第 13 卷第 3 期　　控制理论与应用　　Vol. 13, No. 3
1996 年 6 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Jun., 1996

互质因子摄动模型集的闭环 l^1 鲁棒辨识*

李昇平　　　方华京　黄心汉
（东北大学自动化研究中心·沈阳，110006）（华中理工大学自动控制工程系·武汉，430074）

摘要：鲁棒辨识问题已经逐渐成为国际控制界的一个研究热点. 本文首先研究了互质因子摄动模型集的闭环 l^1 鲁棒辨识问题，建立了系统的 A 图象拓扑，提出了 BIBO 不稳定系统的闭环 l^1 鲁棒辨识方法，由该方法得到的结果是具有代表性的互质因子摄动模型集.

关键词：互质因子摄动；闭环鲁棒辨识；模型集

1　预备知识

用 A 表示全体 BIBO 稳定系统构成的线性空间. 对离散系统，A 是 l^1 空间全体序列的 z 变换. 对 A 定义范数 $\|\hat{h}\|_A=\|h\|_1=\sum_{i=0}^{\infty}|h_i|$，则 A 为赋范线性空间. 定义 $A_D\subset A$ 为全体规定了衰减指数的指数稳定系统类，那么 A_D 具有如下性质：

引理 1.1[2]　1) A_D 的商域与 A 相同；

2) 对任意系统 $\hat{P}$，都存在 A_D 中的互质分解 $\hat{P}=\hat{n}/\hat{d}$，$\hat{n},\hat{d}\in A_D$ 且存在 $\hat{x},\hat{y}\in A_D$ 使 $\hat{x}\hat{n}+\hat{y}\hat{d}=1$.

2　系统的 A 图象拓扑(Graph Topology)

2.1　系统代数空间表示法

用 A 的商域 $F(A)$ 表示全体具有传函形式 $\hat{n}/\hat{d}$ 的系统. 令 $F(A)=\{(\hat{d},\hat{n})\,|\,\hat{d},\hat{n}\in A,\hat{d}\neq 0\}$.

用 $CF(A)$ 表示 $F(A)$ 上具有 A 中互质分解的系统的全体. 若对任意 $(\hat{d},\hat{n})\in CF(A)$ 定义范数 $\left\|\begin{bmatrix}\hat{d}\\ \hat{n}\end{bmatrix}\right\|_{A^2}=\max\{\|\hat{d}\|_A,\|\hat{n}\|_A\}$，则 $CF(A)$ 按普通线性运算作成赋范线性空间.

2.2　系统的 A 图象拓扑及性质

我们把 $\hat{P}\in CF(A)$ 在 l_2^{∞} 空间上的图象定义为全体 $\hat{P}$ 的 l^{∞} 有界输入输出对的集合，表示为：

$$G_A(\hat{p})=\left\{\begin{bmatrix}y\\ u\end{bmatrix}\in l_2^{\infty}\,\middle|\,y=\hat{p}u,\hat{p}\in CF(A)\right\}.$$

类似于文献[3]中引理 7.2.2，有如下结果：

引理 2.1　设 $\hat{p}=\hat{n}/\hat{d}\in CF(A)$，则 $\hat{P}$ 的图象又可表示为

$$G_A(\hat{P})\left\{\begin{bmatrix}\hat{d}x\\ \hat{n}x\end{bmatrix}\,\middle|\,x\in l^{\infty},(\hat{d},\hat{n})\in CF(A)\right\}.$$

---

* 国家自然科学基金(69274003)和湖北省自然科学基金(94J064)资助课题.
本文于 1994 年 12 月 30 日收到，1995 年 11 月 22 日收到修改稿.

证明略.

类似于文献[3]引理 2.2.8,在 A 中成立如下结果:

引理 2.2　设 U 为 A 中单位,对每个 $\hat{f}\in U$,若 $\hat{g}\in A$ 使 $\|\hat{g}-\hat{f}\|_A<1/\|\hat{f}^{-1}\|_A$ 成立,则 $\hat{g}\in U$.

证明略.

注　由引理 2.2 容易验证,单位 U 为 A 中开集,且 U 上映射 $\hat{g}\to\hat{g}^{-1}$ 为从 U 到其自身的连续映射.

由引理 2.2,可得出如下重要结果.

引理 2.3　设 $(\hat{d},\hat{n})\in CF(A)$,则存在常数 $\mu(\hat{d},\hat{n})$ 使得对任意的 $\hat{d}_1,\hat{n}_1\in A$,当 $\left\|\begin{bmatrix}\hat{d}_1\\ \hat{n}_1\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\hat{d}\\ \hat{n}\end{bmatrix}\right\|_{A^2}\leqslant\mu(\hat{d},\hat{n})$ 时,$(\hat{d}_1,\hat{n}_1)\in CF(A)$ 成立.

