第14卷第5期
1997年10月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 14, No. 5
Oct., 1997

非线性不确定系统的积分器实用镇定原理*

梅生伟　秦化淑　洪奕光　　　陈彭年
（中国科学院系统科学研究所·北京，100080）（中国计量学院·杭州，310034）

摘要：给定一类带有匹配不确定性的非线性系统，在其自由系统是指数渐近稳定的条件下，其积分器补偿延拓系统可以用一族光滑反馈控制律实用镇定.

关键词：实用 Lyapunov 条件；实用镇定；积分器

1 引　言

对满足匹配条件的不确定仿射非线性系统的镇定的研究，已有不少结果. 这方面有代表意义的工作是[1]. 文[1]构造了一族控制律，可以实用镇定不确定系统. 而对系统的镇定，我们有一般意义下的积分器镇定原理[6]. 综合上述两个方面，本文考虑的问题是：对非线性不确定系统是否亦有相应的积分器实用镇定原理？即若原系统能被一族控制律实用镇定，则其加积分器的延拓补偿系统也可被一族光滑反馈控制律实用镇定. 文[2]讨论了一类非线性系统的加积分器实用镇定问题，但它要求原来的系统是能被 Lyapunov 意义下可镇定的，这是一个很强的条件. 本文运用实用 Lyapunov 条件来研究不确定系统[3]，对原来的系统不需上述假设，证明了相应的积分器实用镇定原理.

2 非线性不确定系统的实用镇定

考察下列非线性不确定系统：

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + (g(x) + \Delta g(x))u. \tag{2.1}$$

这里，$x \in \mathbb{R}^n$，$u \in \mathbb{R}^m$分别表示系统的状态和控制输入；$f(x)$，$g(x)$，$\Delta f(x)$和$\Delta g(x)$是相应维数的矩阵函数.

基本假设：

1）不确定性 $\Delta f(x)$，$\Delta g(x) \in \operatorname{span}\{g(x)\}$，即存在映射 $e: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$和 $E: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n\times m}$ 使得下式成立：$\Delta f(x) = g(x)e(x)$，$\Delta g(x) = g(x)E(x)$.

2）$\forall\, x \in \mathbb{R}^n$，$\|E(x)\| < 1$；存在 $\Delta_1(x) > 0$，使得 $\|e(x)\| \leqslant \Delta_1(x)$ 且

$$\lim_{\|x\|\to 0} \frac{\|x\|^{\frac{1+\sigma}{2}}}{\|\Delta_1(x)\|} = c. \tag{2.2}$$

这里，$\sigma > 0$，$c \geqslant 0$ 均为正常数.

3）不确定性有界，即存在正数M_1，$M_2 > 0$，$\forall\, x \in \mathbb{R}^n$，有 $\|\Delta f(x)\| \leqslant M_1$，$\|\Delta g(x)\| \leqslant M_2$.

4）$f(x)$，$g(x)$，$e(x)$ 和 $E(x)$ 均为光滑矩阵函数.

5）标称自由系统：

$$\dot{x} = f(x) \tag{2.3}$$

以原点 0_n 为其唯一的指数渐近稳定平衡点.

定义 2.1[1]　我们称系统(2.1)能被一族反馈控制律 $\{k_r(x), r > 0\}$ 在原点 0_n 实用镇定，

* 国家自然科学基金资助项目.
本文于1996年2月5日收到. 1996年10月14日收到修改稿.

如果对任意给定的充分小的正数 r，$\forall\ x_0 \in N, S(0,r) \subset N$，闭环系统

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + (g(x) + \Delta g(x))k_r(x) \tag{2.4}$$

的解 $x_r(t,t_0)$ 当 t 大于某个时刻 t_0 时进入 $S(0,r)$，且以后一直停留在其中.

这里，$S(0,r)$ 是以 $x=0$ 为圆心，r 为半径的开球，N 是$\mathbb{R}^n$ 中的一紧致子集.

定理 2.2　系统(2.1)是基本假设 1)～5)下，可被一族 C^1 反馈律$\{k_r(x), r>0\}$在原点实用镇定.

