

同步位置差最优反馈与前馈控制的研究

谭跃钢

(武汉工业大学机电学院·武汉, 430070)

摘要: 本论文为提高同步控制系统的同步精度和响应特性, 在已知同步运动的输出目标信号时, 提出了同步位置差最优反馈与前馈控制的方法. 通过仿真和实验的分析研究, 表明了这种同步控制方法具有一般状态反馈和前馈补偿的控制特性, 且方法简便. 不但达到了高的同步位置精度, 而且改善了同步响应的特性. 因此, 这种同步控制方法是有效的.

关键词: 同步运动系统; 同步控制; 反馈控制; 前馈控制

1 问题的提出

我们知道, 同步运动系统一般是由结构相同的多个独立伺服装置组成的. 其同步运动精度最终是以各伺服装置的输出位置表现出来的. 因此, 要提高同步运动精度的关键是减少这种同步输出的位置差. 为此, 我们考虑如果把这种输出位置差作为同步运动系统的一种状态, 进行状态反馈控制, 就可望减少这种输出位置差. 此外, 同步运动系统的输出目标有时是事先确定的或是已知的, 如果把这种同步输出目标作为同步运动系统的一种有用信息, 使之参加到系统的当前控制决策中, 就可以改善系统对目标跟踪的同步运行特性. 本论文就是依据这种思想, 为提高同步运行精度和运行特性, 研究了同步位置差最优反馈与前馈控制的方法. 通过仿真和实验表明, 这种同步控制方法是可行的和有效的.

2 同步误差系统的数学模型

设同步运动系统是由二个独立的伺服装置组成, 且这二个伺服装置的状态空间表达式分别由下面的(1)式和(2)式给出

$$\begin{cases} X_1(k+1) = A_1 X_1(k) + B_1 u_1(k), \\ y_1(k) = C_1 X_1(k). \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} X_2(k+1) = A_2 X_2(k) + B_2 u_2(k), \\ y_2(k) = C_2 X_2(k). \end{cases} \quad (2)$$

式中, $X_1(k)$ 和 $X_2(k) \in \mathbb{R}^n$, 为伺服装置的状态向量; $y_1(k)$ 和 $y_2(k) \in \mathbb{R}^1$, 为伺服装置的位置输出; $u_1(k)$ 和 $u_2(k) \in \mathbb{R}^1$, 为伺服装置的控制输入.

于是, 由这二个伺服装置构成的同步运动系统的状态向量 $X(k)$ 和输出向量 $Y(k)$ 可按下式确定

$$\begin{aligned} X(k) &= [X_1^T(k) \quad X_2^T(k)]^T, \\ Y(k) &= [y_1(k) \quad y_2(k)]^T, \end{aligned}$$

从而该同步运动系统的状态空间表达式为:

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + Bu(k), \\ Y(k) = CX(k). \end{cases} \quad (3)$$

这里

$$u(k) = [u_1(k) \quad u_2(k)]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ 0 & C_2 \end{bmatrix}.$$

显然,这个同步运动系统的同步位置差就是二个伺服装置的输出位置差.可定义为

$$e_0(k) = y_1(k) - y_2(k) = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = I_0 Y(k) = I_0 C X(k). \quad (4)$$

现在,又设这同步运动系统的同步输出位置目标已知为 $r(k)$,则对这同步运动系统就构成目标向量 $R(k) = [r(k) \quad r(k)]^T$.于是,同步运动系统的输出跟踪误差可定义为

$$e_1(k) = R(k) - Y(k) = R(k) - C X(k). \quad (5)$$

那么,依据(4)式和(5)式,这同步运动系统的综合误差向量 $E(k)$ 就可按下式取得:

$$E(k) = \begin{bmatrix} e_0(k) \\ e_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 C \\ -C \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} R(k) = G_0 X(k) + G_1 R(k),$$

