

动态系统模糊辨识的新算法*

金晓明 荣 冈 王树青 王骥程

(工业控制技术国家重点实验室, 浙江大学工业控制技术研究所 · 杭州, 310027)

摘要: 本文针对复杂动态系统的辨识问题, 提出了一种基于一类标准模糊系统的模糊辨识的简单学习算法。仿真研究表明该算法具有辨识精度高、所需样本量少以及运算速度快等优点, 是动态系统模糊辨识的有效工具。

关键词: 动态系统; 模糊模型; 辨识

1 引言

动态系统的模糊辨识问题自从 1978 年由 Tong R. M.^[1] 提出以来, 已取得了长足的进步^[2]。当前亟待解决的问题是开发一类简单易行、实时性好、精度高的模糊辨识算法, 为工业应用奠定基础。

近年来, 模糊系统作为通用的函数近似器正日益为人们所关注, 如 Wang L. X.^[3] 和 Kosko B.^[4] 的工作。这些结果表明: 在一定的条件下, 模糊系统和神经网络一样都具有能以任意精度逼近紧集的任一闭子集上的实连续函数的特性。

本文在文[3]工作的基础上, 利用其标准模糊系统的逼近特性, 提出了一种实用的动态系统模糊辨识算法。仿真研究表明该算法简单易行、精度高。

2 标准模糊系统

在文[3]中, Wang 等提出了一类采用单点模糊化、高斯型(或三角形)隶属函数、Sup-product 合成的推理运算以及重心非模糊化的模糊系统, 并用 Stone-Weierstrass 定理证明了该类模糊系统具有非线性映射能力, 本文称其为标准模糊系统。图 1 是标准模糊系统的结构。

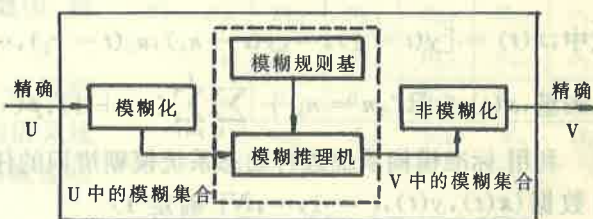


图 1 标准模糊系统的基本结构

当该系统有 n 个输入、1 个输出时, 有映射: $U \rightarrow V$, 这里, $U \subset \mathbb{R}^n$ 是紧的, $V \subset \mathbb{R}$ 。为节省篇幅, 直接引用文[3]的结论作为定义。

定义 1 一类具有单点模糊化、Sup-product 合成推理运算、高斯型隶属函数和重心非模糊化的模糊系统构成如下的函数映射关系:

$$y = f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^M \bar{z}^j \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right] / \sum_{j=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) \right]. \quad (1)$$

其中, $f: U \subset \mathbb{R}^n \rightarrow V \subset \mathbb{R}$, $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in U$; $\mu_{A_i^j}(x_i)$ 是定义为

$$\mu_{A_i^j}(x_i) = a_i^j \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right] \quad (2)$$

* 国家“八五”攻关项目和国家教委留学生基金资助项目。

本文于 1995 年 8 月 7 日收到, 1996 年 3 月 27 日收到修改稿。

的高斯型隶属函数. $a_i^j, \bar{x}_i^j$ 和 σ_i^j 是实值参数, 而 $\bar{z}^j$ 是输出空间 $\mathbb{R}$ 上使 $\mu_{B^j}(z)$ 达到最大值的点. $A_i^j (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, M)$ 是用隶属函数 $\mu_{A_i^j}(x_i)$ 刻画的参考模糊子集, M 是规则基中规则的总数.

定义 2 如果将模糊基函数定义为:

$$p_j(x) = \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i) / \sum_{j=1}^M [\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)]. \quad (3)$$

则模糊系统(1)可以等价于模糊基函数的扩张:

$$f(x) = \sum_{j=1}^M p_j(x) \theta_j. \quad (4)$$

这里, $\theta_j \in \mathbb{R}$, 可以是 $\bar{z}^j$.

文[5]进一步证明了按一定的规律用三角形隶属函数来划分输入、输出空间, 可以得到类似的结论.

3 基于标准模糊系统的辨识算法

3.1 非线性动态系统模糊辨识问题

多输入、单输出非线性动态系统可表示为:

$$y(t) = f[y(t-1), \dots, y(t-n_y), u(t-\tau_u), \dots, u(t-\tau_u-n_u)] + e(t), \quad (5)$$

这里, $u(t) = [u_1(t), \dots, u_p(t)]^T$, $y(t)$ 和 $e(t)$ 分别是系统的输入、输出和噪声, n_y, n_u 是系统的阶次, τ_u 为时滞.

