第 14 卷第 4 期　　控制理论与应用　　Vol. 14, No. 4
1997 年 8 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Aug., 1997

一般动态系统降阶观测器的设计及参数化表示*

张国山　柴天佑　顾兴源
(东北大学自动化研究中心·沈阳,110006)

摘要: 本文将正常系统与奇异系统统一表示为一般动态系统,通过系统的一种新的受限制等价分解形式,给出了系统降阶观测器设计,进而采用互质分式表示法给出了系统降阶观测器的参数化表示.

关键词: 一般动态系统; 降阶观测器; 参数化; 互质分式表示法

1 引　言

观测器的设计问题是控制理论与应用发展几十年来历久不衰的课题. 近十年来,许多作者采用各种方法(如代数,几何,奇异值分解,广义逆等)研究了奇异系统观测器的设计[1~7],但这些方法仅给出降阶观测器的设计,没有给出其参数化表示. 参数化表示是指用一组自由参数给出具有某种性质的集合的统一表示形式,通过固定其参数可获得我们所需要的设计. 传统的状态空间方法不易得到参数化表示的结果,而采用互质分式表示法则容易得到. Nett 等[8]首先给出了互质分式表示与状态空间表示之间的联系;之后,Wang 等[9]将这个联系推广到一般动态系统,这就使得采用互质分式表示法讨论状态空间中的问题成为可能. 近年来,已有不少采用该方法研究降阶(低阶)控制器的设计及参数化表示的结果,如 Gu[10]和 Fujimori[11]的结果. 但对一般动态系统降阶(低阶)观测器的参数化表示结果尚未见到,而观测器的参数化表示与控制器的参数化表示应具有同样重要的意义.

本文将正常系统与奇异系统统一表示为一般动态系统,在系统的有限模是能检测的,无穷远模是能观的条件下,通过系统的一种新的受限制等价分解形式,给出了系统降阶观测器设计,进而采用互质分式表示法给出系统降阶观测器的参数化表示. 避免了处理脉冲模式. 得到的降阶观测器的阶次 $n-p$(n,p 分别为系统的阶与输出的个数),自由参数被限定为严格真稳定有理分式.

2 基本知识

考虑如下形式的一般动态系统

$$E\dot{x} = Ax + Bu, \tag{2.1a}$$

$$y = Cx + Du. \tag{2.1b}$$

这里 $x \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 是输入向量, $y \in \mathbb{R}^r$ 是观测向量; E, A 是 n 阶方阵,且设 (E,A) 是正则的(即 $|sE+A| \neq 0$), B, C 是满秩的,对 E 的秩不作要求. 因此,系统(2.1)是正常系统($|E| \neq 0$)与奇异系统($|E| = 0$)的统一表示形式. 如果系统(2.1)的有限模是能稳能检测的,无穷远模是能控能观的[3],即

$$\mathrm{rank}[sE-A \quad B] = n, \quad \mathrm{rank}[E \quad B] = n, \quad \forall\, s \in C_+; \tag{2.2a}$$

$$\mathrm{rank}[sE-A/C] = n, \quad \mathrm{rank}[E/C] = n, \quad \forall\, s \in C_+. \tag{2.2b}$$

则一定存在实常阵 K, F, 使得:

$$(sE-A-BK)^{-1} \in \mathbb{R}\mathrm{H}_\infty, \quad (sE-A-FC)^{-1} \in \mathbb{R}\mathrm{H}_\infty. \tag{2.3}$$

$\mathbb{R}\mathrm{H}_\infty$ 为实系数有理分式矩阵的集合,其每个元都是稳定有理真分式.

---

* 国家自然科学基金优秀中青年专项基金资助课题.
本文于 1995 年 7 月 1 日收到. 1996 年 3 月 11 日收到修改稿.

