

RBF 神经网络在非线性系统建模中的应用

王旭东 邵惠鹤

(上海交通大学自动化所·上海, 200030)

摘要: 本文从径向基函数(RBF)神经网络的特点着手, 分析了该网络存在的问题, 并且对网络径向基函数中心的选取、计算以及网络的拓扑结构作了改进, 最后用改进的径向基函数神经网络对化工中的连续搅拌反应釜(CSTR)系统进行建模, 结果表明方法有效。

关键词: RBF 神经网络; CSTR 系统; 正交优选法; 竞争学习

1 引言

径向基函数神经网络称为 RBF(radial basis function)神经网络, 其非线性映射的效果比其它基函数网络优越, 因此在许多领域内得到了应用。控制中的建模以及控制器设计都可以看成是寻找函数映射的过程, 对于一个线性的系统, 寻找映射的过程比较简单, 但是如果系统是非线性的, 这个过程就非常复杂。神经网络是靠学习实现某种映射功能的, 只要学习数据足够完备, 那么无论系统是否为非线性都可以比较成功的找到恰当的映射, 因此 RBF 神经网络为非线性系统的建模和控制提供了有力的工具。

2 径向基函数的理论基础

RBF 神经网络是一类前向网络, 其拓扑结构如图 1 所示。这种网络完成如下非线性映射: $f_r(X) = W_0 +$

$\sum_{i=1}^{n_r} W_i * \psi(\|X - c_i\|)$, 这里 $X \in \mathbb{R}^n$ 是输入矢量, $\psi(\cdot)$ 是一个 $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ 的函数, $\|\cdot\|$ 是欧氏范数, W_i 是权值, c_i 是 RBF 网络的数据中心, n_r 是中心数目。 $\psi(\cdot)$ 取径向基函数主要基于如下原理。

如果前向网络学习集合为 $S = \{(X_i, t_i) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \mid i = 1 \dots N\}$, $\psi(\cdot, W)$ 是未知函数, W 是待学习的权值, 那么神经网络学习过程就是寻找 $\psi(\cdot, W)$ 及 W 使下述能

量函数取最小值: $H(\psi) = \sum_{i=1}^N (t_i - \psi(X_i, W))^2 + \lambda \|P\psi\|^2$, 式中 $\|\cdot\|$ 是函数空间上的 L^2 范数, 约束算子 $P(\cdot)$ 应当仔细选择以保证函数 ψ 的平滑。 λ 表示约束的严格程度。从正则方法出发采用变分原理^[1] 可以证明 $\psi(\cdot)$ 应该取径向基函数。

3 RBF 神经网络的算法

径向基函数神经网络学习算法主要有以下几种:

3.1 Mooky 与 Darken 的算法

这种方法是由 Mooky 和 Darken 提出的^[2]。该方法选择的非线性函数为 $g_i(x) =$

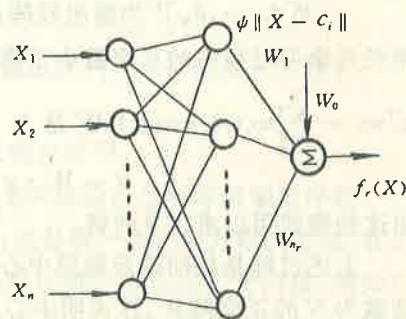


图1 RBF 神经网络结构

$\exp(-\frac{\|x - c_i\|^2}{\sigma_i^2})$. 学习过程分为监督学习和非监督学习两个阶段. 首先选择隐含单元神经元数目, 然后用 K -means 聚类方法完成非监督学习. 目的是找到数据中心 c_i , 如果 c_i 确定了, 输出权值 W 就可以采用标准的线性最小二乘回归算法计算出来, 这是一个监督学习过程. 这种算法的缺点是无法确定隐层单元的数目, 中心点选择方法不是很好.