证明略.

由引理 2.3 可定义 $CF(A)$ 上基本邻域.

定义 2.1　对 $\hat{P}=\hat{n}/\hat{d}\in CF(A)$,任取 $0<\varepsilon<\mu(\hat{d},\hat{n})$,称集合 $N(\hat{d},\hat{n};\varepsilon)=\left\{\hat{P}=\hat{n}/\hat{d}\,\middle|\,\left\|\begin{bmatrix}\hat{d}_1-\hat{d}\\ \hat{n}_1-\hat{n}\end{bmatrix}\right\|_{A^2}<\varepsilon,\hat{P}\in CF(A)\right\}$ 为 $\hat{P}$ 的基本邻域.

定理 2.1　由全体 $N(\hat{d},\hat{n};\varepsilon)$ 所成子集簇构成的 $CF(A)$ 空间作为拓扑空间时的基.

证明与文献[3]类似,从略.

定义 2.2　由全体 $N(\hat{d},\hat{n};\varepsilon)$ 所成子集簇定义的拓扑称为 $CF(A)$ 上的 A 图象拓扑.

A 图象拓扑具有如下性质.

定理 2.2　设 $\{\hat{P}_i\}$ 是 $CF(A)$ 中任一序列,$\hat{P}\in CF(A)$,则下列条件是等价的.

1) $\{\hat{P}_i\}$ 在 A 图象拓扑中收敛于 $\hat{P}$;

2) 对 $\hat{P}$ 在 A 中每一互质分解$(\hat{d},\hat{n})$,存在 A 中互质分解$(\hat{d}_i,\hat{n}_i)$,使得在 A 中 $\hat{d}_i\to\hat{d},\hat{n}_i\to\hat{n}$;

3) 存在 $\hat{P}$ 在 A 中互质分解$(\hat{d},\hat{n})$和$\{\hat{P}_i\}$在 A 中互质分解$(\hat{d}_i,\hat{n}_i)$,使得在 A 上 $\hat{d}_i\to\hat{d},\hat{n}_i\to\hat{n}$.

证明略.

3　可指数镇定系统的 l^1 鲁棒闭环辨识

记
$$Bl_{\infty,\rho}(M)=\{\hat{h}/|h_k|\leqslant M\rho^{-k},M\geqslant 0,\rho>1\};$$
$$\overline{B}l_\infty(\varepsilon)=\{y/\sup|y_i|\leqslant\varepsilon,\varepsilon\geqslant 0\},\quad T_n:l_\infty\to l_\infty,$$
作
$$(T_nf)_k=\begin{cases}f_k, & k=0,1,\cdots,n-1,\\ 0, & k\geqslant n.\end{cases}$$

定义 3.1　设 $A_D=\hat{B}l_{\infty,\rho}(M)$,若系统 $\hat{P}$ 存在控制器使闭环系统属于 A_D,则称 $\hat{P}$ 为可指数镇定系统.

设受辨系统 $\hat{P}\in CF(A)$ 为可指数镇定系统,可表示为如下输入输出方程:
$$\hat{A}y(t)=\hat{B}u(t)+v(t). \tag{3.1}$$
式中 $\hat{A},\hat{B}\in A,v(t)\in\hat{B}l_\infty(\varepsilon).u(t),y(t)$ 为 $\hat{P}$ 的输入、输出. 由引理 1.1,$CF(A)=$

$CF(A_D)$，因而 $\hat{P}\in CF(A_D)$. 设 $\hat{P}$ 存在指数镇定控制器 $\hat{C}_0\in CF(A_D)$，且已知其互质分解 $(\hat{y}_0,\hat{x}_0)\in CF(A_D)$ 则由引理 1.1，存在 $\hat{d}_0,\hat{n}_0\in A_D$ 使 $\hat{x}_0\hat{n}_0+\hat{y}_0\hat{d}_0=1$.

定理 3.1 设受辨系统 $\hat{P}\in CF(A_D)$ 存在控制器 $\hat{c}_0=\hat{x}_0/\hat{y}_0\in CF(A_D)$ 使闭环系统指数稳定. 则全体被 $\hat{c}_0$ 指数镇定的系统模型集为

$$\hat{P}=\left\{\hat{P}=\frac{\hat{n}_0+\hat{q}\hat{y}_0}{\hat{d}_0-\hat{q}\hat{x}_0}\,\middle|\,\hat{q}\in A_D,\text{且}\ \hat{d}_0-\hat{q}\hat{x}_0\neq 0\right\}. \tag{3.2}$$

证明略.