证　由基本假设 5)，系统(2.3)指数渐近稳定，故根据逆 Lyanupov 定理[1]，存在 C^1 正定函数 $V(x)$，及原点的一个紧致邻域 N，使得 $\forall\ x \in N$ 下式成立：

$$c_1\|x\|^2 \leqslant V(x) \leqslant c_2\|x\|^2, \tag{2.5}$$

$$\dot{V}(x)|_{(2.3)} \leqslant -c_3\|x\|^2, \tag{2.6}$$

$$\left\|\frac{\partial V}{\partial x}\right\| \leqslant c_4\|x\|. \tag{2.7}$$

c_1, c_2, c_3, c_4 均为常数.

因为 $\forall\ x \in \mathbb{R}^n$，$\|E(x)\| < 1$，又 N 是紧致集，故必存在正数 $\Delta_2 < 1$，使得：$\forall\ x \in N$.

$$\|E(x)\| \leqslant \Delta_2 < 1 \tag{2.8}$$

成立.

如此，对任意给定的正数 r，取

$$\gamma(x) = \frac{\Delta_1^2(x)}{4[1-\Delta_2][\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \frac{\partial V}{\partial x}f(x)]}, \tag{2.9}$$

其中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ 按如下规则选取：

i) $0 \leqslant \varepsilon_1 < 1$，ii) $0 < \varepsilon_2$，iii) $\dfrac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1} < \dfrac{c_1 c_3}{c_2} r^2$.

实际上，$\varepsilon_2 = O(r^2)$.

现在利用(2.9)构造反馈控制律：

$$k_r(x) \triangleq -\gamma(x) g^{\mathrm{T}}(x) \frac{\partial V}{\partial x}. \tag{2.10}$$

考察相应的闭环系统

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) - (g(x) + \Delta g(x))\gamma(x) g^{\mathrm{T}}(x) \frac{\partial V}{\partial x}. \tag{2.11}$$

由(2.4)，(2.5)，(2.6)和(2.10)得[1]：任取 $r>0$，使 $S(0,r) \subset N, \forall\ x_0 \in N$. 这时对所有构造的反馈律 $k_r(x)$，存在有限时间 $T(r) < \infty$，使相应的闭环系统(2.11)的解 $x_r(t)$ 满足，当 $t \geqslant t_0 + T(r)$ 时，$\|x_r(t)\| < r$.

根据定义 2.1，系统(2.1)可以被一族反馈律$\{k_r(x), r>0\}$在原点实用镇定.

又根据(2.10)可知，$k_r(x)$ 在 N 上连续可微，特别满足下列性质：

命题 2.3　如果$\lim\limits_{i\to\infty} r_i = 0, r_i \subset \mathbb{R}^+, \lim\limits_{i\to\infty} x_{r_i} = 0$，则

$$\lim_{i\to\infty} k_{r_i}(x_{r_i}) = 0. \tag{2.12}$$

事实上，由

$$\|k_{r_i}(x_{r_i})\| \leqslant \left\{\frac{\|\Delta_1^2(x))\|}{4(1-\Delta_2)|\varepsilon_2 - \varepsilon_1 \frac{\partial V}{\partial x} f(x)|} \cdot \|g^{\mathrm{T}}(x)\| \cdot \left\|\frac{\partial V}{\partial x}\right\|\right\}\Big|_{x=x_{r_i}}$$

$$\leqslant \{\frac{c_0c_4\|x\|^{1+\sigma}}{4(1-\Delta_2)(\varepsilon_2+\varepsilon_1c_3\|x\|^2)}\cdot\|g^{\mathrm{T}}(x)\|\cdot\|x\|\}|_{x=x_{r_i}}$$

$$\leqslant\frac{c_0c_4\|x_{r_i}\|^{2+\sigma}}{4(1-\Delta_2)(\varepsilon_2+\varepsilon_1c_3\|x_{r_i}\|^2)}\cdot\|g^{\mathrm{T}}(x_{r_i})\|,$$

(2.12)立即可得证. (式中 c_0 是由 c 决定的正数.)

