

关联大系统的分散强稳定控制*

胡寿松 曹 坚 王 永

(南京航空航天大学自动控制系统·南京, 210016)

摘要: 本文基于 H_∞ 理论和 Riccati 方程方法, 给出了在第 m 个子系统的所有传感器均完全失效意下的强稳定定义, 提出了分散强稳定控制器的设计方法, 仿真结果表明, 效果良好。

关键词: 关联大系统; 分散控制; 强稳定性; H_∞ 范数

1 引言

现代工业社会的许多控制问题, 例如电力控制系统, 交通管制系统, 化工过程控制以及社会经济系统, 都与复杂关联大系统的可靠控制有关。强稳定是近年来在可靠控制研究中提出的新控制概念。目前, 系统强稳定的研究仅在个别文献中有所提及^[1], 且研究工作只是在多变量系统中进行的。

本文针对不确定性关联大系统, 给出了有代表性的强稳定定义, 通过在各子系统的控制通道上设计分散控制器, 可使故障闭环大系统渐近稳定, 并对系统的有界参数不确定性具有鲁棒性。

2 问题描述

考虑如下有扰动的不确定性关联子系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= (A_i + \Delta A_i)x_i + (B_i + \Delta B_i)u_i + D_i W_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^N H_{ji}x_j, \\ y_i &= C_i x_i \quad (i = 1, 2, \dots, N) \end{aligned} \quad (1)$$

及相应的不确定性关联大系统

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + D w, \\ y &= Cx. \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$A = \bar{A} + H = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & & 0 \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & A_N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & H_{12} & \dots & H_{1N} \\ H_{21} & 0 & \dots & H_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{N1} & H_{N2} & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

B, C 和 D 为分块对角阵。

设 $u = Kx$, 当系统正常时, 参数不确定性闭环大系统为

$$\dot{x} = [A + \Delta A + (B + \Delta B)K]x + Dw. \quad (3)$$

* 江苏省自然科学基金资助项目。

本文于 1995 年 5 月 13 日收到, 1995 年 10 月 9 日收到修改稿。

若第 m 个子系统的所有传感器均失效, 则控制律为 $u = K_f K x$, 其中 $K_f = \text{block-diag}(I, I, \dots, 0, \dots, I)$, K_f 中的零块发生在第 m 个位置. 于是, 故障时参数不确定性闭环大系统可写为

$$\dot{x} = [A + \Delta A + (\bar{B} + \Delta \bar{B})K]x + Dw. \quad (4)$$

其中

$$\bar{B} = BK_f, \quad \Delta \bar{B} = \Delta \bar{B}K_f.$$

若 (A, C) 可观, 则基于观测器的故障时参数不确定性闭环大系统为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A + \Delta A)\hat{x} + (\bar{B} + \Delta \bar{B})K\hat{x} + Dw, \\ \hat{x} &= [A + \Delta A + (\bar{B} + \Delta \bar{B})K]\hat{x} - L\tilde{y} + Dw. \end{aligned} \quad (5)$$

式中 L 为观测器增益矩阵, $\tilde{y} = y - \hat{y}$ 表示输出误差, $\hat{y} = C\hat{x}$.

问题 设参数不确定阵 ΔA 和 $\Delta \bar{B}$ 未知但有界, 且可表示为

$$\Delta A = \sum_{s=1}^M a_s \Delta A_s, \quad \Delta \bar{B} = \sum_{s=1}^M b_s \Delta \bar{B}_s. \quad (6)$$

其中 ΔA_s 和 $\Delta \bar{B}_s$ 为已知常阵, a_s 和 b_s 为不确定参数. 不失一般性, 设 $|a_s| \leq 1, |b_s| \leq 1, s = 1, 2, \dots, M$. 要求设计分散控制器, 使得

1) 确定性闭环大系统渐近稳定, 且闭环传递矩阵 $H(s) = C(sI - A - BK)^{-1}D$ 的 H_∞ 范数小于某一给定正常数;

2) 关联闭环大系统(5)分散强稳定.

