MIMO 非线性系统的直接自适应控制*

秦 滨　韩志刚

（黑龙江大学应用数学研究所·哈尔滨，150080）

摘要：本文给出模型未知多输入多输出非线性系统的一种动态线性逼近方法. 提出了基于该线性化方法的自适应控制律. 讨论了在一定假设条件下自适应控制律的收敛性.

关键词：MIMO 非线性系统；自适应控制；动态线性化；收敛性

1 引 言

非线性系统基于动态线性逼近模型的自适应控制，在解决模型未知、时变、强非线性系统的控制问题中，具有很强的适用性. 文[1]给出基于一阶泰勒展开的非线性系统的自适应控制方法；文[2,3]给出基于欧拉逼近的非线性系统的自适应控制方法；文[4,5]给出非线性系统的无模型控制方法. 文[6]中指出：如果省略高次项，非线性系统可以看做时变的线性系统. 文[1,2]都是基于这一思想设计自适应控制律的. 但相应的控制系统存在着因省略高次项而带来的未建模动态的问题. 文[4,5]的无模型控制方法在一定的范围内解决了该问题. 但它要求较强的假设条件，并且仅能解决 SISO 和 MISO 系统的控制问题. 本文则在较弱的条件下给出 MIMO 非线性系统动态线性化模型及相应的控制律.

2 非线性系统的动态线性化

考虑如下的非线性系统

$$y(k+1) = f(Y_k^{k-p}, U_{k-1}^{k-q}, u(k)) + e(k+1). \tag{1}$$

其中 $f(\cdot)$ 是未知的非线性函数.

$$Y_k^{k-p} = [y(k), y(k-1), \cdots, y(k-p)],$$
$$U_{k-1}^{k-q} = [u(k-1), u(k-2), \cdots, u(k-q)].$$

且 $y(k) \in \mathbb{R}^n, u(k) \in \mathbb{R}^m, m \geq n$，系统是时滞为 1 的纯时滞过程.

假设 1　系统(1)满足下面的渐近稳定条件：

当 $u(k) = u$ 时，$\mathrm{E}\{y(k+1)\} = \mathrm{E}\{y(k)\}$.

假设 2　系统(1)满足下面的基本能控条件：

当 $u(k) \neq u(k-1)$ 时，$\mathrm{E}\{y(k+1)\} \neq \mathrm{E}\{y(k)\}$.

定理 1　对于系统(1)，如果满足假设 1,2，则存在 $\phi(k+1)$ 使得

$$\mathrm{E}\{y(k+1) - y(k)\} = \phi(k+1)[u(k) - u(k-1)]. \tag{2}$$

其中

$$\phi(k+1) \in \mathbb{R}^{n \times m}.$$

证　由假设 1，当 $u(k) = u(k-1)$ 时有，$\mathrm{E}\{y(k+1)\} = \mathrm{E}\{y(k)\}$. 那么 $\phi(k+1)$ 取任意值时，(2) 式都成立.

当 $u(k) \neq u(k-1)$ 时，由假设 2 知，存在 $\phi(k+1)$，

$$\phi(k+1) = \begin{bmatrix} \phi_1^{\mathrm{T}}(k+1) \\ \vdots \\ \phi_n^{\mathrm{T}}(k+1) \end{bmatrix}. \tag{3}$$

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于 1995 年 4 月 13 日收到. 1996 年 3 月 8 日收到修改稿.

其中

$$\phi_i(k+1) = \frac{u(k)-u(k-1)}{\|u(k)-u(k-1)\|^2}\{y_i(k+1)-y_i(k)\},\quad i=1,\cdots,n.$$

使得(2)式成立.显然,将(3)式代入(2)式可得恒等式

$$\mathrm{E}\{y(k+1)-y(k)\} = \mathrm{E}\{y(k+1)-y(k)\}.$$

因此 $\psi(k+1)$ 存在. 证毕.

假设1是指系统在均值意义下是输入输出可微的,这一条件也是泰勒展开所必须的[1,2].假设2是能控的必要条件.即当控制量发生变化时,系统的输出也必须发生相应的变化(假设系统的时滞是1).因此,定理1具有普遍的意义.

3 非线性系统的控制律

对于系统(1),如果假设1,2成立,那么存在 $\psi(k+1)$ 使得(2)式成立.为了书写方便,下面直接将其写成

$$y(k+1)-y(k) = \psi(k+1)(u(k)-u(k-1)). \tag{4}$$

假设3 (4)式中的 $\psi(k+1)$ 是行满秩的,即 $r(\psi(k+1))=n$.

