第 14 卷第 4 期
1997 年 8 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 4
Aug., 1997

不确定非线性相似组合大系统的结构相似鲁棒控制器设计*

严星刚　张嗣瀛
(东北大学自动控制系·沈阳,110006)

摘要:本文研究了匹配结构不确定非线性相似组合大系统,给出了其可用结构相似非光滑控制器进行镇定的鲁棒控制器设计方案及镇定域的估计方法.这种控制器由线性和非线性部分组成,其中的非线性部分类似于"砰砰"控制结构,容易实现.研究表明,相似结构能够简化非线性组合大系统的分析与设计.

关键词:相似组合大系统;鲁棒控制;非光滑控制器;渐近稳定性

1 引　　言

对于一般非线性组合大系统,其控制问题的研究是非常困难的.通常可以利用系统自身的结构属性,对一些具有特定结构的组合大系统的有关问题进行研究,如级联系统[1],对称系统[2]就是一些具有特定结构的系统.相似结构也是系统的一种重要结构,它是许多自然发展而形成的复杂系统的特征之一,也广泛存在人们所设计的系统中[3].由于相似系统具有相似结构,因而它具有许多优良的性能.本文指出,对于一类结构不确定非线性相似组合大系统,存在一种易于实现且便于设计的结构相似控制器使得该系统鲁棒镇定.从而克服了非线性组合大系统研究中由于其高维性而导致的计算量大,设计困难,以及由于非线性所导致的分析复杂,难于实现等缺点.

2 相似组合系统描述

首先,引入一些记号:$V_n^\omega(\Omega)$ 表示定义在 Ω 上的 n 维光滑向量场;如果 $P^{\mathrm{T}}P = Q$,则记 $P = Q^{\frac{1}{2}}$; $\mathrm{diag}\{A_1, A_2, \cdots, A_m\}$ 表示依次由 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 为主对角元的块对角阵;$\lambda_M(A)$ 表示矩阵 A 的最大奇异值;$\|\cdot\|$ 系指 Euclid 范数及其诱导范数.

考虑如下的结构不确定非线性组合大系统

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i(u_i + H_i(x) + \Delta H_i(x)) + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N} \Phi_{ij}(x_j), \quad i = 1,2,\cdots,N. \tag{1}$$

其中 $x_i \in \mathbb{R}^n$,$u_i \in \mathbb{R}^m$ 分别是第 i 个子系统的状态和输入,A_i,B_i 分别是 n 阶和 $n\times m$ 阶常值阵,$H_i(x) \in V_m^\omega(\Omega)$,$\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{N}\Phi_{ij}(x_j) \in V_n^\omega(\Omega)$ 和 $\Delta H_i(x)$ 分别是匹配互联项,非匹配互联项和结构不确定的匹配互联项(Ω_i 是 $x_i = 0$ 的某邻域,$\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \cdots \times \Omega_N$ 是 $x = 0$ 的邻域,$x = \mathrm{col}(x_1, x_2, \cdots, x_N)$).不失一般性,假设 $H_i(0) = \Phi_{ij}(0) = 0$ $(i \neq j, i, j = 1,2,\cdots,N)$.

定义 2.1　如果存在 $m\times n$ 阶矩阵 F_i 及 n 阶非奇异阵 T_i 使

---

* 国家自然科学基金、国家教委博士点基金资助项目.
本文于 1995 年 11 月 13 日收到. 1996 年 7 月 11 日收到修改稿.

$$T_1^{-1}(A_1+B_1F_1)T_1 = T_2^{-1}(A_2+B_2F_2)T_2 = \cdots = T_N^{-1}(A_N+B_NF_N)T_N, \tag{2}$$
$$T_1^{-1}B_1 = T_2^{-1}B_2 = \cdots = T_N^{-1}B_N.$$

则称系统(1)为相似组合大系统，并称(T_i,F_i)为第i个子系统的相似参量.