3 分散强稳定控制器设计

对于子系统(1), 设 (A_i, C_i) 可观, 构造子观测器

$$\dot{\hat{x}}_i = A_i \hat{x}_i + B_i u_i - L_i \tilde{y}_i + D_i w_i. \quad (7)$$

则由式(1)及(7), 且令 $\tilde{x}_i = x_i - \hat{x}_i$, 可得估计误差方程

$$\dot{\tilde{x}}_i = \bar{A}_i \tilde{x}_i + \Delta A_i x_i + \Delta B_i u_i + L_i \tilde{y}_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij} x_j. \quad (8)$$

设 $u = K\hat{x}$, $\Delta \bar{B}_i = \Delta B_i K_f$, 则系统(4)估计误差方程

$$\dot{\tilde{x}} = (\bar{A} - \Delta \bar{B}K + LC)\tilde{x} + (\Delta A + \Delta \bar{B}K)x + Hx. \quad (9)$$

定义 对于式(2)描述的关联大系统, A 为 Hurwitz 矩阵, 当其第 m 个子系统的所有传感器完全失效时, 若可通过构造分散观测器和分散控制律 $u = K\hat{x}$, 使得故障大系统(4)渐近稳定, 则该系统是分散强稳定的.

对于子系统形式的式(6), 将 ΔA_{is} 和 $\Delta \bar{B}_{is}$ 进行奇异值分解, 得到 $\Delta A_{is} = E_{is} F_{is}^T, \Delta \bar{B}_{is} = U_{is} V_{is}^T$, 则下列矩阵均为块对角阵:

$$\begin{aligned} \bar{E}_i &= E_{is} E_{is}^T, \quad \bar{F}_i = F_{is} F_{is}^T, \\ \bar{U}_i &= U_{is} U_{is}^T, \quad \bar{V}_i = V_{is} V_{is}^T. \end{aligned} \quad (10)$$

引理 1^[2] 对矩阵 $\bar{H}$ 进行奇异值分解, 得

$$\bar{H} = \sum_{i=1}^{N-1} H_i G_i^T. \quad (11)$$

其中

$$H_i H_i^T = \text{block-diag}(H_{i1}, \dots, H_{iN}), \quad G_i G_i^T = \text{block-diag}(G_{i1}, \dots, G_{iN}).$$

引理 2^[3] 对于线性系统 $\dot{x} = Ax + Dw, y = Cx$, 设 r 为给定的正小常数, 若存在一正标量 δ 和正定对称阵 P , 使得 Riccati 不等式

$$PA + A^T P + \delta r^{-1} P D D^T P + (\delta r)^{-1} C^T C < 0 \quad (12)$$

成立, 则 A 渐近稳定, 且

$$\|H(s)\|_{\infty} = \|C(sI - A)^{-1}D\|_{\infty} < r.$$

现构造 Riccati 矩阵方程

$$\begin{aligned} A_i^T P_{ic} + P_{ic} A_i + \sum_{i=1}^{N-1} (P_{ic} H_i H_i^T P_{ic} + G_i G_i^T) - P_{ic} [2\delta_{1i}^{-1} \bar{B}_i R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T \\ - (1 + \delta_{1i}^{-1}) \bar{B}_i \bar{B}_i^T - \bar{E}_i - \bar{U}_i - D_i D_i^T] P_{ic} + 2\bar{F}_i - \delta_{1i} Q_{1i} = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

以及

$$\begin{aligned} A_i^T P_{id} + P_{id} A_i - \{\delta_{2i}^{-1} [C_i^T (2R_{2i}^{-1}) C_i] - P_{ic} \bar{B}_i R_{1i}^{-1} (2\bar{V}_i + I) R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic}\} \\ + P_{id} [\bar{E}_i + \bar{U}_i + \bar{B}_i \bar{B}_i^T] P_{id} + \delta_{2i} Q_{2i} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $Q_{1i}, Q_{2i}, R_{1i}, R_{2i}$ 分别为给定的正定对称矩阵; δ_{1i} 和 δ_{2i} 为正常数. 取增益矩阵

$$K_i = -\delta_{1i}^{-1} R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic}, \quad L_i = -\delta_{2i}^{-1} P_{id}^{-1} C_i^T R_{2i}^{-1}. \quad (15)$$

定理 1 对于满足式(6)的不确定性大系统(4), 若存在正常数 δ_{1i}, δ_{2i} , 使如下两条件成立:

- 1) Riccati 方程(13) 存在正定对称解 P_{ic} ;
- 2) Riccati 方程(14) 存在正定对称解 P_{id} .

则通过状态观测器(7) 和反馈控制律 $u_i = K_i \hat{x}_i$, 其中 K_i 和 L_i 满足式(15), 则系统(4) 分散强稳定.