3.2 局部训练算法

这种方法是 Tyler Holcomb 和 Manfred Morari 提出^[3]. 假设网络中隐层单元的函数为正交函数. 从隐含层往输出层看神经网络可以描述为 $y(x) = \sum_{i=1}^{\infty} W_i \cdot g_i(x)$. 由于隐含单元函数是正交的, 因此可以利用与傅里叶变换相似的方法求出网络的权值. 虽然实际上隐含单元函数是非正交的, 但是径向基函数在各自中心附近都与其它函数近似正交, 因此这种方法对局部区域内正交的基函数是有效的. 由于实际学习数据的分布会使基函数难以达到局部正交的要求, 因此这个方法在处理强非线性系统时存在很大缺点.

3.3 正交优选算法

这种算法是由 Chen, S. 提出的^[4].

这个方法利用正交优选法找出神经网络最佳隐含层单元数目的同时算出输出权值. 首先假设中心数目为输入的样本数, 隐含单元函数的中心值也取输入数据的数值. 这样, 隐含单元的输出值便确定了下来. 从隐层到输出层可描述如下:

$d = p\theta + E$; $d = [d(1), \dots, d(N)]$ 为期望输出序列;

$p = [p_1, \dots, p_N]$ 为隐层输出阵; $p_i = [p_i(1), \dots, p_i(N)]^T$, $1 \leq i \leq N$;

$\theta[\theta_1, \dots, \theta_M]^T$ 为输出权阵; $E = [\epsilon(1), \dots, \epsilon(N)]^T$ 为学习后误差序列.

神经元学习过程中的正交最小二乘的方法如下: 将 p 奇异分解: $p = W \cdot A$, $W^T \cdot W = H$, $h_i =$

$w_i^T w_i = \sum_{t=1}^N w_i(t) \cdot w_i(t)$, W 是 $N \times N$ 阶矩阵, $1 \leq i \leq N$, 因此有如下等式:

$$d = W \cdot g + E, \quad \hat{g} = H^{-1}W^T d, \quad A\hat{\theta} = \hat{g},$$

由这些等式可以求出 $\hat{\theta}$ 的解.

上述过程是如何确定隐层中心点数目的呢? 考察 p 的奇异分解情况, 可知 p 不一定能够得到秩为 N 的正交阵 W , 这说明中心点数目为 N 是多余的. 如何确定正确的隐含单元数目(即中心点数)可通过正交优选的方法解决. 优选结束后, 最佳隐含层数目、网络输出权值都可同时确定出来. 这种算法易于实现, 但是也存在一个很大的缺点: 隐含层中心点取值是输入数据, 这在许多情况下难以反映出系统真正的输入输出关系, 并且初始中心点数太多. 另外优选过程会出现数据病态现象.

3.4 聚类和 Givens 变换联合迭代算法

这个算法是由 Chen, S. 等人提出的^[5].

由于正交最小二乘算法是一种批量学习算法, 不具有递推特性, 因此 Chen, S. 等人又提出了这个算法. 这个方法利用新输入的数据不断修改中心数值, 同时利用 Givens 变换方法迭代求出网络的输出权值.

由于这个方法采用了 Givens 变换, 解决了递推最小二乘的数据变态问题, 同时也避免了批量算法的数据存储量过大问题, 但是由于 Givens 变换完成一次变换计算量比较大, 在实时学习时必须解决这个问题. 另外这个方法的最大缺点是它不能够象前一种方法那样在学习过

程中找到网络实际所需要的隐含层神经元数目,因此在初步学习时是不宜采用这种方法。

4 径向基函数神经网络的改进算法

在前面几种算法中,主要存在以下两个问题:

4.1 网络基函数的中心值确定问题

RBF 神经网络的非线性映射能力体现在隐含层的基函数上,而基函数的特性主要由函数的中心值确定,因此针对学习数据恰当确定出网络的基函数中心对网络逼近非线性的能力有很大的提高.一般数据中心采用聚类的方法实现,如 K -Means 方法,竞争学习方法等.但是这些方法对聚类的初始类数和位置非常敏感.为了解决这个问题,采用次胜者受罚的竞争学习规则(rival penalized competitive learning)^[6]来确定数据中心.这种方法具有分配合适的数据中心数目的能力.它的基本思想是不但竞争获胜项修正以适应输入值,而且对次胜项采用惩罚的方法,使之远离输入值.设 x 是待聚类集合中的任一元素,聚类中心集合为 $\{c_i, i = 1, \dots, k\}$, 输出值(获值情况)为 $\{u_i, i = 1, \dots, k\}$. RPCL 方法的过程为:

若 $i = c$ 时满足 $\max_{i=1,k} (r_i \|x - c_i\|)$, 则 $u_c = 1, \Delta c_i = \alpha_c (x - c_i)$;

若 $i = r$ 时满足 $\max_{i=1,k, i \neq c} (r_i \|x - c_i\|)$, 则 $u_r = -1, \Delta c_r = -\alpha_c (x - c_i)$;

若 $i \neq c, i \neq r$, 则 $u_i = 0, \Delta c_i = 0$.

式中 $r_j = n_j / \sum_{i=1}^k n_i$, n_i 是第 i 个中心获胜次数.

RPCL 方法能够较为准确地找出数据的中心,这为 RBF 网络进一步有效地学习作出了保证.

4.2 输出权值计算中的数值变态问题

当 RBF 网络的中心点数及其值定下后,对一定的输入输出序列可以得到如下方程:

$d = P\theta + E$, $d = [d(1), \dots, d(N)]^T$ 为输出序列;

$P = [p_1, \dots, p_M]$, $p_i = [p_i(1), \dots, p_i(N)]^T$ 为隐含层输出序列;

$\theta = [\theta_1, \dots, \theta_M]$ 为输出权值; $E = [\epsilon(1), \dots, \epsilon(N)]^T$ 是网络输出与实际值偏差序列.

正交优选算法的过程实际上是一个矢量正交化的过程,也是解一个正则方程的过程.在正交过程中,作者发现当选取正交向量超过一个定数目后,将难以进一步选出正交向量.例如在正交化过程中已找到正交向量 $w_1, \dots, w_k$, 当再选取一正交向量 w_{k+1} 时,就会出现 w_{k+1} 的模 $\|w_{k+1}\|$ 已相当小.结果将 w_{k+1} 选入 RBF 网络之中,会造成 RBF 网络的特性变差.为了解决这个问题,在正交优选过程中,要恰当选取训练的容许精度 ρ . 如果 ρ 取得太小就会出现上述问题.但是如果 ρ 太大,显然不能满足 RBF 网络的学习需要.因此作者提出如下进一步解决的方法.

考察方程 $d = P\theta$ 的解,这是一个矛盾方程 ($N > M$). 根据最佳逼近原理, θ 的最佳值 $\hat{\theta}$ 总不可能使 $P\hat{\theta} = d$ 成立.因此要解决这个问题,完全从正交优选过程出发是行不通的.问题的关键在于要从 RBF 网络非线性映射的角度出发.因为如果映射

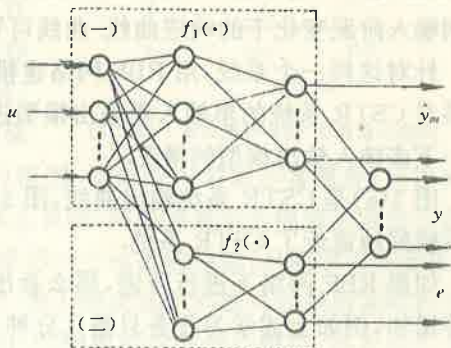


图 2 改进的 RBF 网络结构

性能好,使矛盾方程 $d = P\theta$ 的矛盾性很小,那么 θ 的估计值 $\hat{\theta}$ 将与 θ 的实际值几乎相等.基于这个思想,提出如下方法.这种方法从 RBF 网络的拓扑结构着手,在原有的结构上增加一个补偿网络.改进的网络拓扑结构如图 2 所示.结构(二)与结构(一)具有相同的形式,不过非线性映射函数应该选择不同类别,以使整个网络的非线性映射效果更佳.整个结构的输出是结构(二)输出与结构(一)输出层的叠加.这样在训练好之后,整个网络的输出与实际的输出几乎相等.