系统(2.1)的输入输出描述为：

$$y(s)=G(s)u(s). \tag{2.4}$$

其中 $G(s)=C(Es-A)^{-1}B+D$ 为系统的传递函数阵，记

$$G(s)=:\{E,A,B,C,D)\}. \tag{2.5}$$

当 $E=I$ 时，也简记 $G(s)=\{A,B,C,D\}$，如果 M,N,D 是可逆阵，容易验证

$$G(s)=\{MEN,MAN,MB,CN,D\}, \tag{2.6}$$

$$G^{-1}(s)=\{E,A-BD^{-1}C,BD^{-1},-D^{-1}C,D^{-1}\}. \tag{2.7}$$

设

$$G_1(s):=\{E_1,A_1,B_1,C_1,D_1\},\quad G_2(s):=\{E_2,A_2,B_2,C_2,D_2\}. \tag{2.8}$$

则有

$$G_1(s)+G_2(s)=\left\{\begin{bmatrix}E_1 & 0\\ 0 & E_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}A_1 & 0\\ 0 & A_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix},[C_1\quad C_2],\ D_1+D_2\right\}, \tag{2.9}$$

$$G_1(s)\cdot G_2(s)=\left\{\begin{bmatrix}E_1 & 0\\ 0 & E_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}A_1 & B_1C_2\\ 0 & A_2\end{bmatrix},\begin{bmatrix}B_1D_2\\ B_2\end{bmatrix},[C_1\quad D_1C_2],\ D_1D_2\right\}. \tag{2.10}$$

设 $G(s)$ 的双互质分解为：$G(s)=NM^{-1}=\widetilde{M}^{-1}\widetilde{N}$，且满足如下的 Bezout 恒等式[12]：

$$\begin{bmatrix}Y & X\\ -\widetilde{N} & \widetilde{M}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}M & -\widetilde{X}\\ N & \widetilde{Y}\end{bmatrix}=I. \tag{2.11}$$

这里，$M,N,\widetilde{M},\widetilde{N},X,Y,\widetilde{X},\widetilde{Y}\in\mathbb{R}H_\infty$．以下假设(2.1)中 $D=0$，这时有[9]

$$N(s)=\{E,A+BK,B,C,0\},\quad M(s)=\{E,A+BK,B,K,I\}; \tag{2.12}$$

$$\widetilde{X}(s)=\{E,A+BK,F,K,0\},\quad \widetilde{Y}(s)=\{E,A+BK,-F,C,I\}; \tag{2.13}$$

$$\widetilde{N}(s)=\{E,A+FC,B,C,0\},\quad \widetilde{M}(s)=\{E,A+FC,F,C,I\}; \tag{2.14}$$

$$X(s)=\{E,A+FC,F,K,0\},\quad Y(s)=\{E,A+FC,-B,K,I\}; \tag{2.15}$$

$$N_0(s)=\{E,A+BK,B,I,0\}. \tag{2.16}$$

这里，K,F 满足(2.3).

本文的目的是： 1° 对系统(2.1)设计一个如下形式的降阶观测器

$$\dot{z}=\Phi_1z+\Phi_2u+\Phi_3y,\quad z\in\mathbb{R}^r, \tag{2.17a}$$

$$w=\Gamma_1z+\Gamma_2u+\Gamma_3y. \tag{2.17b}$$

使得对任意初始条件 $z(0)$ 和 $Ex(0)$，都有 $\lim\limits_{t\to\infty}[w(t)-x(t)]=0$. 这里要求 Φ_1 是稳定的，本文设计的降阶观测器的阶数 $r=n-p$.

2° 给出降阶观测器的参数化表示.