证 由式(15), 闭环不确定性子系统及估计误差方程为

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_i = [A_i + \sum_{s=1}^M a_{is} \Delta A_{is} - \delta_{1i}^{-1} (\bar{B}_i + \sum_{s=1}^M b_{is} \Delta \bar{B}_{is}) R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic}] \tilde{x}_i \\ + \delta_{1i}^{-1} (\bar{B}_i + \sum_{s=1}^M b_{is} \Delta \bar{B}_{is}) R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic} \tilde{x}_i + \sum_{j=1, (j \neq i)}^N H_{ij} x_j + D_i w_i, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i = [\sum_{s=1}^M a_{is} \Delta A_{is} - \delta_{1i}^{-1} \sum_{s=1}^M b_{is} \Delta \bar{B}_{is} (R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic})] \tilde{x}_i \\ + [A_i + \delta_{1i}^{-1} \sum_{s=1}^M b_{is} \Delta \bar{B}_{is} (R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic}) - \delta_{2i}^{-1} P_{id}^{-1} C_i^T R_{2i}^{-1} C_i] \tilde{x}_i \\ + \sum_{j=1, (j \neq i)}^N H_{ij} x_j. \end{aligned} \quad (17)$$

定义 Lyapunov 函数

$$V = \sum_{i=1}^N V_i = \sum_{i=1}^N (x_i^T P_{ic} x_i + \tilde{x}_i^T P_{id} \tilde{x}_i).$$

对上式求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq \sum_{i=1}^N \{x_i^T [A_i^T P_{ic} + P_{ic} A_i + \sum_{i=1}^{N-1} (P_{ic} H_i H_i^T P_{ic} + G_i G_i^T) \\ - 2\delta_{1i}^{-1} P_{ic} \bar{B}_i R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic} + \delta_{1i}^{-1} P_{ic} \bar{B}_i \bar{B}_i^T P_{ic} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + P_{ic}(\bar{E}_i + \bar{U}_i + D_i D_i^T) P_{ic} + 2\bar{F}_i + \delta_{1i}^{-1} x_i^T P_{ic} \bar{B}_i \bar{B}_i^T P_{ic} x_i \\
& - \tilde{x}_i^T P_{ic} \bar{B}_i R_{1i}^{-1} R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic} \tilde{x}_i + \tilde{x}_i^T [A_i^T P_{id} + P_{id} A_i \\
& - 2\delta_{2i}^{-1} C_i^T R_{2i}^{-1} C_i - 2P_{ic} \bar{B}_i R_{1i}^{-1} \bar{V}_i R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T P_{ic}] \tilde{x}_i \\
& + \tilde{x}_i^T [P_{id}(\bar{E}_i + \bar{U}_i + \bar{B}_i \bar{B}_i^T) P_{id}] \tilde{x}_i \}.
\end{aligned}$$

将式(13)和(14)代入上式,有

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^N [x_i^T \quad \tilde{x}_i^T] \begin{bmatrix} \delta_{1i} Q_{1i} & 0 \\ 0 & \delta_{2i} Q_{2i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \tilde{x}_i \end{bmatrix} < 0.$$

定理 2 对于 $\Delta A = 0$ 且 $\Delta B = 0$ 的确定性闭环大系统(4), 设 (A, C) 可观, r 为一正参数. 若存在正标题量 δ, r 及 $\varepsilon \geq 0.5, Q_0 = \text{block-diag}(Q_{01}, \dots, Q_{0N}) > 0, Q_c = \text{block-diag}(Q_{c1}, \dots, Q_{cN}) > 0, R = \text{block-diag}(R_1, \dots, R_N) > 0$, 使得 Riccati 方程

$$\begin{aligned}
P_c A_c^T + A_c P_c + \sum_{i=1}^{N-1} (P_c H_i H_i^T P_c + G_i G_i^T) \\
+ (\delta r)^{-1} C^T C + r^2 P_c \bar{B} \bar{B}^T P_c + Q_c = 0.
\end{aligned} \quad (18)$$

其中 $A_c = \bar{A} + \bar{B}K, P_c = \text{block-diag}(P_{c1}, \dots, P_{cN})$, 以及

$$\begin{aligned}
\bar{A}^T P_o + P_o \bar{A} + \sum_{i=1}^{N-1} (P_o H_i H_i^T P_o + G_i G_i^T) + P_o (\delta r^{-1} D D^T - \varepsilon^{-1} \bar{B} R^{-1} \bar{B}^T) P_o \\
+ (\delta r)^{-1} C^T C + Q_o = 0.
\end{aligned} \quad (19)$$