注 2.1 之所以称满足条件(2)的系统(1)为相似组合大系统，是因为在条件(2)下，系统(1)实质上是由一些反馈后可代数等价的子系统互联而成的. 这类系统是[2][4][5]所研究系统的更进一步推广，它有着极其广泛的实际背景[3].

引理 2.1 如果非线性组合大系统(1)中$(A_i,B_i)(i=1,2,\cdots,N)$都是能控对，则系统(1)是相似组合大系统.

证 无妨设$m=1$，由$(A_i,B_i)(i=1,2,\cdots,N)$可控知，存在非奇异变换
$$x_i = T_iz_i,\quad i=1,2,\cdots,N \tag{3}$$
使得在坐标$z=\mathrm{col}(z_1,z_2,\cdots,z_N)$下，系统(1)的孤立子系统具有如下的能控标准型结构
$$\dot z_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -a_1^i & \cdots & -a_2^i & -a_n^i \end{bmatrix} z_i + \begin{bmatrix} 0\\ \vdots \\ 0 \\ 1\end{bmatrix} u_i,\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{4}$$

构造控制器
$$u_i = F_iT_i^{-1}x_i + v_i,\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{5}$$

其中$F_i=(a_1^i,a_2^i,\cdots,a_n^i)$，则在$z$坐标下(5)与(1)的孤立子系统构成的闭环系统为
$$\dot z_i = Az_i + Bv_i,\quad i=1,2,\cdots,N.$$

其中
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & & \ddots & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 \end{bmatrix}_{n\times n},\quad B = \begin{bmatrix} 0\\ \vdots \\ 0 \\ 1\end{bmatrix}_{n\times 1}. \tag{6}$$

于是有
$$T_i^{-1}(A_i+B_iF_iT_i^{-1})T_i = A,\quad T_i^{-1}B_i = B,\quad i=1,2,\cdots,N,$$

所以，系统(1)是相似组合大系统，且其相似参量为$(T_i,F_iT_i^{-1})(i=1,2,\cdots,N)$. 证毕.

3 系统的状态输出解耦

考虑一般线性系统
$$\dot x = Ax + Bu. \tag{7}$$

其中$x\in\mathbb{R}^n$，$u\in\mathbb{R}^m$分别是系统的状态和输入，A和B分别是n阶，$n\times m$阶常值阵.

定义 3.1 如果存在非奇异变换$x=Tz$及状态反馈$u=Lx+v$，使之与系统(7)构成的闭环系统在z坐标下具有如下的结构
$$\dot z = \mathrm{diag}\{\hat A_1,\hat A_2,\cdots,\hat A_m\}z + \mathrm{diag}\{\hat B_1,\hat B_2,\cdots,\hat B_m\}v.$$

其中$\hat A_l$是s_l阶矩阵，$\hat B_l$是$s_l\times 1$阶矩阵$(l=1,2,\cdots,m)$，$\sum_{l=1}^m s_l = n$，则称系统(7)可输入状态解耦，并称(T,L)为输入状态解耦对，$(s_1,s_2,\cdots,s_m)$为输入状态解耦块指数，简称为块指数(Block Index)，记为BI.

注 3.1 当$L=0$时，定义3.1类似于[6]所述的非线性系统无反馈状态解耦线性化概念，此时，由[6]可判断系统的输入状态解耦性，并可用[6]的方法求出非奇异变换T.

引理 3.1　设系统(7)能控，且可输入状态解耦，其BI为$(s_1,s_2,\cdots,s_m)$，则存在输入状态解耦对(D,E)使得

$$D^{-1}(A+BE)D=\mathrm{diag}\{\hat{A}_1,\hat{A}_2,\cdots,\hat{A}_m\},\quad D^{-1}B=\mathrm{diag}\{\hat{B}_1,\hat{B}_2,\cdots,\hat{B}_m\}.$$

其中$(\hat{A}_l,\hat{B}_l)(l=1,2,\cdots,m)$是与式(6)中的$(A,B)$结构相同的矩阵.