或写成一阶差分的形式

$$\begin{aligned} E(k+1) &= E(k) + G_0 A \Delta X(k) + G_0 B \Delta u(k) + G_1 \Delta R(k+1) \\ &= [I \quad C_0 A] \begin{bmatrix} E(k) \\ \Delta X(k) \end{bmatrix} + G_0 B \Delta u(k) + G_1 \Delta R(k+1). \end{aligned} \quad (6)$$

依此,如果这里取向量 $X_0(k) = [E^T(k) \quad \Delta X^T(k)]^T$ 为这同步运动系统的状态向量.那么,此时同步运动系统的状态方程就为

$$X_0(k+1) = \Phi X_0(k) + G \Delta u(k) + G_R \Delta R(k+1). \quad (7)$$

式中

$$\Phi = \begin{bmatrix} I & G_0 A \\ 0 & A \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} G_0 B \\ B \end{bmatrix}, \quad G_R = \begin{bmatrix} G_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(7)式表示的系统就称为同步误差系统.它是下面要寻求的同步位置差最优反馈与前馈控制的基础.

3 同步位置差最优反馈与前馈控制的原理

对(7)式表示的同步误差系统,我们可给出如下的评价函数:

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} [X_0^T(k) Q X_0(k) + \Delta u^T(k) H \Delta u(k)]. \quad (8)$$

式中, $Q: (3+2n) \times (3+2n)$, 为半正定矩阵; $H: 2 \times 2$, 为正定矩阵.

显然,(8)式给出的寻优问题是一个最优调节器问题.于是,按最优调节器原理可解得此时的最优控制输入为

$$\Delta u(k) = F_0 X_0(k). \quad (9)$$

式中

$$F = -(H + G^T P G)^{-1} G^T P \Phi, \quad (10)$$

$$P = Q + \Phi^T P \Phi - \Phi^T P G (H + G^T P G)^{-1} G^T P \Phi. \quad (11)$$

可见,(9)式给出的控制是一种同步误差系统的全状态反馈控制. F 就是状态反馈系数矩阵.该式中未包含同步运动系统的目标信息.现在,如果设同步运动系统的目标信号 $R(k)$ 从当前时刻 k 到未来时刻 $(k + M_R)$ 之间是已知的.那么,为使这些未来目标信号也加入到当前的控制输入中,重新定义评价函数为:

$$J = \sum_{k=-M_n+1}^{\infty} [X_0^T(k) Q X_0(k) + \Delta u^T(k) H \Delta u(k)], \quad (12)$$

这时解得的最优控制输入就为:

$$\Delta u(k) = F_0 X_0(k) + \sum_{j=1}^{M_n} F_R(j) \Delta R(k+j). \quad (13)$$

式中,矩阵 F_0 由(10)式给出,矩阵 $F_R(j)$ 是同步运动系统对目标信号实行跟踪的前馈补偿系数矩阵,为:

$$F_R(j) = -(H + G_0^T P G)^{-1} G^T [(\Phi + G F_0)^T]^{j-1} P G R. \quad (14)$$

若设 $F_0 = [F_0 \ F_x]$, 那么,在初始条件为零,即 $k=0$ 的条件下,有 $u(0)=0, E(0)=0, X(0)=0, R(j)=0 (j=1 \sim M_R)$ 时,(13)式就可表示为

$$u(k) = F_0 \sum_{j=1}^k E(j) + F_x X(k) + \sum_{j=1}^{M_R} F_R(j) R(k+j). \quad (15)$$

由此可见,(15)式给出的同步位置差最优反馈与前馈控制输入由三项组成:第一项是同步运动系统的误差反馈,第二项是同步运动系统的运动状态反馈.以上两项的实质作用是实施反馈控制.在此基础上,(15)式右边第三项的作用是将同步运动系统的未来目标信号用于当前的控制决策之中,实现了对当前控制的前馈补偿.显然,这里的误差反馈控制表现为积分运算作用,而前馈补偿控制表现的是微分运算作用.因此,应用这种控制输入是可以提高同步运动精度和改善系统响应特性的.

