第 14 卷第 4 期
1997 年 8 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 4
Aug., 1997

混沌优化方法及其应用*

李 兵 蒋慰孙
(华东理工大学自动化研究所·上海,200237)

摘要:利用混沌运动的遍历性、随机性、"规律性"等特点,本文提出了一种混沌优化方法(chaos optimization algorithm,简称 COA). 用混沌优化方法对一类连续复杂对象的优化问题进行优化,其效率比一些目前广泛应用的随机优化方法如 SAA, CA 等要高得多,而且使用方便.

关键词:优化;随机优化方法;混沌优化方法

1 引 言

混沌是存在于非线性系统中的一种较为普遍的现象,混沌并不是一片混乱,而是有着精致内在结构的一类现象. 混沌运动具有遍历性、随机性、"规律性"等特点,混沌运动能在一定范围内按其自身的"规律"不重复地遍历所有状态. 因此,如果利用混沌变量进行优化搜索,无疑会比随机搜索更具优越性. 本文的基本思想就是用类似载波的方法将混沌状态引入到优化变量中,并把混沌运动的遍历范围"放大"到优化变量的取值范围,然后利用混沌变量进行搜索. 由于混沌运动具有遍历性、随机性、"规律性"等特点,使搜索更加有效. 文献[1]中也曾提出一种利用混沌的组合优化方法,与本文不同,它利用分叉理论通过混沌神经网络来进行寻优.

2 混沌优化方法

首先选择用于载波的混沌变量. 我们选用式(2.1)所示的 Logisic 映射[2],其中 μ 是控制参量,取 $\mu = 4$. 设 $0 \leqslant x_0 \leqslant 1, n = 0,1,2,\cdots$. 不难证明,$\mu = 4$ 时系统(2.1)完全处于混沌状态. 利用混沌对初值敏感的特点,赋给(2.1)式 i 个微小差异的初值即可得到 i 个混沌变量.

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n). \tag{2.1}$$

设一类连续对象的优化问题为

$$\min f(x_i), \quad i = 1,\cdots,n, \quad \text{s.t. } a_i \leqslant x_i \leqslant b_i\ . \tag{2.2}$$

混沌优化方法的基本步骤如下:

Step 1 算法初始化:置 $k = 1, k' = 1$;对(2.1)式中的 x_n 分别赋予 i 个具有微小差异的初值,则可得到 i 个轨迹不同的混沌变量 $x_{i,n+1}$.

Step 2 通过(2.3)式用载波的方法将选定的 i 个混沌变量 $x_{i,n+1}$ 分别引入到(2.2)式的 i 个优化变量中使其变成混沌变量 $x'_{i,n+1}$,并将混沌变量的变化范围分别"放大"到相应的优化变量的取值范围.

$$x'_{i,n+1} = c_i + d_i x_{i,n+1}. \tag{2.3}$$

其中 c_i, d_i 为常数,相当于"放大"倍数,(2.3)式为代数和.

Step 3 用混沌变量进行迭代搜索.

令 $x_i(k) = x'_{i,n+1}$,计算相应的性能指标 $f_i(k)$. 令 $x_i^* = x_i(0), f^* = f(0)$.

If $f_i(k) \leqslant f^*$ then $f^* = f_i(k)$, $x_i^* = x_i(k)$ Else if $f_i(k) > f^*$ then 放弃 $x_i(k)$.

---

* 国家自然科学基金重点资助项目 69334012.
本文于 1995 年 12 月 1 日收到. 1996 年 7 月 12 日收到修改稿.

$k := k + 1$.

Step 4 如果经过Step3的若干步搜索 f^* 都保持不变,则按(2.4)式进行第二次载波.

$$x''_{i,n+1} = x_i^* + \alpha_i x_{i,n+1}. \tag{2.4}$$

其中 $\alpha_i x_{i,n+1}$ 为遍历区间很小的混沌变量,α_i 为调节常数,可以小于1. x_i^* 为当前最优解. 反之,返回Step3.

Step 5 用二次载波后的混沌变量继续迭代搜索.

令 $x_i(k') = x''_{i,n+1}$,计算相应的性能指标 $f_i(k')$.

If $f_i(k') \leqslant f^*$ then $f^* = f_i(k')$, $x_i^* = x_i(k')$ Else if $f_i(k') > f^*$ then 放弃 $x_i(k')$.