改进网络的学习过程是首先确定结构(一)参数,然后确定结构(二)参数.结构(一)和结构(二)输入序列为

$$\{u(k-m), \dots, u(k), y(k-n), \dots, y(k) \mid k=1, \dots, n\}.$$

结构(一)的输出序列为 $\{y(k), k=1, \dots, n\}$, 结构(一)学习之后的输出序列为

$$\begin{aligned} &\{\hat{y}_m(k), k=1 \dots n\}, \\ &\hat{y}_m(k) = f_1(u(k-m), \dots, u(k), \hat{y}_m(k-n), \dots, \hat{y}_m(k-1)), \\ &\hat{y}_m(1) = y(1), \dots, \hat{y}_m(n) = y(n). \end{aligned}$$

结构(二)的输出序列即误差序列 $\{e(k) = y(k) - \hat{y}_m(k), k=1, \dots, n\}$.

网络两种结构的学习都采用正交优选算法.

如果结构(一)的训练精度不够,那么结构(一)的输出与期望值就有较大的差别,但是由于结构(二)与结构(一)迭加后补偿了这部分偏差,因此这种方法有利于提高网络的精度.如果单从结构(一)出发,要达到较高的精度,将造成中心点选择太多,隐含层神经元数目猛增.而如果将此网络分解成两个子网络后,每个网络所需的隐含单元数目都不多,因此整个网络结构并不庞大,训练精度又不低.可见这种将 RBF 网络分解的方法是有效的.

5 用径向基函数神经网络进行非线性系统建模

化工中的连续搅拌反应釜(continuous stirred tank reactor)是工业中广泛应用的一种反应器.由于系统本身存在严重的非线性,使得建模相当困难,也给系统的控制增加了难度.一般 CSTR 系统可以用如方程(1)表示:

$$\begin{cases} \dot{C}_A = \frac{q}{V}(C_{Af} - C_A) - k_0 C_A \exp(-\frac{E}{RT}), \\ \dot{T} = \frac{q}{V}(T_f - T) + \frac{-\Delta H}{\rho C_p} \exp(-\frac{E}{RT}) + \frac{\rho_c C_{pc}}{\rho C_p V} q_c [1 - \exp(-\frac{hA}{q_c \rho_c C_{pc}})](T_c - T). \end{cases} \quad (1)$$

C_A 是生成物 A 的浓度, T 是反应器温度, q_c 是冷却剂的流速.图 3 是 CSTR 系统组分浓度在冷却剂输入阶跃变化下的响应曲线.曲线可知 CSTR 系统的非线性比较严重.

针对这样一个系统,用 RBF 网络建模的结构图如图 4 所示.利用这个结构用改进的 RBF 网络对 CSTR 系统的单输入单输出模型进行了研究,由于内容较多,这里不一一列出.下面介绍一下多输入输出模型的情况.

图 5(a)是 CSTR 系统输出曲线,图 5(b)是 RBF 网络输出曲线,曲线表明 RBF 网络学习之后较好地逼近了 CSTR 系统.

如果 RBF 网络不进行改进,那么会出现如下问题:1° 若不采用 RPCL 方法,训练时间会显著增加,例如上述学习任务只需几分钟,而不用 RPCL 方法预先确定中心,则会达到半个多小时;2° 若不改进网络的结构,训练精度会难以达到,即便能达到,网络隐含层神经元数目很大,训练时间增加,并且 RBF 网络的输出与实际系统输出差别很大,见图 5(c).