4 仿真和实验的研究

下面我们用构造相同而参数不同的两个直线型直流无刷电机组成的同步运动系统作为仿真和实验的用例,来讨论以上提出的同步位置差最优反馈与前馈控制方法的有效性.

这个实验同步运动系统的两个输出轴(分别设 X 轴和 Y 轴)的工作原理、驱动回路是相同的.若把对驱动回路的电流指令 $u_i(t) (i=X, Y)$ 作为同步运动系统的控制输入.取系统的输出位置 $(X_p(t) \ Y_p(t))$ 和速度 $(X_v(t) \ Y_v(t))$ 为其状态向量.那么,同步运动系统的状态方程式就可推演得:

$$\frac{d}{dt} X(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -(D_x/M_x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -(D_Y/M_Y) \end{bmatrix} X(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (K_x/M_x) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & (K_Y/M_Y) \end{bmatrix} u(t). \quad (16)$$

其输出方程为

$$Y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} X(t). \quad (17)$$

式中

$$X(t) = [X_p(t) \ X_v(t) \ Y_p(t) \ Y_v(t)]^T, \\ u(t) = [u_X(t) \ u_Y(t)]^T, \quad Y(t) = [X_p(t) \ Y_p(t)]^T.$$

$D_i, K_i, M_i (i=X, Y)$ ——分别为 X 轴和 Y 轴的粘性摩擦系数、推力系数、移动块质量.已知 $D_x = 8.00 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $K_x = 5.20 \text{ N/A}$, $M_x = 4.75 \text{ kg}$, $D_Y = 4.00 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $K_Y = 5.58 \text{ N/A}$, $M_Y = 0.60 \text{ kg}$.

取采样周期为 1 ms .对(16),(17)二式离散化后,按基于同步位置差最优反馈与前馈控制方法的三种响应效果来进行分析讨论.

4.1 X 轴无前馈补偿时的同步响应

这种情况就是只对同步运动系统的一个位置输出(这里是 $Y_p(t)$)进行前馈补偿的跟踪控制;而对另一个位置输出(这里是 $X_p(t)$),则不作前馈补偿的跟踪控制.这时所取加权矩阵为

$$\begin{cases} Q = \text{diag}(1000 & 0 & 0.5 & 2.65 \times 10^5 & 100 & 2.65 \times 10^4 & 10), \\ H = \text{diag}(100 & 100). \end{cases} \quad (18)$$

取 $M_R = 90$. 由此得到的仿真结果和实验结果如图 1(a)、(b) 所示.

从图 1 中可以看到, 这时不论从同步运动精度方面看, 还是从同步响应速度方面看, 都是不理想的. 实验的同步位置误差在 0.5mm 左右, 其同步响应输出远未跟上已知的输出目标. 这是因为同步输出中的 $X_p(t)$ 输出未施予前馈补偿控制, 而又有同步位置差 $e(t)$ 的反馈作用, 使 $X_p(t)$ 输出的慢速度与 $Y_p(t)$ 输出的快速度相互干涉造成的. 从而使整个同步运动精度不高, 响应较慢.

4.2 同步位置差无反馈作用的同步响应

这种情况是对同步运动系统的同步位置差 $e_0(t) = e(t) = X_p(t) - Y_p(t)$ 不施予反馈控制, 但对同步响应的两个输出 $X_p(t)$ 和 $Y_p(t)$ 仍施予前馈补偿的控制. 因此, 这时 (12) 式表示的评价函数的加权矩阵 Q 和 H 取为:

$$\begin{cases} Q = \text{diag}(0 & 5 & 0.5 & 2.65 \times 10^5 & 100 & 2.65 \times 10^4 & 10), \\ H = \text{diag}(100 & 100). \end{cases}$$

还取 $M_R = 90$. 由此得到的仿真和实验结果如图 2(a)、(b) 所示.