3　主要结果

引理 3.1　如果系统(2.1)(设 $D=0$) 满足(2.2b)，则它受限制等价于下面系统：

$$E_{11}\dot{\tilde{x}}_1=A_{11}\tilde{x}_1+A_{12}\tilde{x}_2+B_1u, \tag{3.1a}$$

$$\dot{\tilde{x}}_2=A_{21}\tilde{x}_1+A_{22}\tilde{x}_2+B_2u, \tag{3.1b}$$

$$y=\tilde{x}_1. \tag{3.1c}$$

或等阶地叙述为：存在非奇异矩阵 M,N，使(2.6)式中 $G(s)$ 表示为

$$G(s)=\left\{\begin{bmatrix}E_{11} & 0\\ 0 & I\end{bmatrix},\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix},\begin{bmatrix}B_1\\ B_2\end{bmatrix},[I\quad 0],0\right\}. \tag{3.2}$$

这里 A_{22} 是稳定的，A_{22} 的阶数为 $n-p$.

证 因为 $\mathrm{rank}[E/C]=n$，且 C 是满铁的，所以存在非奇异矩阵 $\bar{M}_1,\bar{N}_1$ 使得

$$\bar{M}_1E\bar{N}_1=\begin{bmatrix}E_{11}&0\\0&I\end{bmatrix},\quad \bar{M}_1A\bar{N}_1=\begin{bmatrix}\bar{A}_{11}&\bar{A}_{12}\\\bar{A}_{21}&\bar{A}_{22}\end{bmatrix},\quad C\bar{N}_1=[I\quad 0].\tag{3.3}$$

又因为 $\mathrm{rank}[sE-A/C]=n$，从(3.3)化简即为 $\mathrm{rank}[sI-\bar{A}_{22}/\bar{A}_{12}]=n-p$，即$(\bar{A}_{12},\bar{A}_{22})$是能观的，则存在 $\bar{F}$ 使得 $A_{22}=\bar{A}_{22}+\bar{F}\bar{A}_{12}$ 是稳定的，因此存在非奇异矩阵 $\bar{M}_2,\bar{N}_2$ 使得

$$\bar{M}_2\bar{M}_1E\bar{N}_1\bar{N}_2=\begin{bmatrix}E_{11}&0\\0&I\end{bmatrix},\quad \bar{M}_2\bar{M}_1A\bar{N}_1\bar{N}_2=\begin{bmatrix}A_{11}&A_{12}\\A_{21}&A_{22}\end{bmatrix},\quad C\bar{N}_1\bar{N}_2\doteq[I\quad 0].$$

取 $M=\bar{M}_2\bar{M}_1,N=\bar{N}_1\bar{N}_2$，即证得引理 3.1 成立． 证毕．

设上面引理中 $N=:[N_1\quad N_2]$，N_1,N_2 的列数分别对应 $\tilde{x}_1,\tilde{x}_2$ 的维数．则 $x=N\tilde{x}=N_1\tilde{x}_1+N_2\tilde{x}_2$，由引理 3.1 得到

定理 3.1 如果系统(2.1)(设 $D=0$)满足(2.2b)，则它的一个降阶观测器为

$$\dot{z}=A_{22}z+A_{21}y+B_2u,\tag{3.4a}$$
$$\hat{x}=N_2z+N_1y.\tag{3.4b}$$

证 由(3.1)，(3.4)得 $\hat{x}-x=N_2z+N_1y-N_1\tilde{x}_1-N_2\tilde{x}_2=N_2(z-\tilde{x}_2)$ 与 $\dot{z}-\dot{\tilde{x}}_2=A_{22}(z-\tilde{x}_2)$，而 A_{22} 是稳定的，所以对任意初始值 $z(0)$ 及 $Ex(0)$ 都有

$$\lim_{t\to\infty}[\hat{x}(t)-x(t)]=\lim_{t\to\infty}N_2[z(t)-\tilde{x}_2(t)]=0.$$

因此，(3.4)是(3.1)的一个降阶观测器． 证毕．

将(3.4)写成频域形式为

$$\hat{x}(s)=F(s)u(s)+H(s)y(s).\tag{3.5}$$

这里

$$F(s)=N_2(sI-A_{22})^{-1}B_2=\{A_{22},B_2,N_2,0\},\tag{3.6}$$
$$H(s)=N_2(sI-A_{22})^{-1}A_{21}+N_1=\{A_{22},A_{21},N_2,N_1\}.\tag{3.7}$$