为了进一步验证 RBF 网络模型的性能,我们将 CSTR 系统的阶跃响应与 RBF 网络模型

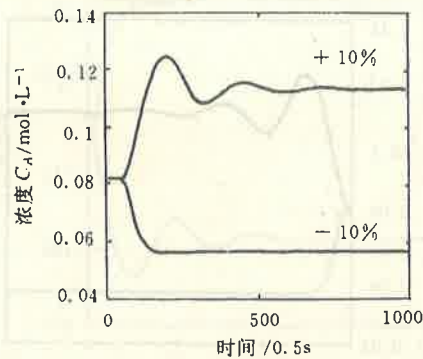


图 3 CSTR 系统组分浓度在冷却剂输入阶跃变化下的响应曲线

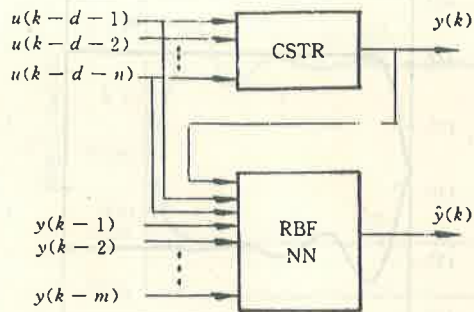


图 4 RBF 网络学习 CSTR 系统的框图

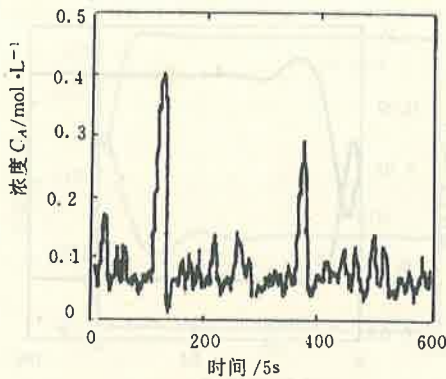


图 5(a) CSTR 系统组分浓度曲线

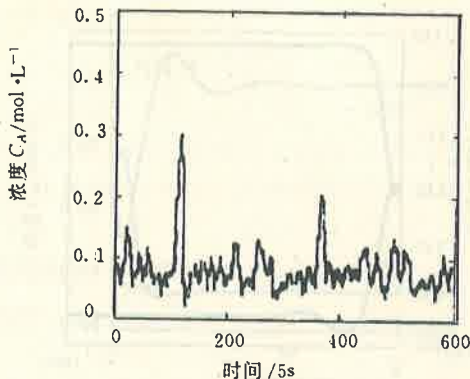


图 5(b) RBF 网络组分浓度曲线

的阶跃响应作一比较. 图 6(a)是输入 q_c 阶跃变化下, RBF 网络模型输出 T, C_A 的响应曲线. 图 6(b) 是输入 q 不同阶跃下的 RBF 网络模型响应曲线. 图 6(c) 是 T_c 不同阶跃下 RBF 网络模型的输出曲线. 图 7(a) 是输入 q_c 阶跃下 CSTR 系统的响应曲线, 图 7(b) 是输入 q 阶跃下 CSTR 系统的响应曲线, 图 7(c) 是输入 T_c 阶跃下 CSTR 系统的响应曲线.

由曲线比较可知 RBF 网络模型在比较大的工作区域内逼近了 CSTR 系统的特性. 在仿真中发现 T_c 作负阶跃时 RBF 网络不能在较大范围跟踪 CSTR 系统, 这主要是系统的非线性非常严重, 并且在学习时, 网络学习区域没有覆盖住这部分非线性区间. 要扩大学习范围, 选取学习数据非常重要. 可以肯定的是如果学习数据已经反映了系统的大范围性能, 那么 RBF 网络所表示的模型必定在大范围内与 CSTR 系统一致. 实际上 RBF 网络不可能完全学习一个系统的性能, 只能学习一定区域, 那么当系统工作区域超过学习区域时该如何处理呢? 为了解决这个问题可以采用实时校正的方法解决. 具体校正的方法是采用 Givens 变换对 RBF 网络模型参数进行校正. 作者提出来的校正方法具有其特殊性. 在校正开始前要保留 RBF 网络原来的一切参数. 校正时将网络的参数作为初始值实行校正. 校正后网络的参数也要保存下来. 如果校正后网络的输出与 CSTR 系统一致了, 就重新将校正前的网络参数作为 RBF 工作时的参数, 这是第一种方法. 如果效果