从图 2 中看到, 这时由于同步位置差 $e(t)$ 未加入反馈控制之中, 使同步运动响应的两个输出 $X_p(t)$ 和 $Y_p(t)$ 不能互相约束, 从而造成了很大的同步位置误差. 尽管此时两个输出都是追踪同一个位置目标 $R(t)$, 但由于两个轴的结构参数不同, 很难使它们两个输出同步地跟踪同一目标, 也就不能有效地减小同步位置误差. 不过, 与图 1 相比, 此时同步运动系统的整体响应速度加快了. 这表明对同步响应的两个输出同时施予前馈补偿的控制, 是可以改善同步运动的响应跟踪速度的.

4.3 同步位置差最优反馈与前馈控制时的同步响应

这种情况是依据 (15) 式给出的原理, 不但对同步位置差施予反馈控制, 而且对同步响应的两个输出也同时进行前馈补偿的跟踪控制. 那么, 这时评价函数的加权矩阵 Q 和 H 按 (20) 式取为:

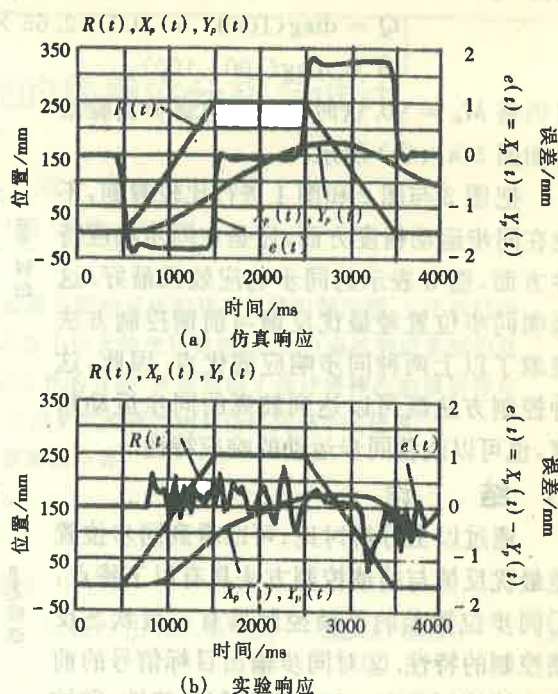


图 1 X 轴无前馈补偿控制时的同步响应

(19)

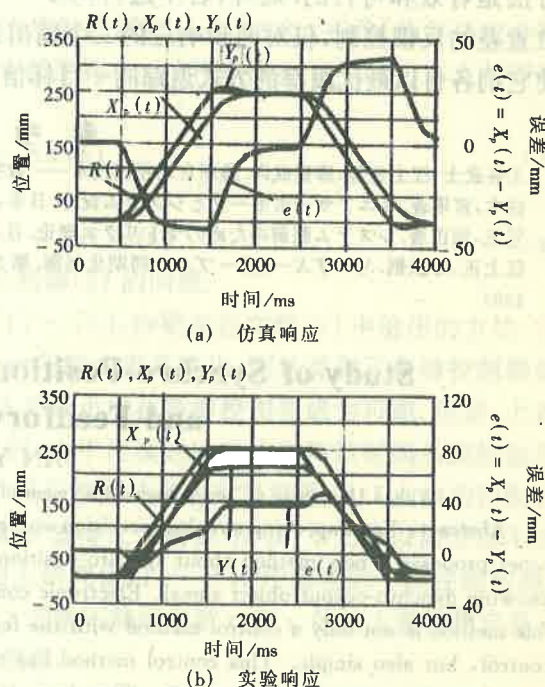


图 2 同步位置差无反馈时的同步响应

$$\begin{cases} Q = \text{diag}(1000 & 5 & 0.5 & 2.65 \times 10^5 & 100 & 2.65 \times 10^4 & 10), \\ H = \text{diag}(100 & 100). \end{cases} \quad (20)$$