$k' := k' + 1$.

Step 6 如果满足终止判据则终止搜索,输出最优解 x_i^*, f^*. 反之返回Step5.

虽然混沌运动在一定的范围内具有遍历性,但某些状态可能需要较长的时间才能达到,如果最优值恰好出现在这些状态上,则搜索时间势必很长,因此,我们引入二次载波. 用第一次载波经过一段搜索后可以很快找出一个近似最优解,它往往处于真正最优解的邻域内. 然后,再在近似最优解的基础上二次载波,二次载波所取的遍历范围很小,相当于在近似最优解的邻域内进行细搜索,这样可以很快找到全局最优解,大大提高搜索速度.

表1 优化结果

函数	优化方法	找到全局最优解的最优率(%)	找到全局最优解时搜索过的可行解数
F_1	COA	100	2905
	SAA	100	4530
	CA	55	3154
F_2	COA	100	758
	SAA	100	7160
	CA	100	5833
F_3	COA	100	1786
	SAA	100	6310
	CA	72	5122
F_4	COA	100	1104
	SAA	100	3170
	CA	87	3040
F_5	COA	100	1092
	SAA	53	6610
	CA	14	500

说明 表中最优率为随机运行50次的结果,但混沌搜索法例外. 在混沌搜索法中,搜索过程按混沌变量自身的规律进行,每次运行的结果都相同,没必要运行50次.

我们用混沌优化方法对(3.1)~(3.5)式所示的五个典型复杂函数[3,4]进行优化,这些函数经常被国内外学者用于对优化方法的测试,所得结果见表1.

$$F_1 = 100(x_1 - x_2) + (1 - x_1)^2, \quad -2.048 \leqslant x_i \leqslant 2.048, \tag{3.1}$$

$$F_2 = \sum_1^3 x_i^2, \quad -5.12 \leqslant x_i \leqslant 5.12, \tag{3.2}$$

$$F_3 = \sum_1^5 \mathrm{integer}(x_i), \quad -5.12 \leqslant x_i \leqslant 5.12, \tag{3.3}$$

$$F_4 = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2], \quad -2 \leqslant x_i \leqslant 2, \tag{3.4}$$

$$F_5 = 0.5 - \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2} - 0.5}{(1+0.001(x^2+y^2))^2}, \quad -4 \leqslant x, y \leqslant 4. \tag{3.5}$$

3 结　　论

混沌优化方法直接采用混沌变量进行搜索,搜索过程按混沌运动自身的规律进行,不需要象有些随机优化方法那样通过按某种概率接受"劣化"解的方式来跳出局部最优解,因此混沌优化方法更容易跳出局部最优点,搜索效率高.应用结果表明,混沌优化方法比模拟退火法等随机优化方法搜索速度更快,且结构简单,使用方便,是解决连续对象优化问题的方便有效的新途径.

参　考　文　献

1 Chen, L., et al.. Optimization by chaotic simulated annealing. 中日青年国际学术讨论会论文集,日本,神奈川,1995,3,57—59

2 卢侃等.混沌动力学.上海:上海翻译出版社,1990

3 Goldberg, D. E., et al.. Genetic algorithms in search, Optimization and Machine Learning, Addison Wesley, 1989

4 Potts, J. C., et al.. The development and evaluation of an improved genetic algorithm based on migration and artificial selection. IEEE Trans. Syst. Man and Cybern., 1994,24(1):73—85

Chaos Optimization Method and Its Application

LI Bing and JIANG Weisun

(Research Institute of Automatic Control, East China University of Science & Technology · Shanghai, 200237, PRC)

Abstract: By the use of the properties of ergodicity, stochastic property, and "regularity" of chaos, a chaos optimization algorithm is proposed (COA). The efficiency of COA is much higher than some stochastic algorithms such as SAA and CA when COA is used to a kind of continuous problems. The chaos optimization method is very simple and convenient to use.

Key words: optimization; stochastic optimization algorithm; chaos optimization algorithm

本文作者简介

李　兵　1962年生.1996年毕业于华东理工大学,获博士学位,现为唐山大学副教授.目前主要研究兴趣为:复杂问题优化方法的研究,系统工程,神经网络,智能控制等.

蒋慰孙　1926年生.华东理工大学教授.目前主要研究领域为复杂工业过程的建模与优化,柔性工业系统的调度,故障诊断及智能控制等.