3 加积分器的非线性不确定系统的实用镇定

用动态补偿的方法来解决系统的光滑实用镇定问题是一个重要的研究方向[6]. 所谓动态补偿方法是指:

定义 3.1 对非线性不确定系统(2.1),选择 C^∞ 可逆阵 β,记 $(g+\Delta g)\beta=\{\bar g_1+\overline{\Delta g}_1,\cdots,\bar g_m+\overline{\Delta g}_m\}$;然后在 $\bar g_1+\overline{\Delta g}_1,\cdots,\bar g_m+\overline{\Delta g}_m$ 中选出 q 中输入渠道,记 $\Lambda=\{i_1,\cdots i_m\}\subset\{1,2,\cdots,m\}$. 在这些输入渠道加入积分器,得下述系统

$$\begin{cases}\dot x=f(x)+\Delta f(x)+\sum\limits_{j\in\lambda}(\bar g_j+\overline{\Delta g}_j)w_j+\sum\limits_{j\in\lambda^c}(\bar g_j+\overline{\Delta g}_j)v_j,\\ \dot w_j=v_j,\quad j\in\Lambda.\end{cases}\tag{3.1}$$

这里,$\Lambda^c=\{1,2,\cdots,m\}/\Lambda$. 系统(3.1) 称为系统(2.1) 的动态补偿延拓系统.

当取 β 为单位矩阵,$\Lambda^c=\phi$ 时,系统(3.1)变为:

$$\begin{cases}\dot x=f(x)+\Delta f(x)+\sum\limits_{j=1}^{m}(g_j+\Delta g)w_j,\\ \dot w_j=v_j,\quad j=1,2,\cdots,m.\end{cases}\tag{3.2}$$

简记为

$$\begin{cases}\dot x=f(x)+\Delta f(x)+(g+\Delta g)w,\\ \dot w=v.\end{cases}\tag{3.3}$$

显然,系统(3.3)是系统(2.1)加积分器后所成的系统,我们考虑的积分器实用镇定问题可表述如下:当系统(2.1)能被一族反馈实用镇定时,系统(3.3)能否实现光滑实用镇定? 直接由定义2.1来解决这个问题是很困难的. 我们先介绍一个定义.

定义 3.2[2,4,5] 我们称系统(2.1)满足实用 Lyapunov 条件:如果存在一族连续可微映射 $\Phi_r:\mathbb{R}^n\to\mathbb{R},\Phi_r(0)=0,r>0,\mathbb{R}^n$ 中的紧致领域 N 和 $N_r\subset B(0,r)\subset N$;使得下述条件成立:

1) Φ_r 在 $N-N_r$ 上是严格正定的.

2) $\forall\, r>0$,当 $x\in N-N_r$ 时,如果 $\frac{\partial\Phi_r}{\partial x}(g(x)+\Delta g(x))=0$,就有 $\frac{\partial\Phi_r}{\partial x}(f(x)+\Delta f(x))<0$.

3) $\min\{\Phi_r(x),x\in\partial N\}>\max\{\Phi_r(x),x\in S[0,r]\}$,这里,$\partial N$ 是 N 的边界,$S(0,r)$ 是以 r 为半径,原点为圆心的闭球.

4) $\{r_i\}\subset\mathbb{R}^+$ 和 $\{x_{r_i}\}\subset N$,如果 $\lim_{i\to\infty}r_i=0,\lim_{i\to\infty}x_{r_i}=a$,则有

$$\overline{\lim}_{i\to\infty}\Phi_{ri}(x_{r_i})=0,\quad 当\ a=0\ 时;$$

$$\lim_{i\to\infty}\Phi_{ri}(x_{r_i})=0,\quad 当\ a>0\ 时.$$

上述定义提供了一个判断系统(2.1)是否能被一族反馈律光滑实用镇定的方法,即

定理 3.3[4] 如果系统(2.1)满足实用 Lyapunov 条件,则其在零点处可被一族光滑反馈控制律实用镇定.