为了得到降阶观测器的参数化，给出下面引理：

引理 3.2 记

$$D_l(s)=-A_{12}(sI-A_{22})^{-1}A_{21}-A_{11}+sE_{11},\tag{3.8}$$
$$N_l(s)=A_{12}(sI-A_{22})^{-1}B_2+B_1=\{A_{22},B_2,A_{12},B_1\}.\tag{3.9}$$

则

$$G(s)=C(sE-A)^{-1}B=NM^{-1}=D_l^{-1}N_l.\tag{3.10}$$

证明经计算可得，从略．

注意 $E_{11}\neq 0$ 时，$D_l\notin\mathbb{R}\mathrm{H}_\infty$，但从(3.10)式得 $D_lN=N_lM$，且 $D_ly-N_lu=0$．如果取 $Q(s)$ 满足 $QD_l,QN_l\in\mathbb{R}\mathrm{H}_\infty$，则 $H+QD_l,F-QH_l\in\mathbb{R}\mathrm{H}_\infty$，这时有

$$\hat{x}(s)=Fu+Hy=(F-QN_l)u+(H+QD_l)y.\tag{3.11}$$

取参数 $Q(s)=\{A_Q,B_Q,C_Q,0\}$，这里 A_Q 是稳定的，矩阵(A_Q,B_Q,C_Q)分别具有维数为 $q\times q,q\times p,m\times q$，$Q(s)$ 即满足上面要求．因此，有下面定理

定理 3.2 如果系统(2.1)(设 $D=0$)满足(2.2b)，则降阶观测器(3.4)的参数化表示为

$$\dot{\omega}=\begin{bmatrix}A_Q&B_QA_{12}\\0&A_{22}\end{bmatrix}\omega+\begin{bmatrix}B_QB_1\\B_2\end{bmatrix}u+\begin{bmatrix}B_QA_{11}-A_QB_QE_{11}\\A_{21}\end{bmatrix}y,\tag{3.12a}$$
$$\hat{x}_Q=[-C_Q\quad N_2]\omega+(C_QB_QE_{11}+N_1)y.\tag{3.12b}$$

这里 A_Q,B_Q,C_Q 是合适维数的任意参数阵，A_Q 的阶数 q 也是任意的，只须 A_Q 稳定．观测器(3.12)

的阶数为$n-p+q$.

证 设$\omega=[\omega_1/\omega_2]$,从(3.1),(3.12)式得

$$\begin{aligned}\hat{x}_Q-x&=-C_Q\omega_1+N_2\omega_2+(C_QB_QE_{11}+N_1)\tilde{x}_1-N_1\tilde{x}_1-N_2\tilde{x}_2\\&=-C_Q(\omega_1-B_QE_{11}\tilde{x}_1)+N_2(\omega_2-\tilde{x}_2).\end{aligned}\tag{3.13}$$

而另一方面,有

$$\dot{\omega}_2-\dot{\tilde{x}}_2=A_{22}(\omega_2-\tilde{x}_2),\tag{3.14}$$

$$\dot{\omega}_1-B_QE_{11}\dot{\tilde{x}}_1=A_Q(\omega_1-B_QE_{11}\tilde{x}_1)+B_QA_{12}(\omega_2-\tilde{x}_2).\tag{3.15}$$

注意A_Q是稳定的,因此,对(3.12)与(2.1)的任意初始值$\omega(0)$及$Ex(0)$,由(3.13),(3.14),(3.15)有$\lim\limits_{t\to\infty}[\hat{x}_Q(t)-x(t)]=0$. 证毕.

注1 定理3.2的意义在于给出了系统(2.1)的一类观测器的统一表示.