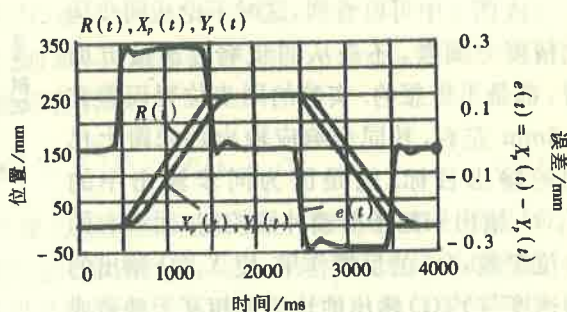
且仍是 $M_R = 90$. 这时得到的仿真和实验结果如图 3(a)、(b) 所示.

把图 3 与图 2 和图 1 进行比较看到, 不论在同步运动精度方面, 还是在同步响应特性方面, 图 3 表示的同步响应效果最好. 这表明同步位置差最优反馈与前馈控制方法吸取了以上两种同步响应的优点. 因此, 这种控制方法既可以达到较高的同步运动精度, 也可以改善同步运动的响应特性.

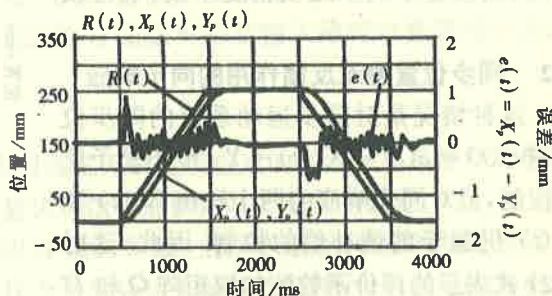
5 结 论

通过以上分析讨论, 可以看到同步位置差最优反馈与前馈控制方法具有以下特点: ①同步位置差的反馈控制具有一般状态反馈控制的特性. ②对同步输出目标信号的前馈补偿控制具有一般跟踪控制的特性. ③控制方法简便, 可适用于各种同步控制系统.

因此, 同步位置差最优反馈与前馈控制方法是有效和可行的. 此外, 若不进行同步位置差的反馈控制, 仅对同步响应的二个输出施予不同的前馈补偿控制, 即取不同的 M_R 值, 使它们各自以最优跟踪的方式追踪同一目标信号, 也可望达到较好的同步运动效果.



(a) 仿真结果



(b) 实验结果

图 3 同步位置差最优反馈与前馈控制时的同步响应

参 考 文 献

- 1 土谷武士, 江上正著, 廖福成译. 最新自动控制技术——数字预见控制. 北京: 北京科学技术出版社, 1994
- 2 白木, 官尾著. リニアサーボモータとシステム设计. 日本: 联合电子出版, 1986
- 3 児玉, 须田著. システム制御のためのマトリクス理论. 日本: 计测自动制御学会, 1993
- 4 江上正, 谭跃钢. リニア X-Y テーブルの同期化制御. 第 27 回计测自动制御学会北海道支部学术讲演会论文集, 日本, 1995

Study of Synchro-Position Error Optimal Feedback and Feedforward Control

TAN Yuegang

(Wuhan University of Technology Department of Mechanical Engineering · Wuhan, 430070, PRC)

Abstract: For improving synchro precision and response characteristic of synchro control system, this paper proposed a new method about synchro-position error optimal feedback and feedforward control when knowing dynchro-output object signal. Electronic computer simulation and experiment study have indicated this method is not only a control method with the feature of the generral feedback control and feedforward control, but also simple. This control method has come up to higher synchro-position precision and improved synchro response characteristic. Therefore, it is effectual.

Key words: synchro motion system; synchro control; feedback control; feedforward control

本文作者简介

谭跃钢 见本刊 1997 年第 1 期第 126 页.