证　设系统(7)的输入状态解耦对为(D_1,E_1)，其BI为$(s_1,s_2,\cdots,s_m)$，则

$$D_1^{-1}(A+BE_1)D_1=\mathrm{diag}\{\overline{A}_1,\overline{A}_2,\cdots,\overline{A}_m\},\quad D_1^{-1}B=\mathrm{diag}\{\overline{B}_1,\overline{B}_2,\cdots,\overline{B}_m\}.$$

由于非奇异线性变换及状态反馈不影响系统的能控性，所以(A,B)能控等价于$(\overline{A}_l,\overline{B}_l)$皆能控. 由引理2.1知，存在$(D_{2l},E_{2l})$使

$$D_{2l}^{-1}(\overline{A}_l+\overline{B}_lE_{2l})D_{2l}=\hat{A}_l,\quad D_{2l}^{-1}\overline{B}_l=\hat{B}_l,$$

令　$$D=D_1\mathrm{diag}\{D_{21},D_{22},\cdots,D_{2m}\},\ E=E_1+\mathrm{diag}\{E_{21},E_{22},\cdots,E_{2m}\}D^{-1},$$

则　$$D^{-1}(A+BE)D=\mathrm{diag}\{\hat{A}_1,\hat{A}_2,\cdots,\hat{A}_m\},\quad D^{-1}B=\mathrm{diag}\{\hat{B}_1,\hat{B}_2,\cdots,\hat{B}_m\}.$$

所以，引理结论成立.　　证毕.

4　结构相似鲁棒控制器设计

考虑组合大系统(1). 假设(A_i,B_i)都是能控对，且$m=1$，则由引理2.1的证明知，存在相似参量$(T_i,F_iT_i^{-1})$使得

$$T_i^{-1}(A_i+B_iF_iT_i^{-1})T_i=A,\quad T_i^{-1}B_i=B,\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{8}$$

其中(A,B)同式(6). 由(A,B)能控知，存在矩阵K，使得$A+BK$是Hurwitz稳定阵，所以对任一正定阵Q，下述Lyapunov方程

$$(A+BK)^{\mathrm{T}}P+P(A+BK)=-Q \tag{9}$$

有唯一正定解矩阵P. 再考察系统(1)的非匹配互联项，由$\Phi_{ij}(x_j)\in V_n^{\omega}(\Omega_j)$及$\Phi_{ij}(0)=0$知道[7]，存在$\Omega_j$上的光滑函数矩阵$R_{ij}(x_j)$，使得

$$\Phi_{ij}(x_j)=R_{ij}(x_j)x_j,\quad i,j=1,2,\cdots,N,\quad i\neq j. \tag{10}$$

由于矩阵乘法不满足消取律，所以，满足(10)的$R_{ij}(x_j)$一般是不唯一的. 它可通过观察法求得，也可用[8]的方法或其它方法求出.

定理 4.1　设非线性组合大系统(1)满足如下条件：

i) $m=1$；

ii) 所有孤立子系统皆可控；

iii)　$\|\Delta H_i(x)\|\leqslant\rho_i(x),\quad i=1,2,\cdots,N.$

如果矩阵$W^{\mathrm{T}}(x)+W(x)$　$(W(x)=(\omega_{ij}(x_j))_{N\times N})$是区域$\Omega$上的正定阵，其中

$$\omega_{ij}(x_j)=\begin{cases}1, & i=j;\\ -2\lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}R_{ij}(x_j)T_jQ^{\frac{1}{2}}), & i\neq j.\end{cases}$$

这里Q,P由(9)确定，$R_{ij}(x_j)$由(10)确定，则系统(1)在区域Ω上可鲁棒镇定.