其中 $P_o = \text{block-diag}(P_{o1}, \dots, P_{oN})$, 存在对称正定解 P_c, P_o , 则分散控制器

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}} &= (\bar{A} + \bar{B}K + DK_d - LC)\hat{x} + Ly, \\
u &= K\hat{x}
\end{aligned} \quad (20)$$

使得故障闭环系统分散强稳定, 且 $\|C(sI - A - \bar{B}K)^{-1}D\|_\infty < r$. 其中, $K = -R^{-1}\bar{B}^T P_o$, $K_d = \delta r^{-1} D^T P_o, L = [I - (\delta r)^{-1} (P_c P_o)^{-1}] C^T$, 分别表示状态反馈增益阵, 扰动增益阵及观测器增益阵, 而 P_{ci} 和 P_{oi} 分别满足式(13)和(14).

证 类似定理 1 的证明, 可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} &\leq \sum_{i=1}^N \{x_i^T [\bar{A}_i^T P_{oi} + P_{oi} \bar{A}_i + \sum_{i=1}^{N-1} (P_{oi} H_i H_i^T P_{oi} + G_i G_i^T) \\
&+ P_{oi} (\delta r^{-1} D_i D_i^T - \varepsilon^{-1} \bar{B}_i R_{1i}^{-1} \bar{B}_i^T) P_{oi} + (\delta r)^{-1} C_i^T C_i] x_i \\
&+ \tilde{x}_i^T [\bar{A}_{ci}^T P_{ci} + P_{ci} \bar{A}_{ci} + \sum_{i=1}^{N-1} (P_{ci} H_i H_i^T P_{ci} + G_i G_i^T) \\
&+ P_{ci} (\delta r^{-1} D_i D_i^T + r \bar{B}_i \bar{B}_i^T) P_{ci} + (\delta r)^{-1} C_i^T C_i] \tilde{x}_i \} \\
&\leq - \sum_{i=1}^N [x_i^T \quad \tilde{x}_i^T] \begin{bmatrix} Q_{oi} & 0 \\ 0 & Q_{ci} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ \tilde{x}_i \end{bmatrix} < 0.
\end{aligned}$$

4 两地区间电网系统的分散强稳定控制

设两地区间电网系统的方程为^[4]

$$\dot{x} = Ax + Bu + Dw, \quad y = Cx.$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0.545 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3.27 & -0.05 & 5 & 0 & 3.27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.333 & 3.333 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5.208 & 0 & -12.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.27 & 0 & 0 & 0 & -3.27 & -0.05 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 & 0 & -3.333 & 3.333 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -5.283 & 0 & -12.5 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 12.5 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

现取 $\varepsilon = 7, \delta = 2, \gamma = 1.5, Q_0 = 3I, Q_c = 4I, R = 0.1I$. 设第一个子系统的所有传感器完全失效, 则分散强稳定控制系统的脉冲输出响应如图 1 所示. 图中实线表示正常系统输出, 虚线表示故障系统输出. 仿真结果表明, 本文提出的分散强稳定控制方法是有效的.

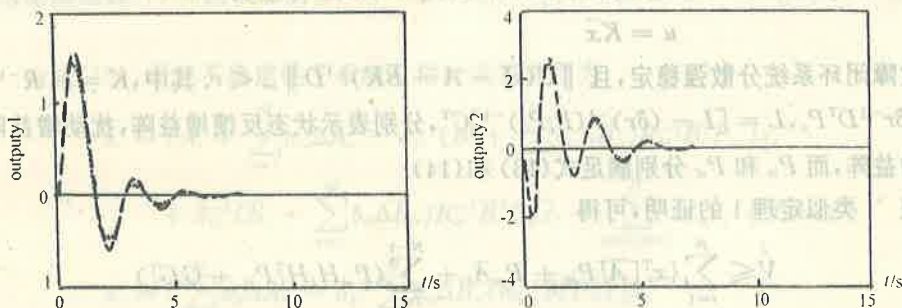


图 1 电网系统脉冲输出响应

参 考 文 献

- [1] Veillette, R. J. et al. Design of Reliable Control Systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, AC-37(2):290-304
- [2] Hu Shousong et al. Decentralized State Feedback Fault Tolerant Control for Uncertain Large Scale Systems. Int. AMSE Conf. on SCI., Wuhan, China, 1995, 1:454-457
- [3] Wang, Y. J. and Shieh, L. S. Observer-Based Robust H_∞ Control Laws for Uncertain Linear Systems. AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1991, 741-751
- [4] Elgernd, O. I. and Fohsa, C. E. The Megawatt Frequency Control Problem. IEEE Trans PAS-89, 1970: 563-577