(3.2) 式中，因 $(\hat{n}_0+\hat{q}\hat{y}_0)\hat{x}_0+(\hat{d}_0-\hat{q}\hat{x}_0)\hat{y}_0=1$，且 $\hat{x}_0,\hat{y}_0\in A_D$，所以 $(\hat{n}_0+\hat{q}\hat{y}_0)$ 与 $(\hat{d}_0-\hat{q}\hat{x}_0)$ 互质. 其中 $\hat{q}\in A_D$ 为未知因子. 因(3.1)及(3.2)式经整理得受辨系统的输入输出关系：

$$\hat{d}_0y(t)-\hat{n}_0u(t)=\hat{q}(\hat{x}_0y(t)+\hat{y}_0u(t))+v(t). \tag{3.3}$$

若记 $y_t=\hat{d}_0y(t)-\hat{n}_0u(t)$，$u_t=\hat{x}_0y(t)+\hat{y}_0u(t)$，则由(3.3)式可进一步得到关于未知因子 $\hat{q}$ 的广义输入输出关系：

$$y_t=\hat{q}u_t+v(t). \tag{3.4}$$

因 $\hat{d}_0,\hat{n}_0\in A_D$，$y(t),u(t)\in l^\infty$，故 $y_t\in l^\infty$，$u_t\in l^\infty$，于是，$\hat{P}$ 的闭环辨识问题化成了(3.4)描述的指数稳定因子 $\hat{q}$ 的开环辨识问题.

定理 3.2 若式(3.4)所描述的系统 $\hat{q}$ 存在鲁棒收敛的开环辨识算法，那么

1) 在 $CF(A)$ 中存在依赖于先验知识 (ρ,M) 和 ε 的辨识模型序列 $\{\hat{P}_n\}$，当 $\varepsilon\to 0,n\to\infty$ 时，在 A 图象拓扑中一致收敛于真实模型 $\hat{P}\in CF(A)$；

2) 辨识误差界 $\left\|\begin{bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{bmatrix}\right\|_{A^2}\leqslant\|\delta\hat{q}\|\cdot\max\{\|\hat{x}_0\|_A,\|\hat{y}_0\|_A\}$，式中 $\|\delta\hat{q}\|_A$ 为 $\hat{q}$ 的开环辨识误差.

证明略.

注 开环辨识算法的存在性由文[1]得到保证.

综上，本节基于 A 图拓扑，把闭环 l^1 鲁棒辨识问题转化成了指数稳定系统的开环 l^1 辨识问题，给出了互质因子名义模型 $\dfrac{\hat{n}_0+\hat{q}_n\hat{y}_0}{\hat{d}_0-\hat{q}_n\hat{x}_0}$(式中 $\hat{q}_n$ 为 $\hat{q}$ 的开环辨识结果)及互质因子摄动 $\left\|\begin{bmatrix}\Delta_1\\ \Delta_2\end{bmatrix}\right\|_{A^2}$($\Delta_1,\Delta_2$)分别代表分母、分子的不确定性)的界. 综合名义模型和互质因子摄动界，给出了包含真实系统在内的互质因子摄动模型集，从而解决了互质因子摄动模型集的闭环 l^1 鲁棒辨识问题.

4 结束语

本文提出了闭环 l^1 鲁棒辨识方法；证明了闭环 l^1 鲁棒辨识的收敛性. 从而将 l^1 鲁棒辨识系统从指数稳定类推广到了 BIBO 不稳定系统.

注 由于篇幅所限，文中引理和定理未列出证明过程，需要证明的读者请与第一作者联系.

参 考 文 献

[1] 李昇平，方华京，黄心汉. 最坏情况下 l^1 辨识方法研究. 控制与决策，1995，10(3)：204—209

[2] 方华京，涂健. 闭环极点在指定区域内的 l^1 优化控制器. 控制理论与应用，1991，8(2)：142—147

[3] Vidyasagar, M.. Control System Synthesis: A Facforization Approach. MIT Press, Cambridge, Mass, 1985

Closed l^1 Robust Identification for Coprime Factor Perturbations Model Set

LI Shengping

(Research Center of Automation, Northeast University · Shenyan, 110006, PRC)

FAN Huajing　and　HUANG Xinhan

(Department of Automatic Control, Huazhong University of Sience and Technology · Wuhan, 430074, PRC)

Abstract: Based on A-grph topology, the approach of closed l^1 robust identification is presented, and the robust convergency of the presented algorithm is proved. The approach proposed in this paper gives coprime factor perturbation model set which is compatible with l^1 robust control.

Key words: coprime factor perturbation; closed robust identification; model set

本文作者简介

李昇平　见本刊 1996 年第 2 期第 247 页.

方华京　见本刊 1996 年第 2 期第 247 页.

黄心汉　见本刊 1996 年第 2 期第 247 页.