显然这一假设是一般性的.因为如果 $\psi(k+1)$ 不满足这一假设,那么可以经过非奇异坐标变换得到一个与原系统等价的系统,并使其满足假设3.

定理2 对于系统(1),如果假设1,2,3成立,那么下面的控制律极小化性能指标 J_1,J_2:

$$u(k) = u(k-1) + \psi^\tau(k+1)[\psi(k+1)\psi^\tau(k+1)]^{-1}\{y^*(k+1)-y(k)\}, \tag{5}$$

$$J_1 = \frac{1}{2}\|y^*(k+1)-y(k+1)\|^2, \tag{6}$$

$$J_2 = \|u(k)-u(k-1)\|^2. \tag{7}$$

其中 $y^*(k+1)$ 是系统 $k+1$ 时刻的期望输出.

证 将(4)式代入(6)式得

$$\left\{\begin{aligned} J_1 &= \frac{1}{2}[y^*(k+1)-y(k)-\psi(k+1)(u(k)-u(k-1))]^\tau \\ &\quad\cdot[y^*(k+1)-y(k)-\psi(k+1)(u(k)-u(k-1))], \\ \frac{\partial J_1}{\partial u(k)} &= -\psi^\tau(k+1)(y^*(k+1)-y(k)-\psi(k+1)(u(k)-u(k-1))), \\ \frac{\partial^2 J_1}{\partial u(k)^2} &= -\psi^\tau(k+1)\psi(k+1). \end{aligned}\right. \tag{8}$$

显然, $\frac{\partial J_1}{\partial u(k)^2}$ 是对称的且 $\left|\frac{\partial^2 J_1}{\partial u(k)^2}\right| = 0$.因此 $\frac{\partial J_1}{\partial u(k)} = 0$ 是一个多解的方程.为此可求使 J_2 最小的 $u(k)$.应用拉格朗日乘子法,定义

$$J_2{}' = \frac{1}{2}\|u(k)-u(k-1)\|^2 + \lambda^\tau(y^*(k+1)-y(k)-\psi(k+1)(u(k)-u(k-1))).$$

令

$$\frac{\partial J_2{}'}{\partial u(k)} = 0,\quad \frac{\partial J_2{}'}{\partial \lambda} = 0,$$

则有

$$u(k)-u(k-1) = \psi^\tau(k+1)\lambda, \tag{9}$$

$$y^*(k+1)-y(k)-\psi(k+1)(u(k)-u(k-1)) = 0. \tag{10}$$

将(9)代入(10),再由假设3知 $[\psi(k+1)\psi^\tau(k+1)]^{-1}$,则有

$$\lambda = [\psi(k+1)\psi^\tau(k+1)]^{-1}[y^*(k+1)-y(k)].$$

将上式代入(9)式即得定理的结论. 证毕.

4 自适应控制律及其收敛性

由定理 2 及假设 3 知, $\psi(k+1)$ 是未知时变的矩阵. 因此可以采用带遗忘因子的最小二乘法估计. 如果其估值用 $\hat{\psi}(k+1)$ 表示,则可得到如下的自适应控制律.

$$u(k) = u(k-1) + \hat{\psi}^{\tau}(k+1)[\hat{\psi}(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)]^{-1}\{y^{*}(k+1) - y(k)\}. \quad (11)$$

为了分析该控制律的收敛性,给出如下的假设:

假设 4 $\psi(k+1)$ 的估值 $\hat{\psi}(k+1)$ 满足

$$\psi(k+1) = (I - A^{k+1})\hat{\psi}(k+1).$$

其中 A^{k+1} 是一个矩阵序列, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ 且 A 的谱半径满足

$$\rho(A) < 1.$$

定理 3 如果自适应控制律(11)满足假设 4,则

$$\lim_{k\to\infty} \| y(k+1) - y^{*}(k+1) \| = 0.$$

证 由(1)式和(11)式得

$$\begin{aligned} & y^{*}(k+1) - y(k+1) \\ &= y^{*}(k+1) - y(k) - \psi(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)[\hat{\psi}(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)]^{-1}[y^{*}(k+1) - y(k)] \\ &= \{I - \psi(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)[\hat{\psi}(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)]^{-1}\}[y^{*}(k+1) - y(k)]. \end{aligned}$$