Decentralized Strong Stability Control for Large Scale Interconnected Systems

HU Shousong, CAO Jian and WANG Yong

(Department of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics • Nanjing, 210016.PRC)

Abstract: In this paper, by the H_∞ theory and Riccati matrix equation, the define of the strong stability of the large-scale interconnected system is presented when all the sensors of the m th subsystems failed, and the design method for the decentralized strong stability controller is given. The example simulations demonstrate that the methods are effective.

Key words: large-scale interconnected system; decentralized control; strong stability; H_∞ norm

本文作者简介

胡寿松 1937 年生. 教授, 博士生导师. 中国自动化学会理事. 主要研究领域为: 大系统分散控制, 动态系统的容错与自修复控制, H_∞ 鲁棒控制等.

曹 坚 1966 年生. 工学硕士. 感兴趣的研究方向为计算机控制及大系统强稳定控制.

王 永 1962 年生. 讲师, 博士研究生. 感兴趣的研究方向为非线性系统的自修复控制.

(上接第 281 页)

报事务, 加拿大不列颠哥伦比亚大学(UBC)), C. J. Harris (ISIA 出版事务, 英国南安普顿大学, 原英国皇家军事技术学院副院长), D. Lavery (联络与协调事务, 美国国家航空航天局(NASA)太空机器人计划总负责人), A. P. Sage (提名事务, 美国 George Mason 大学信息学院院长), C. R. Weisbin (ISIA 智能化世界大会的策划工作, 美国加州理工学院喷气推进实验室(JPL)主要负责人), F. Q. Zhou (周发强) (协调与出版事务, 中国华中理工大学).

ISIA 筹备工作自 92 年开展以来, 先后得到了包括 G. N. Saridis 和 T. J. Tarn 在内的许多著名学者的支持. 现在 ISIA 筹委会已经囊括了国际智能化界的许多世界著名学者, 如: A. Rosenfeld (模式识别, 美国马里兰大学), T. O. Binford (图象处理, 美国斯坦福大学), T. Kanade (智能机器人, 美国卡内基-梅隆大学), F. Harashima (工业电子与智能自动化, 日本东京大学), H. J. Warnecke (机器人与制造, 德国 Fraunhofer 研究院院长), M. Tomizuka (控制, 美国加州大学伯克利分校) 以及 L. A. Zadeh, G. A. Bekey and A. P. Sage, 等等. 此外, ISIA 筹备委员会还汇集了一批国际知名学者, 如, J. S. Albus (美国), J. Bezdek (美国), S. Castan (法国), G. DOUMEINGTS (法国), O. Faugeras (法国), M. S. Fox (加拿大), T. Fukuda (日本), D. P. Garg (美国), J. S. Gero (澳大利亚), W. A. Gruver (加拿大), M. M. Gupta (加拿大), C. C. Hang (新加坡), J. P. Haton (法国), T. Holden (英国), M. Jamshidi (美国), P. K. Khosla (美国), A. Kusiak (美国), R. R. Leitch (英国), R. N. K. Loh (美国), J. Y. S. Luh (美国), V. J. Lumelsky (美国), Ren C Luo (美国), A. Meystel (美国), V. R. Milacic (美国), A. T. Murphy (美国), D. H. Norrie (加拿大), N. Okino (日本), L. Pun (法国), U. Rembold (德国), G. Rzevski (英国), V. D. Sanchez (德国), R. D. Schraft (德国), J. Shen (法国), R. A. Shoureshi (美国), H. E. Stephanou (美国), R. Trappl (奥地利), S. Tzafestas (希腊), A. B. Whinston (美国), C. C. White III (美国), H. Yamashina (日本), B. P. Zeigler (美国), 以及中国的三位中科院院士, Y. L. Xiong (熊有伦), S. Z. Yang (杨叔子), B. Zhang (张钹), 等等. 温哥华会议后, ISIA 筹委会又增补了若干知名人士和知名机构的代表. 这包括, 中国的 R. W. Dai (戴汝为) (中科院院士), X. S. Jiang (蒋新松) (中

(下转第 341 页)