注2 (3.12)是(3.11)的状态空间表示.

注3 当(2.1)中$D\neq0$时,只须将(3.4)与(3.12)中的y用$y-Du$代替即可.

4 结 论

本文假设系统(2.1)满足(2.2b),给出了正常系统与奇异系统统一的降阶观测器的设计及参数化表示,而且方法简单,仅需要获得系统的一个新的受限制等价分解形式.对于更弱的条件及更低阶观测器的设计,仅能考虑奇异系统,不能得到正常系统与奇异系统统一的降阶观测器及参数化表示.

参 考 文 献

1 EL-Tohami,E., Lovass-Nagy & Mukundan,R.. On the design of observers for generalized state space systems using singular value decomposition. Int. J. Control, 1983,38(3):673—683

2 Verhaegen, M. H. & Van Dooren,P.. A reduced order observer for descriptor systems. Systems & Control Letters, 1986,8(1):29—37

3 Dai,L.. Singular control systems. Berlin:Springer, 1989,102—131

4 Minamide,N., Arii, N. & Uetake,Y.. Design of observers for discriptor systems using a discriptor standard form. Int. J. Control, 1989,50(6):2141—2149

5 Yang,C. W. & Tan,H. L.. Observer design for singular systems with unknown inputs. Int. J. Control, 1989,49(6):1937—1946

6 Lewis,L. F.. Geometric design techniques for observers in singular systems. Automatica, 1990,26(2):411—415

7 Hou,M. & Müller,P. C.. Design of a class of Luenberger observers for discriptor systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1995, AC-40(1):133—136

8 Nett,C. N., Jacobson,C. A. & Balas,M. J.. A connection between state-space and doubly coprime fractional representations. IEEE Trans. Automat. Contr., 1984, AC-29(9):831—832

9 Wang,F. Y. & Balas,M. J.. Doubly coprime fractional representations of generalized dynamical systems. IEEE Trans. Automat. Contr., 1989, AC-34(7):733—734

10 Gu,D. W., Choi,B. W. & Postlethwaite,I.. Low-order stabilizing controllers. IEEE Trans. Automat. Contr, 1993,AC-38(11):1713—1717

11 Fujimori,A.. Parameterizations of stabilizing compensators by using reduced order observers. IEEE Trans. Automat. Contr., 1993,AC-38(9):1435—1439

12 Vidyasagar,M.. Control system synthesis:a factorization approach. Cambridge,MA:MIT Press, 1985,124

Reduced-Order Observer's Design and Parameterizations for Generalized Dynamical Systems

ZHANG Guoshan, CHAI Tianyou and GU Xingyuan

(Research Center of Automation, Northeastern Univesity·Shenyang, 110006, PRC)

Abstract: In this paper, regular and singular systems are unitedly represented as generalized dynamical systems. A reduced-order observer is designed by means of a new restricted equivalent form of systems, and moreover the parameterizations of reduced-order observer are developed by using doubly coprime fractional representation approach.

Key words: generalized dynamical systems; reduced-order observers; parameterizations; coprime fractional representations

本文作者简介

张国山 1961年生. 1983年毕业于东北师范大学数学系, 1989年获东北工学院应用数学专业硕士学位, 1996年获东北大学工业自动化专业博士学位. 目前感兴趣的领域为广义系统, 分散控制系统, 互质分式表示法的理论与应用.

柴天佑 1947年生. 1985年获东北大学博士学位, 现为东北大学教授, 东北大学自动化研究中心主任, 博士生导师, 国务院学位评议委员会成员. 主要从事自适应控制, 非线性系统控制, 智能控制的理论与应用的研究.

顾兴源 1928年生. 1951年毕业于清华大学电机系, 现为东北大学自动化中心教授, 博士生导师. 主要研究领域为计算机控制系统, 系统辨识, 自适应控制和鲁棒控制.