再由假设 4 得

$$\begin{aligned} & y^{*}(k+1) - y(k+1) \\ &= \{[I - (I - A^{k+1})\hat{\psi}(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)[\hat{\psi}(k+1)\hat{\psi}^{\tau}(k+1)]^{-1}\}[y^{*}(k+1) - y(k)] \\ &= [I - (I - A^{k+1})][y^{*}(k+1) - y(k)]. \end{aligned}$$

两边取范数则有

$$\| y^{*}(k+1) - y(k+1) \| \leqslant \| A^{k+1} \| \, \| y^{*}(k+1) - y(k) \|.$$

又因为

$$\rho(A) < 1,$$

那么

$$\lim_{k\to\infty} \| y(k+1) - y^{*}(k+1) \| = 0.$$

证毕.

参考文献

1 Wen, C. Y. and David J. H.. Adaptive linear control of nonlinear systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1990, AC-35 (11): 1253—1257

2 Penfold, H. B., Mareels, I. and Evans, R.. A nonlinear adaptive control algorithm basing on euler approximations. IEEE Proceedings of the 29th conf. on Deci. and Contr., Honolulu, Hawaii, December, 1990

3 Mareels, I., Penfold, H. B. and Evens, R. J.. Controlling nonlinear time-varying systems via euler approximations. Automatica, 1992, 28(1): 681—696

4 韩志刚. 非线性自适应控制系统设计的一种方法. 控制与决策, 1990, 15(6): 39—45

5 韩志刚. 同参数估计对偶的自适应控制算法. 控制理论与应用, 1992, 19(4): 374—379

6 Baskar, J. and Bradley, R. H.. An optimization approach to robust nonlinear control design. Int. J. Control, 1994, 59(3): 639—664

Direct Adaptive Control MIMO Nonlinear Systems

QIN Bin and HAN Zhigang

(Institute of applied mathemetics, Heilongjiang University · Harbin, 150080, PRC)

Abstract: A new dynamic approximate linearization method is presented for MIMO nonlinear systems with unknown model. Basing on this method, an adaptive control law is put forward. The convergence is analysed under some hypotheses.

Key words: MIMO nonlinear systems; adaptive control; dynamic linearization; convergence

本文作者简介

秦 滨 1966年生. 分别于1988年, 1991年获计算机应用专业学士、控制理论应用专业硕士学位. 1996年获东北大学自动控制系博士学位. 主要研究方向: 非线性系统的辨识, 自适应控制与鲁棒控制.

韩志刚 1934年生. 黑龙江大学教授, 东北大学兼职教授, 博士生导师. 主要研究方向: 非线性系统辨识及自适应控制, 多层递阶方法及无模型控制.

"何潘清漪优秀论文奖"征文启事

"何潘清漪优秀论文奖"征文1997年继续由本刊办理, 请应征作者注意:

1. 文章必须是用中文正式发表过的. 因此, 寄来的文章应是该文在所发表的刊物的抽印页或复印页.
2. 文章需一式五份.
3. 请在应征稿的首页左上方注明"何潘清漪优秀论文奖征文"字样.

《控制理论与应用》编辑部

美国哈佛大学教授何毓琦(Y. C. Ho)先生为了庆贺其母亲何潘清漪老太太九十岁生日特设此奖, 借以纪念她的母爱, 以及她为了支持何先生的事业所付出的辛劳.

授奖对象:

离散事件动态系统(DEDS)方面优秀中文论文的作者.

目 的:

选拔、奖励、促进和宣扬中国在DEDS领域内得到国际承认的重大成果.

条例与机构:

1. 由何毓琦先生提供的何潘清漪奖金总额为5000美元, 每次授奖金额1000美元, 连续颁发5次(每两次之间间隔至少为一年). 5次之后, 有可能追加基金继续颁发.
2. 世界各地用中文发表的关于DEDS方面的论文都有资格申请奖金.
3. 论文由国际专家小组甄别和最终评定.

   专家小组成员: 曹希仁、陈翰馥、李伯天、谈自忠(组长)、饶大维、郑应平.
4. 如果某年度无合适的论文, 该奖可以不颁发, 但至少会颁发5次.
5. 1997年截稿日期为1997年12月31日, 授奖时间为1998年5月, 申请者可将论文寄到《控制理论与应用》编辑部(地址: 广州市 五山 华南理工大学 邮政编码: 510641).
6. 鼓励获奖者将其论文译成英文, 为其发表提供帮助, 借此促进在DEDS领域内工作的中国研究人员的国际合作.