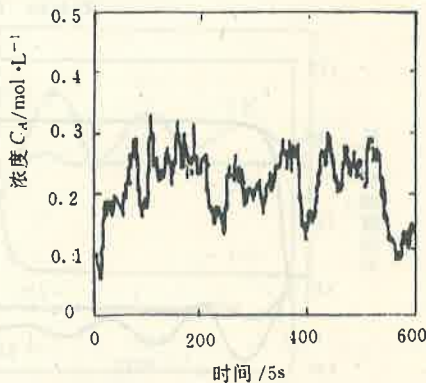
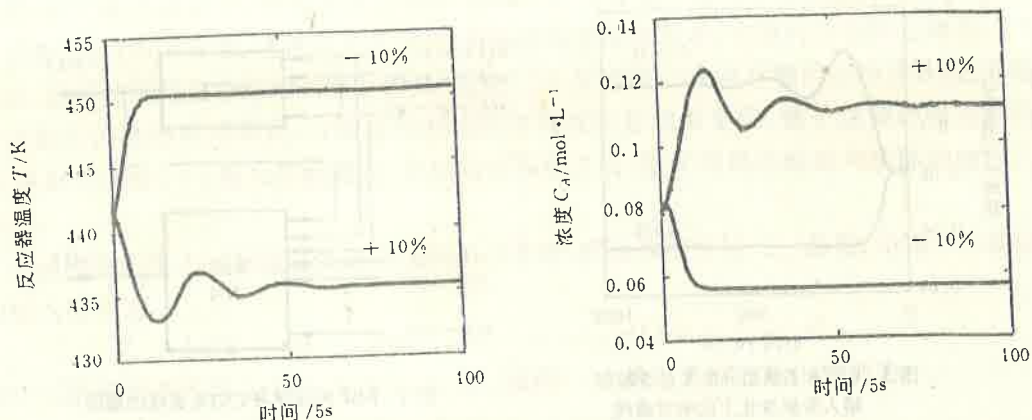
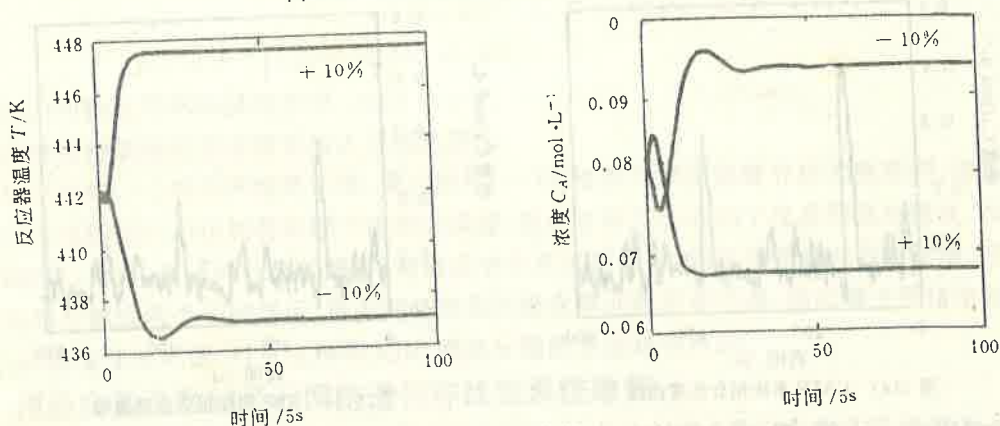
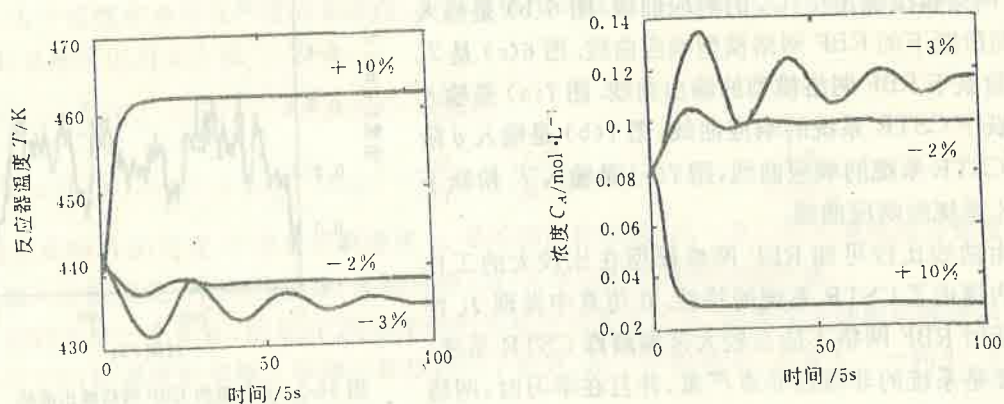