证　考虑系统(1). 由条件i) ii)知(8)和(9)成立. 设计控制器

$$u_i=(F_iT_i^{-1}+KT_i^{-1})x_i+u_i^a(x)+u_i^b(x),\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{11}$$

其中$F_i,T_i(i=1,2,\cdots,N)$满足(8)可根据引理2.1的证明利用线性系统理论求出，使得$A+BK$为Hurwitz稳定阵的K可根据实际问题的需要来设置，

$$u_i^a(x)=\begin{cases}-\lambda(x), & (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm{T}}PB\geqslant 0,\\ \lambda(x), & (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm{T}}PB<0,\end{cases}\qquad u_i^b(x)=\begin{cases}-\rho(x), & (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm{T}}PB\geqslant 0,\\ \rho(x), & (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm{T}}PB<0.\end{cases} \tag{12}$$

这里$B=(0,\cdots,0,1)^{\mathrm{T}}$，$P$由(9)确定，

$$\lambda(x)=\max_i\{H_i(x)\},\quad \rho(x)=\max_i\{\rho_i(x)\},\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{13}$$

考察(11)与系统(1)构成的闭环系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_i=&(A_i+B_iF_iT_i^{-1}+B_iKT_i^{-1})x_i+B_i(u_i^a(x)+u_i^b(x)+H_i(x)+\Delta H_i(x))\\&+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^N\Phi_{ij}(x_j),\ i=1,2,\cdots,N.\end{aligned} \tag{14}$$

对系统(14),构造正定函数

$$V(x_1,x_2,\cdots,x_N)=\sum_{i=1}^N x_i^{\mathrm T}[(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}]x_i.$$

结合(8),(9),(10)得 $V(x_1,x_2,\cdots x_N)$ 沿着系统(14)的状态轨线的导数为

$$\begin{aligned}&\dot V(x_1,x_2,\cdots,x_N)|_{(14)}\\
=&\sum_{i=1}^N\{x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}[(T_i^{-1}(A_i+B_iF_iT_i^{-1})T_i+T_i^{-1}B_iK)^{\mathrm T}P+P(T_i^{-1}(A_i+B_iF_iT_i^{-1})T_i\\
&+T_i^{-1}B_iK]T_i^{-1}x_i+2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}\Big[B_i(u_i^a(x)+u_i^b(x)+H_i(x)+\Delta H_i(x))\\
&+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^N\Phi_{ij}(x_j)\Big]\Big\}\\
=&-\sum_{i=1}^N x_i^{\mathrm T}((T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1})x_i+2\sum_{i=1}^N x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}B_i(u_i^a(x)+u_i^b(x)+H_i(x)+\Delta H_i(x))\\
&+2\sum_{i=1}^N x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^N R_{ij}(x_j)x_j\\
=&-\sum_{i=1}^N(x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1}x_i-2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^N R_{ij}(x_j)x_j)\\
&+2\sum_{i=1}^N x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}B_i(u_i^a(x)+H_i(x))+2\sum_{i=1}^N x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}B_i(u_i^b(x)+\Delta H_i(x)).\end{aligned} \tag{15}$$

由(12)中定义的 $u_i^a(x)$ 及 $u_i^b(x)$ 的结构形式可得

$$\begin{aligned}&x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}B_i(u_i^a(x)+H_i(x))\\
&=x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PB(u_i^a(x)+H_i(x))\\
&\leqslant\begin{cases}(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}PB(u_i^a(x)+\lambda(x)), & (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}PB\geqslant 0,\\ (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}PB(u_i^a(x)-\lambda(x)), & (T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}PB<0\end{cases}\\
&\leqslant 0.\quad i=1,2,\cdots,N.\end{aligned} \tag{16}$$

同理可得:

$$x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}B_i(u_i^b(x)+\Delta H_i(x))\leqslant 0,\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{17}$$

结合(15),(16)和(17)即得:

$$\begin{aligned}&\dot V(x_1,x_2,\cdots x_N)|_{(14)}\\
&\leqslant-\sum_{i=1}^N(x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1}x_i-2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^N R_{ij}(x_j)x_j)\\
&=-\sum_{i=1}^N(x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}(Q^{\frac12})^{\mathrm T}Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i\end{aligned}$$

$$- 2x_i^{\mathrm{T}}(T_i^{-1})^{\mathrm{T}}(Q^{\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}(Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}R_{ij}(x_j)T_jQ^{-\frac{1}{2}}Q^{\frac{1}{2}}T_j^{-1}x_j)$$