文[3]证明了上述标准模糊系统可逼近非线性动态系统, 这为采用此模糊系统来辨识非线性动态系统提供了理论基础. 这样式(5)可以用如下的非线性映射来逼近, $f_r: \mathbb{R}^n \subset U \rightarrow \mathbb{R}$, 即:

$$\hat{y}(t) = f_r[x(t)] = \sum_{j=1}^M p_j(x) \cdot \bar{z}^j, \quad (6)$$

式中, $x(t) = [y(t-1), \dots, y(t-n_y), u_1(t-\tau_1), \dots, u_p(t-\tau_p-n_{pt})]^T$ 是标准模糊系统的输入矢量, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $n = n_y + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^l (n_{ij} + 1)$; $p(\cdot)$ 是模糊基函数.

利用标准模糊系统进行动态系统模糊辨识的任务是: 给定性能指标 J , 根据过程输入、输出数据 $\{x(t), y(t), t = 1, \dots, N\}$ 确定 1) 所有的参考模糊集合; 2) 模型的结构参数, 如阶次, 时滞等; 3) 模糊规则基; 以使 J 极小化.

事实上, 在 1) 和 2) 确定之后, 辨识就是要根据样本数据集获得体现出非线性映射的模糊规则基. 利用此模糊规则基, 可通过过程的输入来得到未来输出的预报值.

3.2 模糊规则基生成方法

图 2 是动态系统模糊辨识的示意图. 在构造模糊规则基之前, 需确定系统的结构参数. 本文采用先低阶组合, 逐渐增加阶次, 从而使性能指标 J 最小的办法.

具体学习算法由如下四个步骤组成:

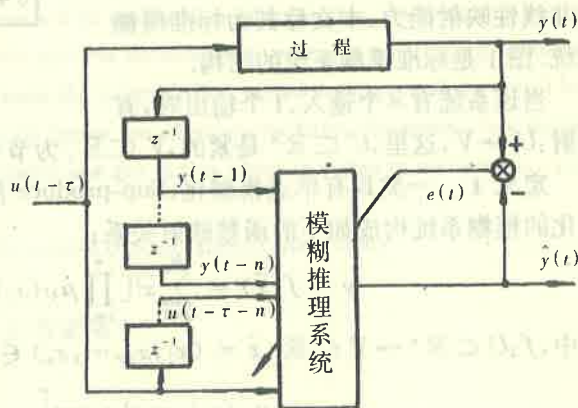


图 2 动态系统模糊辨识示意图

1° 将样本数据映射到输入、输出参考模糊集 $\{A_{ij}, B_j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}\}$ 上. 为简单起见, 本文采用三角形隶属函数来划分相应的输入、输出区域, 见图 3 所示.

这里, a_1 为 U 的下界, a_m 是 U 的上界, $a_2, \dots, a_{m-1}$ 为依次增加的中间点, 把 U 分为 $m-1$ 个子区间, A_i 定义在 $[a_{i-1}, a_{i+1}]$ 上 (但 A_1 定义在 $[a_1, a_2]$ 上, A_m 定义在 $[a_{m-1}, a_m]$ 上). 这样, 对区域 U 上的任意的 x , 有:

$$\begin{cases} \mu_{A_i}(x) = (-x + a_{i+1}) / (a_{i+1} - a_i), \\ \mu_{A_{i+1}}(x) = (x - a_i) / (a_{i+1} - a_i), \\ \mu_{A_j}(x) = 0, \end{cases} \quad (7)$$

($j = 1, 2, \dots, i-1, i+2, \dots, m$).

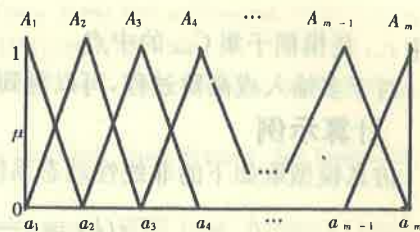


图 3 三角形隶属函数示意图

2° 由已知的样本数据生成模糊规则.

首先计算第 k 对数据 $[x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k), y(k)]$ ($k = \overline{1, N}$) 在其对应相邻参考模糊集上的隶属度; 并选取具有最大隶属度函数的组合以生成一条“and”性质的模糊规则. 共产生与样本数目相同的模糊规则.

3° 为每条规则设置一个度量.