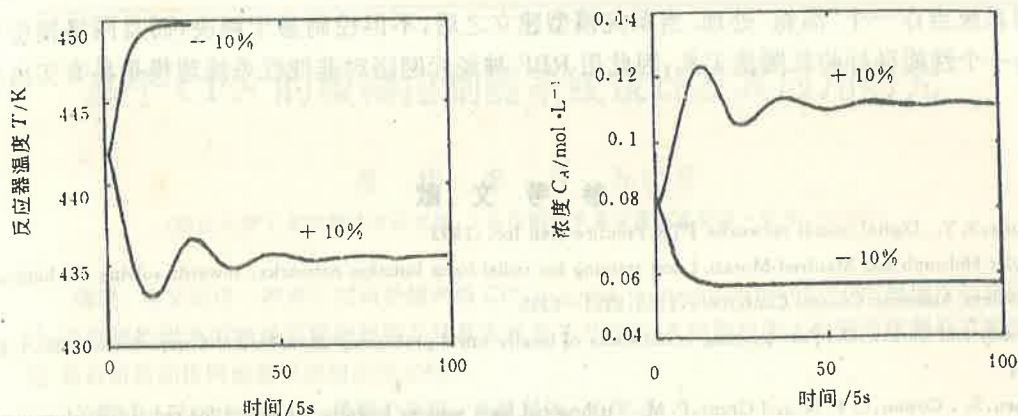
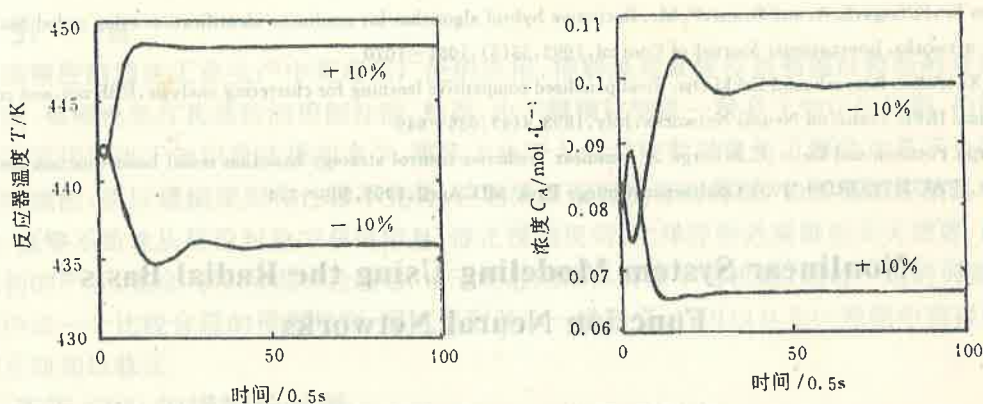
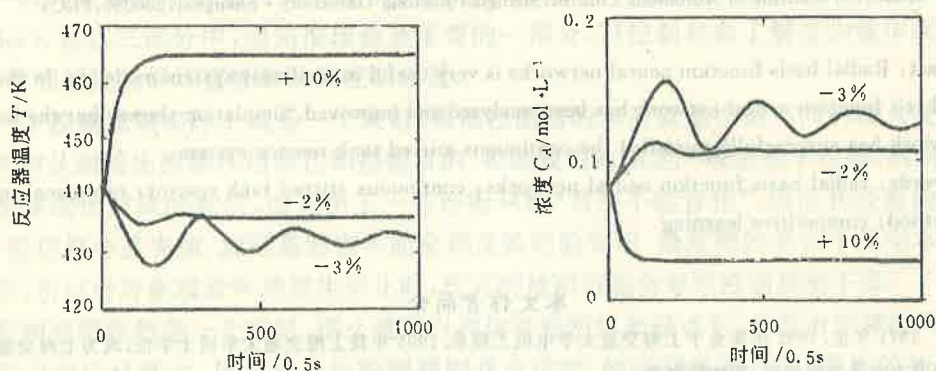
图 5(c) 未改进的 RBF 网络输出曲线

图 6(a) RBF 网络在输入 q_c 阶跃下的响应曲线图 6(b) RBF 网络在输入 q 阶跃下的响应曲线图 6(c) RBF 网络在输入 T_c 阶跃下的响应曲线