我们证明下面的结果.

定理 3.4 在定理 2.2 的假设下,系统(2.1)的积分延拓系统(3.3)满足实用 Lyapunov 条

件.

证 令 $\overline{N} \triangleq \{(x,w) | x \in N, \| w \| \leqslant 2L\}$,式中 L 为待定的正数. $\forall r > 0$,取含$\mathbb{R}^{n+m}$ 中原点 O 的球 $\overline{S}(0,r)$ 使 $S(0,r) \subset \overline{N}$ 成立.

又取适当的正函数 $l(r) = l$,使 $\overline{N}_r \triangleq \{(x,w) | \| x \| \leqslant l(r), \| w \| \leqslant L\} \subset \overline{S}(0,r)$.

这时取关于 (x,w) 的函数 $\Phi_r(x,w) = V(x) + \frac{1}{2}\| w - k_r(x) \|^2$.

这里,$r > 0, (x,w) \in \overline{N}, k_r(x)$ 即是定理 2.2 中所取的反馈控制律.

现在我们对函数 $\Phi_r(x,w)$ 逐条验证定义 3.2 中关于实用稳定的四个条件 1),2),3) 和 4).

1) 显然,函数 $\Phi_r(x,w)$ 在上严格正定.

2) 先将系统(3.3)改写成下列仿射形式:

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f + \Delta f + (g + \Delta g)w \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} v. \tag{3.4}$$

这里 I 是 $m \times m$ 单位矩阵.

记
$$F = \begin{pmatrix} f + \Delta f + (g + \Delta g)w \\ 0 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}, \quad z = \begin{pmatrix} x \\ w \end{pmatrix}.$$

计算系统(3.4)的控制 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_r}{\partial z}F + \frac{\partial \Phi_r}{\partial z}Gv &= \frac{\partial \Phi_r}{\partial (x,w)}F + \frac{\partial \Phi_r}{\partial (x,w)}Gv \\
&= \{\frac{\partial V}{\partial x}[(f + \Delta f) + (g + \Delta g)w] + (w - k_r(x))^{\mathrm{T}}v\} \\
&\quad + \{-(w - k_r(x))^{\mathrm{T}}\frac{\partial k_r}{\partial x}[(f + \Delta f) + (g + \Delta g)w]\} \\
&= \{\frac{\partial V}{\partial x}[(f + \Delta f) + (g + \Delta g)w] \\
&\quad + (w - k_r(x))^{\mathrm{T}}\{v - \frac{\partial k_r}{\partial x}[(f + \Delta f) + (g + \Delta g)w]\}.
\end{aligned} \tag{3.5}$$

在上述式子中,取

$$v_i = \begin{cases} 0, & w = k_r(x). \\ \dfrac{(y - k_r(x))_i}{\| w - k_r(x) \|^2}[-\dfrac{\partial V}{\partial x}(f + gw) - M_1 \| \dfrac{\partial V}{\partial x} \| - M_2 \| \dfrac{\partial v}{\partial x} \| \cdot \| w \|] & \\ + [(\dfrac{\partial k_r}{\partial x})_i(f + gw) - \mathrm{sgn}(w - k_r(x))_i \cdot \| \dfrac{\partial k_r}{\partial x} \| (M_1 + M_2) \| w \|], & w \neq k_r(x). \end{cases}$$

$i = 1,2,\cdots,m$.

如此,将 v_i 代入(3.5)的最后一式得:

$$\frac{\partial \Phi_r}{\partial z}F + \frac{\partial \Phi_r}{\partial z}Gv = \begin{cases} \dfrac{\partial V}{\partial x}[(f + \Delta f) + (g + \Delta g)k_r(x)], & w = k_r(x), \\ \mu_0, & w \neq k_r(x). \end{cases} \tag{3.6}$$