为解决来自步骤 2 生成的规则之间的冲突问题, 选用一种乘积指标来度量每条规则的重要性. 例如, 对于规则: if $x_1(k)$ is A_{1j} and $x_2(k)$ is A_{2j} , then $y(k)$ is B_j 其度量可定义为:

$$D(\text{Rule}) = \mu_{A_{1j}}[x_1(k)] \cdot \mu_{A_{2j}}[x_2(k)] \cdot \mu_{B_j}[y(k)], \quad (8)$$

为防止测量中的错误影响生成的规则, 可以人为设置信任度 $\mu(k)$ 对规则度量进行修正.

4° 产生集成的模糊规则基.

图 4 是一个二维的模糊规则基的示意图. 模糊规则基的维数取决于系统的结构参数.

利用规则度量, 将 $D(\text{Rule})$ 最大的一条规则放入模糊规则基. 事实上, 一些来自专家的语义规则也可以按一定的信任度填入规则基. 模糊规则基还可以按一定的方法进行完备化处理.

X_2	A_{25}	$B_{1,5}$	$B_{2,5}$	$B_{3,5}$	$B_{4,5}$	$B_{5,5}$
	A_{24}	$B_{1,4}$	$B_{2,4}$	$B_{3,4}$	$B_{4,4}$	$B_{5,4}$
	A_{23}	$B_{1,3}$	$B_{2,3}$	$B_{3,3}$	$B_{4,3}$	$B_{5,3}$
	A_{22}	$B_{1,2}$	$B_{2,2}$	$B_{3,2}$	$B_{4,2}$	$B_{5,2}$
	A_{21}	$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$B_{3,1}$	$B_{4,1}$	$B_{5,1}$
		A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}
		X_1				

图 4 模糊规则基结构示意图

3.3 模糊规则基的应用

通过 3.2 节得到的模糊规则基可以较好地体现定义 1 的非线性映射. 对于动态系统而言, 可以给出预报值 $\hat{x}$. 下面以单输入、输出一阶过程为例来说明怎样由模糊规则基来计算 $\hat{x}$. 对系统

$$x(k+1) = f[x(k), u(k)]. \quad (9)$$

假设 $u(k) \in [a_i, a_i + 1]$, $x(k) \in [b_j, b_j + 1]$, 由式(7)知, $u(k)$ 只属于 A_i 和 A_{i+1} , 而 $x(k)$ 只属于 B_j 和 B_{j+1} , 并可计算出相应的隶属度 $\mu_{A_i}[u(k)]$, $\mu_{A_{i+1}}[u(k)]$, $\mu_{B_j}[x(k)]$, $\mu_{B_{j+1}}[x(k)]$. 这样, 可以激发模糊规则基中的四条模糊规则, 即:

Rule 1: if $u(k)$ is A_i and $x(k)$ is B_j then $\hat{x}(k+1)$ is $C_{i,j}$

Rule 2: if $u(k)$ is A_i and $x(k)$ is B_{j+1} then $\hat{x}(k+1)$ is $C_{i,j+1}$

Rule 3: if $u(k)$ is A_{i+1} and $x(k)$ is B_j then y is $\hat{x}(k+1)$ is $C_{i+1,j}$

Rule 4: if $u(k)$ is A_{i+1} and $x(k)$ is B_{j+1} then y is $\hat{x}(k+1)$ is $C_{i+1,j+1}$

在得到上述四条模糊规则之后, 可以用重心非模糊化方法, 获得 $\hat{x}(k+1)$:

$$\hat{x}(k+1) = \frac{\sum_{s=i}^{i+1} \sum_{l=j}^{j+1} c_{s,l} \cdot \mu_{A_s}[u(k)] \cdot \mu_{B_l}[x(k)]}{\sum_{s=i}^{i+1} \sum_{l=j}^{j+1} \mu_{A_s}[u(k)] \cdot \mu_{B_l}[x(k)]}, \quad (10)$$

式中 $c_{s,l}$ 是模糊子集 $C_{s,l}$ 的中点.

对于多输入或高阶过程,可以得到类似计算公式.

4 计算示例

仿真模型取如下的非线性动态系统^[6]

$$x(k) = \frac{x(k-1)}{[1+x(k-1)]^2} + u(k-1). \quad (11)$$

假设模糊模型的结构为:

If $x(k-1)$ and $u(k-1)$
Then $x(k)$.

采用 30 000 个均匀分布在 (0,1) 区间内的随机数作为激励信号生成辨识所需的样本数据,而采用输入 $u(k) = 0.5\sin(2\pi \cdot k/100) + 0.5$ 生成检验数据用以检验辨识所得的模糊模型;可以计算出模型的估计值与实际值的均方误差为 0.002985. 图 5 是估计值与实际值的对比情况.

