Delay Systems. Int. J. Syst. Sci., 1986, 17(3):409—415

[3] Thowsen, A.. Uniform Untimate Boundedness of the Solutions of Uncertain Dynamic Delay Systems with State-Dependent and Memoryless Feedback Control. Int. J. Control, 1983, 37(4):1135—1143

[4] Phoojaruerchanchai, S. et al.. Memoryless Stabilization of Uncertain Linear Systems Including Time-Varying State Delays. IEEE Automat. Contr. 1992, AC-37(7):1022—1026

[5] Shen J. C. et al.. Memoryless Stabilization of Uncertain Dynamic Delay Systems; Riccati Equation Approach. IEEE Automat. Contr., 1991, AC-36(5):638—640

[6] Yu Y.. On Stabilizaing Uncertain Linear Delay Systems. J. Opt. Theory and Appl., 1983, 41(3):503—509

[7] 俞立.不确定线性时滞系统的稳定化控制器设计.控制理论与应用.1991,8(1):68—73
[8] Jabbari F. et al.. Robust Linear Controllers Using Observers. IEEE Automat. Contr. ,1991,AC-36(12):1509—1514
[9] Derese,I. and Noldus,E.. Design of Linear Feedback Laws for Bilinear Systems. Int. J. Contrtol,1980,31(2):219—237

Observer-Based Robust Stabilization of Uncertain Dynamic Time-Delay Systems

ZHU Xiaodong and SUN Youxian
(Institute of Industrial Process Control,Zhejiang University • Hangzhou,310027,PRC)

Abstract: In this paper,we study the observer-based robust stabilization problem of uncertain dynamic time-delay systems. With Lyapunov stability theory,we present a method of designing state observers and linear robust controllers by solving two Riccati equations.

Key words: uncertain dynamic systems; robust stabilization; observer; time-delay

本文作者简介

朱晓东 1970年生.1990年毕业于浙江大学数学系,1993年在华东师范大学获硕士学位.现在浙江大学工业控制技术研究所攻读博士学位.主要研究方向为鲁棒控制理论及应用.

孙优贤 1940年生.1964年毕业于浙江大学化工系.现为浙江大学工业控制技术研究所所长,教授,博士生导师,中国工程院院士.主要研究方向为复杂工业系统建模、控制与优化、工厂综合自动化技术.