$$\leqslant -\sum_{i=1}^{N}(\|Q^{\frac{1}{2}}T_i^{-1}x_i\|^2 - 2\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}R_{ij}(x_j)T_jQ^{\frac{1}{2}})\|Q^{\frac{1}{2}}T_i^{-1}x_i\|\ \|Q^{\frac{1}{2}}T_j^{-1}x_j\|)$$

$$= -\frac{1}{2}Y^{\mathrm{T}}(W^{\mathrm{T}}(x) + W(x))Y.$$

其中 $Y = (\|Q^{\frac{1}{2}}T_1^{-1}x_1\|, \|Q^{\frac{1}{2}}T_2^{-1}x_2\|, \cdots, \|Q^{\frac{1}{2}}T_N^{-1}x_N\|)^{\mathrm{T}}$. 由 $W^{\mathrm{T}}(x) + W(x)$ 在区域 Ω 上的正定性及 $T_i(i = 1,2,\cdots,N)$ 的非奇异性得, $V|_{(14)}$ 是区域 Ω 上的负定函数, 所以系统(14) 在区域 Ω 上关于 $x = 0$ 渐近稳定.

综上所述, 非线性组合大系统(1) 可用控制器(11) 鲁棒镇定.　　证毕.

注 4.1　考察鲁棒控制器(11) 的结构, 它由三部分组成, 其中第一部分是由相似参量确定的线性控制器, 第二部分和第三部分是分别用来抑制匹配确定互联项和匹配不确定互联项的效应而引入的非线性控制器. 注意到非线性控制器的结构类似于"砰砰" 控制结构, 所以工程上比较容易实现.

注 4.2　由控制器(11) 的结构形式容易看出, (11) 中的 N 个控制器均有相似的结构, 其差异仅在于参量 T_i, F_i 的不同, 称控制器(11) 为结构相似控制器.

下面考虑非线性组合大系统(1) 的孤立子系统为多输入的情形. 假定系统(1) 的孤立子系统能控, 且可输入状态解耦, 其 BI 为 $(s_1, s_2, \cdots, s_N)$, 则由引理 3.1 知存在输入状态解耦对 (T_i, F_i) 使得

$$T_i^{-1}(A_i + B_iF_i)T_i = \mathrm{diag}\{\hat{A}_1, \hat{A}_2, \cdots, \hat{A}_m\},\quad T_i^{-1}B_i = \mathrm{diag}\{\hat{B}_1, \hat{B}_2, \cdots, \hat{B}_m\}, \tag{18}$$

所以, 系统(1) 是相似组合大系统, 且 (T_i, F_i) 是其相似参量. 由 $(\hat{A}_l, \hat{B}_l)$ 的能控性知, 存在 K_l 使 $\hat{A}_l + \hat{B}_lK_l$ 为 Hurwitz 稳定阵, 故对任一正定阵 Q_l, 下述 Lyapunov 方程

$$(\hat{A}_l + \hat{B}_lK_l)^{\mathrm{T}}P_l + P_l(\hat{A}_l + \hat{B}_lK_l) = -Q_l,\quad l = 1,2,\cdots,m \tag{19}$$

有唯一正定解矩阵 P_l, 记

$$P = \mathrm{diag}\{P_1, P_2, \cdots, P_m\},\quad Q = \mathrm{diag}\{Q_1, Q_2, \cdots, Q_m\},\quad K = \mathrm{diag}\{K_1, K_2, \cdots, K_m\}. \tag{20}$$

定理 4.2　设非线性组合大系统(1) 满足如下条件

i) 所有孤立子系统皆可控, 且可输入状态解耦, 其 BI 为 $(s_1, s_2, \cdots, s_N)$;

ii) $\|\Delta H_{il}(x)\| \leqslant \gamma_{il}(x)(x \in \Omega, l = 1,2,\cdots,m)$, 其中 $\Delta H_{il}(x)$ 是 $\Delta H_i(x)$ 按 BI 分块后的第 l 块;

iii) 矩阵 $W^{\mathrm{T}}(x) + W(x)$, $(W(x) = (\omega_{ij}(x_j))_{N\times N}$ 是区域 Ω 上的正定函数阵,

$$\omega_{ij}(x) = \begin{cases} 1, & i = j, \\ -2\lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}}PT_i^{-1}R_{ij}T_jQ^{-\frac{1}{2}}), & i \neq j. \end{cases}$$

其中 Q, P 是由(20) 确定的块对角阵, $R_{ij}(x_j)$ 由(10) 确定.