表 1 是本文方法与文[6]方法的比较. 由该表可知,本文方法在相同的模型复杂程度下所需样本数少,但辨识精度高,并且计算简单、高效.

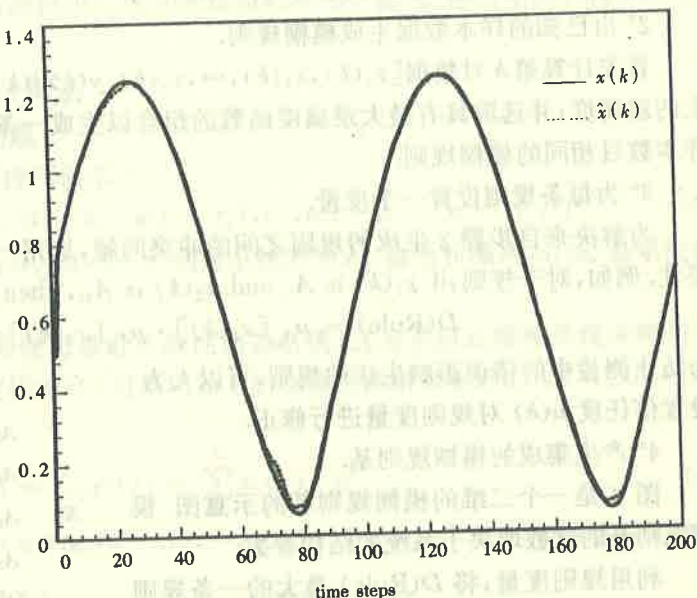


图 5 模型估计值与实际值的对比

表 1 两种辨识方法的比较

项目	文[6]方法		本文方法	
样本数	30000	30000	10000	3000
模型规模	$5 \times 5 \times 5$	$5 \times 5 \times 5$	$5 \times 5 \times 5$	$5 \times 5 \times 5$
均方误差 J	0.008744	0.002607	0.002985	0.003095

5 结束语

本文成功地将标准模糊系统应用于非线性动态系统的模糊辨识,在算法的计算效率、精度和可操作性等方面均较现有的模糊辨识算法有较大的改进,可望成为复杂动态系统辨识的有力工具. 本文方法也适宜于建立操作者的控制(行为)模型并能很方便地与语义规则相结合. 这些结果对今后自适应模糊控制的研究具有重要的意义. 就模糊控制理论研究而言,标准模糊系统将日益受到人们的重视.

参 考 文 献

- 1 Tong, R. M.. The evaluation of fuzzy models derived from experimental data. *Fuzzy Sets and Systems*, 1980,4:1-12
- 2 李人厚,张平安. 关于模糊辨识的理论与应用实际问题. *控制理论与应用*, 1995,12(2):129-137
- 3 Wang, L. X.. Fuzzy systems are universal approximators, in *Proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems*, San Diego, CA, USA, 1992,1163-1170
- 4 Kosko, B.. Fuzzy systems are universal approximators, in *Proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Systems*, San Diego, CA, USA, 1992,1153-1162
- 5 Wang, L. X.. Design and analysis of fuzzy identifiers of nonlinear dynamic systems. *IEEE Trans. Automatic Control*, 1995, 40(1):11-23
- 6 Yi, S. Y. and Chung, M. J.. Identification of fuzzy relational model and its application to control. *Fuzzy Sets and Systems*, 1993,59(1):25-33

A New Algorithm of Fuzzy Identification for Dynamic Systems

JIN Xiaoming, RONG Gang, WANG Shuqing and WANG Jicheng

(Institute of Industrial Process Control, State Key Lab of Industrial Control Technology,
Zhejiang University · Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: In this paper, a simple learning algorithm of fuzzy identification for complicated dynamic systems is developed, based on the general fuzzy system. Numerical examples is given to show effectiveness and feasibility of the proposed algorithm.

Key words: dynamic systems; fuzzy model; identification

本文作者简介

金晓明 见本刊 1997 年第 2 期第 232 页.

荣 冈 见本刊 1997 年第 2 期第 232 页.

王树青 1939 年生, 教授, 博士生导师. 1964 年毕业于浙江大学. 1985 年~1986 年在英国拉夫堡大学访问研究. 现为工业控制技术国家重点实验室主任. 研究领域为自动控制理论及应用, 工业生产过程模型化与优化控制, 计算机控制与集成生产系统.

王骥程 见本刊 1997 年第 2 期第 232 页.