式中,若 $w \neq k_r(x)$,则

$$\mu_0 = \frac{\partial V}{\partial x}[\Delta f + \Delta gw] - \| \frac{\partial V}{\partial x} \| M_1 - \| \frac{\partial V}{\partial x} \| \cdot \| w \| M_2 - (w - k_r(x))^{\mathrm{T}}(\frac{\partial k_r(x)}{\partial x})(\Delta f + \Delta gw)$$
$$+ (w - k_r(x))^{\mathrm{T}}[-\mathrm{sgn}(w - k_r(x)), \cdots, -\mathrm{sgn}(w - k_r(x))_m]^{\mathrm{T}} \cdot \| \frac{\partial k_r}{\partial x} \| (M_1 + M_2 \| w \|)$$

$$\leqslant -(w-k_r(x))^{\mathrm{T}}(\frac{\partial k_r(x)}{\partial x})(\Delta f+\Delta g w)-\sum_{i=1}^{m}|w-k_r(x)|_i\cdot\|\frac{\partial k_r}{\partial x}\|(M_1+M_2)\|w\|)$$

$$\leqslant\|w-k_r(x)\|\cdot\|\frac{\partial k_r}{\partial x}\|(M_1+M_2\|w\|)-\sum_{i=1}^{m}|w=k_r(x)|_i\cdot\|\frac{\partial k_r}{\partial x}\|(M_1+M_2)\|w\|$$

$$<0. \tag{3.7}$$

若 $w=k_r(x)$，注意到定理2.2中的结果

$$\frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1}<\frac{c_1c_3}{c_2}r^2. \tag{3.8}$$

若取 $l(r)=\sqrt{\frac{c_2}{c_1c_3}}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1}}$，当 $\|x\|>l(r)$ 时，必有：$\|x\|>\frac{1}{\sqrt{c_3}}\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{1-\varepsilon_1}}$.

从而

$$\frac{\partial V}{\partial x}[(f+\Delta f)+(g+\Delta g)k_r(x)]<0. \tag{3.9}$$

另外，$\forall\, r>0$，考虑到(3.8)式，总可找到 $N_r=\{x\mid\|x\|<l(r)\}$，使 $N_r\subset S(0,r)\subset N$. 进而存在 $\overline{N}_r\subset\overline{S}(0,r)\subset\overline{N}$ 且 $\forall\, z\in\overline{N}-\overline{N}_r$，由(3.7)及(3.9)得：存在 v 使得

$$\frac{\partial\Phi_r}{\partial z}F+\frac{\partial\Phi_r}{\partial z}Gv<0 \tag{3.10}$$

成立. 由此可推出：条件2)成立.

3) 用反证法.

若不然，则有 $\min\{\Phi_r(z)\mid z\in\partial\overline{N}\}\leqslant\max\{\Phi_r(z)\mid z\in\overline{S}(0,r)\}$

此时一定存在 $\{z_{r_i}\}\subset\partial\overline{N}$ 和 $\{y_{r_i}\}\subset\partial\overline{S}[0,r_i]$ 使得 $z_{r_i}\to z=\begin{pmatrix}x\\w\end{pmatrix}\in\partial\overline{N}$ 且

$$\Phi_{r_i}(z_{r_i})\leqslant\Phi_{r_i}(y_{r_i}). \tag{3.11}$$

因为 $\lim\limits_{i\to\infty}r_i=0$，故 $\lim\limits_{i\to\infty}y_{r_i}=0$. 记 $y_{r_i}=\begin{bmatrix}\overline{x}_{r_i}\\\overline{w}_{r_i}\end{bmatrix}$，注意到(2.12)式，则有

$$\begin{aligned}\lim_{i\to\infty}\Phi_{r_i}(y_{r_i})&=\lim_{i\to\infty}V(\overline{x}_{r_i})+\lim_{i\to\infty}\|\overline{w}_{r_i}-k_{r_i}(\overline{x}_{r_i})\|\\&=V(0)+\|0-0\|=0.\end{aligned}$$

又存在 $\{z'_{r_i}\}\subset\{z_{r_i}\}$ 使得 $\lim\limits_{i\to\infty}z'_{r_i}=z=\begin{pmatrix}x\\w\end{pmatrix}\in\partial\overline{N}$. 记 $z'_{r_i}=\begin{bmatrix}x'_{r_i}\\w'_{r_i}\end{bmatrix}$.