则系统(1) 在区域 Ω 上可鲁棒镇定.

证　将 $H_i(x)$ 及 $T_i^{-1}x_i$ 按BI 分块得:

$$H_i(x) = \begin{bmatrix} H_{i1}(x) \\ H_{i2}(x) \\ \vdots \\ H_{im}(x) \end{bmatrix},\quad T_i^{-1}x_i = \begin{bmatrix} \hat{x}_{i1} \\ \hat{x}_{i2} \\ \vdots \\ \hat{x}_{im} \end{bmatrix},\quad i = 1,2,\cdots,N.$$

记

$$\lambda_l(x)=\max_i\{H_{il}(x)\},\quad \rho_l(x)=\max_i\{\gamma_{il}(x)\},\quad i=1,2,\cdots,N,\quad l=1,2,\cdots,m. \tag{21}$$

构造控制器

$$u_i=(F_i+K)T_i^{-1}x_i+u_i^a(x)+u_i^b(x),\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{22}$$

其中

$$u_i^a(x)=\begin{bmatrix}u_{i1}^a(x)\\u_{i2}^a(x)\\\vdots\\u_{im}^a(x)\end{bmatrix},\quad u_{il}^a(x)=\begin{cases}\lambda_l(x), & \hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{B}_l\geqslant 0,\\-\lambda_l(x), & \hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{B}_l<0,\end{cases} \tag{23}$$

$$u_i^b(x)=\begin{bmatrix}u_{i1}^b(x)\\u_{i2}^b(x)\\\vdots\\u_{im}^b(x)\end{bmatrix},\quad u_{il}^b(x)=\begin{cases}\rho_l(x), & \hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{B}_l\geqslant 0,\\-\rho_l(x), & \hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{B}_l<0.\end{cases}$$

这里 $\hat{B}_l$ 由(18)确定，$P_l(l=1,2,\cdots,m)$ 由(19)确定，则(22)与系统(1)构成的闭环系统为：

$$\dot{x}_i=(A_i+B_i(F_i+K)T_i^{-1})x_i+B_i(u_i^a(x)+u_i^b(x)+H_i(x)+\Delta H_i(x))$$
$$+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\Phi_{ij}(x_j),\quad i=1,2,\cdots,N. \tag{24}$$

构造正定函数

$$V(x)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{m}\hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{x}_{il}=\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}[(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}]x_i,$$

则

$$\dot{V}\mid_{(24)}=-\sum_{i=1}^{N}(x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1}x_i-2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}R_{ij}(x_j)x_j)$$
$$+2\sum_{i=1}^{N}(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}PT_i^{-1}B[u_i^a(x)+u_i^b(x)+H_i(x)+\Delta H_i(x)]$$
$$=-\sum_{i=1}^{N}(x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1}x_i-2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}PT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}R_{ij}(x_j)x_j)$$
$$+2\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{m}\hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{B}_l(u_{il}^a(x)+H_{il}(x))+2\sum_{i=1}^{N}\sum_{l=1}^{m}\hat{x}_{il}^{\mathrm T}P_l\hat{B}_l(u_{il}^b(x)+\Delta H_{il}(x)).$$

由(23)中 $u_{il}^a(x)$，$u_{il}^b(x)$ 的定义，结合定理条件iii)仿照定理3.1的证明即得 $\dot{V}\mid_{(24)}$ 在 Ω 上负定. 故非线性组合大系统(1)在区域 Ω 上可鲁棒镇定. 证毕.