不好就将校正的网络参数作为 RBF 工作时的参数,这是第二种方法。一般来说如果 CSTR 系统在学习区域外工作一段时间后又回复到了学习区域中来,采用第一种方法是完全可以的。如果 CSTR 系统不再回复到原来的工作区域,则采用第二种方法较好。第二种方法实际上是递推 Givens 变换的迭代过程,它的收敛性完全可以保证。

6 结束语

RBF 网络作为一种性能较好的前向网络,对非线性系统的建模具有较好的效果。但是 RBF 网络本身还存在许多问题,虽然目前 RBF 网络学习有不少算法,但是这些算法主要针对

图 7(a) CSTR 系统在输入 q 阶跃下的响应曲线图 7(b) CSTR 系统在输入 q 阶跃下的响应曲线图 7(c) CSTR 系统在输入 T_c 阶跃下的响应曲线

网络线性部分这一层提出的. 在解决非线性问题时, 如果完全从线性层出发提出学习算法往往达不到很好的效果, 例如学习之后网络的综合能力 (generalization) 变差. 因此如果进一步提高网络逼近非线性系统的特性, 必须从网络非线性层着手.

前面作者提出的两种改进方案都是针对非线性层着手的. 特别是第二种方案, 在很大程度上改进了网络性能, 但是这种方法还缺乏一个标准或方法来自适应的从径向基函数族中寻找一类合适的函数.

用神经网络对非线性系统建模研究是非常有意义的. 工业上的系统一般是非线性较为严重的过程, 而且机理模型难以得到, 利用神经网络可以避免这个问题, 因为神经网络将被

学习系统当作一个“黑箱”处理. 当系统模型建立之后, 不但控制易于解决, 而且网络模型可以作为一个性能良好的软测量工具, 因此用 RBF 神经网络对非线性系统建模是具有实用价值的.

参 考 文 献

- 1 Kung, S. Y. . Digital neural networks. PTR Prentice-Hall Inc. , 1993
- 2 Tyler Holcomb and Manfred Morari. Local training for radial basis function networks: towards solving the hidden unit problem. American Control Conference, 1993, 2331—2235
- 3 Moody and Darken, C. . Fast learning in networks of locally-tuned processing units. Neural Computation, 1989, 1: 281—294
- 4 Chen, S. , Cowan, C. F. N. and Grant, P. M. . Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks. IEEE Transactions on Neural Networks, March, 1991, 2(2): 302—309
- 5 Chen S. , Billings, S. A. and Grant, P. M. . Recursive hybrid algorithm for nonlinear identification using radial basis function networks. International Journal of Control, 1992, 55(5): 1051—1070
- 6 Lei Xu, Adam Krzyzak, and Erkki Oja. Rival penalized competitive learning for clustering analysis. RBF net, and curve detection. IEEE Trans. on Neural Networks, July, 1993, 4(4): 636—649
- 7 Martin Pottman and DaLe, E. Seborg. A nonlinear predictive control strategy based on radial basis function networks. Proc. IFAC DYCORN+ '1992 Conference, College Park, MD, April, 1992, 309—314

Nonlinear System Modeling Using the Radial Basis Function Neural Networks

WANG Xudong and SHAO Huihe

(Research Institute of Automatic Control, Shanghai Jiaotong University • Shanghai, 200030, PRC)

Abstract: Radial basis function neural networks is very useful in nonlinear system modeling. In this paper the radial basis function neural network has been analyzed and improved. Simulation shows that the improved neural network has successfully modelled the continuous stirred tank reactor system.

Key words: radial basis function neural networks; continuous stirred tank reactor; orthogonal optimum seeking method; competitive learning

本文作者简介

王旭东 1971 年生. 1992 年毕业于上海交通大学电机工程系, 1995 年获上海交通大学硕士学位, 现为上海交通大学博士生. 主要研究方向是过程控制, 智能控制等.

邵惠鹤 1936 年生. 现为上海交通大学自动化系教授, 博士生导师. 上海交通大学自动化研究所副所长. 主要研究方向是过程控制, 生化控制, 智能控制, 管控一体化等.