注 4.3 孤立子系统为多输入情形并不是孤立子系统为单输入情形的直接推广，这不仅在于子系统解耦后不同输入对应状态的维数一般不等，还在于解耦后的每个子系统的互联形式不同于定理3.1的单输入情形，所以，定理3.2不能由定理3.1直接得出.

下面将给出结构相似鲁棒控制器的设计步骤(以单输入孤立子系统为例)

Step 1 由线性系统理论求出相似参量 $(T_i,F_iT_i^{-1})(i=1,2,\cdots,N)$；

Step 2 根据实际问题需要设定 K，使得 $A+BK$ 为 Hurwitz 稳定阵；

Step 3 设定正定阵 Q，并求出 Lyapunov 方程(9)的正定解矩阵 P；

Step 4 求出 $R_{ij}(x_j)$，由 $W^{\mathrm T}(x)+W(x)$ 的正定性估计出镇定域 Ω；

Step 5　由(13)求出 $\lambda(x)$ 和 $\rho(x)$，进一步依(12)求出辅助控制器 $u_i^a(x)$ 和 $u_i^b(x)$；

Step 6　设计结构相似鲁棒控制器(11).

则(11)即为使系统(1)在区域 Ω 上鲁棒镇定的结构相似控制器.

5 结　语

本文研究了一类具有相似结构的匹配不确定非线性相似组合大系统，给出了该类系统可用结构相似控制器鲁棒镇定的条件以及镇定域大小的一种估计，而且较一般大系统所需解的 Lyapunov 方程个数要少得多，从而计算量大大降低.研究表明，相似结构不但能简化组合大系统的分析，而且能简化组合大系统控制器的设计.

参 考 文 献

1 Qu Zhihua and Darren, M. D.. Robust control of cascaded and individually feedback linearization nonlinear systems. Automatica, 1994, 30(6):1057－1064

2 Yang Guanghong and Zhang Siying. Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems. Automatica, 1995,30(2):337－340

3 张嗣瀛.复杂控制系统的对称性及相似性结构.控制理论与应用,1994,11(2):231－237

4 Yang Guanghong and Zhang Siying. Structural properties of large-scale systems possessing similar structures. Automatica, 1995, 31(7): 1011－1017

5 Liu xiaoping. Optimal control problems for large-scale composite systems with similarity. Control-Theory and Advanced Technology, 1993,9(2):597－606

6 严星刚.仿射非线性系统的无反馈解耦线性化.94'中国控制与决策学术年会论文集.沈阳:东北大学出版社,1994,72—77

7 Banks,S. P. and Al-jurani. S. K. Lie algebra and stability of nonlinear systems. Int J contr, 1994,60(3):315－329

8 严星刚,井元伟,张嗣瀛.一类参数不确定非线性系统的鲁棒稳定性.控制理论与应用,1996,13(3):395－399

9 严星刚等.一类时变非线性相似组合大系统的全息控制.控制与决策,1996,11(Suppl. 1):138－143

Design of Robust Controllers with Similar Structure for Nonlinear Uncertain Composite Large-Scale Systems Possessing Similarity

YAN Xinggang　and　ZHANG Siying

(Department of Automatic Control, Northeastern University · Shenyang, 110006,PRC)

Abstract: In this paper, nonlinear uncertain composite systems with similarity are studied. It shows that under some conditions, the systems can be robustly stabilized by controllers with similar structure. Such controllers are composed of linear part and nonlinear parts which are of the structure similar to "Bang-Bang" control. It is shown that the design and analyze of composite systems can be simplified by similar structure.

Kew words: similar composite large-scale systems; robust control; nonsmooth controller; asymptotic stability

本文作者简介

严星刚　1964 年生.1994 年 9 月考入东北大学自控系攻读博士学位,1997 年元月进入西北工业大学从事博士后研究.主要研究方向有:非线性系统及其组合大系统的分析与设计、鲁棒控制及迭代学习控制.

张嗣瀛　1925 年生.1948 年毕业于武汉大学机械系,1957 年～1959 年赴前苏联莫斯科大学数学力学系进修.现为东北大学自控系教授,博导.主要研究方向为:复杂控制系统的结构及全息控制.