此时有 $\lim\limits_{i\to\infty}k_{r_i}(x'_{r_i})=\infty$.

$$\lim_{i\to\infty}\Phi_{r_i}(z'_{r_i})=V(x)+\frac{1}{2}\|w-\lim_{i\to\infty}k_{r_i}(x'_{r_i})\|=+\infty. \tag{3.12}$$

这与(3.11)矛盾，故条件3)得证.

4) 若 $\lim\limits_{i\to\infty}r_i=0$，$\{r_i\}\subset R^+$ 且 $\{z_{r_i}\}\subset\overline{N}$，$\lim\limits_{i\to\infty}z_{r_i}=z=\begin{pmatrix}x\\w\end{pmatrix}$，

则若 $z=0$，由(2.12)得：$\overline{\lim}_{i\to+\infty}\Phi_{ri}(z_{r_i})=0$.

记 $z_{ri}=\begin{bmatrix}x_{r_i}\\w_{r_i}\end{bmatrix}$，若 $z>0$，则

$$\begin{aligned}\underline{\lim}_{i\to+\infty}\Phi_{r_i}(z_{r_i})&=\underline{\lim}_{i\to+\infty}[V(z_{r_i})+\frac{1}{2}\|w_{r_i}-k_{r_i}(x_{r_i})\|]\\&\geqslant\underline{\lim}_{i\to+\infty}V(x_{r_i})=V(x)>0.\end{aligned}$$

这样条件 4)得证.

综合 1),2),3)和 4),根据定义 3.2 和定理 3.3 可知,系统(2.1)的积分延拓系统(3.4)可被一族光滑函数实用镇定.

4 结　语

本文讨论了一类满足匹配条件的不确定性非线性系统加积分器的实用镇定问题,综合文[1],[2]和本文的结果,我们的主要结论是:如果非线性不确定系统的自由标称系统是指数渐近稳定的,那末积分器实用镇定原理对该类系统是成立的,这是一个较重要的推广,通常系统实用稳定的判断较 Lyapunov 意义下渐近稳定复杂,但前者更具工程和物理意义,必须指出,本文在原系统加积分器的方法是动态补偿的一种特殊形式[7],这为用动态补偿方法研究该类系统的镇定问题做了一个良好的偿试.

参 考 文 献

1 Barmish, B. R., Coreless M. and Leitmann, G.. A new class of stabilization controllers for uncertain dynamical systems. SIAM. Control and Optimization, 1983,21(2):246—255

2 Tsinias, J.. Existence of control lyapunov functions and applications to state feedback stabilizability of nonlinear systems. SIAM. J. Control and Optimization, 1991,29(2):457—473

3 Tsinias, J.. Sufficient lyapunovlike conditions for stabilization. Math. Control Signals Systems. 1989,2(2):343—357

4 Sontag, E. D.. Feedback stabilization for nonlinear systems. Proc. MTNS'89, 1989,457—463

5 Aeyels, D.. Remarks on the stabilizability of nonlinear systems by smooth feedback perspective in control theory. Proc. of the Sielpia Conference, Sielpia, Poland, September 19—24,1988,1—11

6 陈彭年.非线性系统反馈镇定.上海交通大学博士论文,1994

7 程代展.非线性系统的几何理论.北京:科学出版社,1988,20—100

8 Tsinias, J.. Stabilization of affine in control nonlinear systems. Nonlinear Anal. Methods Theory Appl. 1998,12:1238—1296

9 夏晓华,高为炳.非线性系统控制及解耦.北京:科学出版社,1993

10 Isidori. Nonlinear Control Theory. New York: Springer-Verlag, 1989

The Integrator Practical Stabilization Theorem of Nonlinear Uncertain System

MEI Shengwei, QIN Huashu and HONG Yiguang

(Institute of Systems Science, Academia Sinica • Beijing, 100080,PRC)

CHEN Pengnian

(Chinese Metrology College • Hangzhou, 310034,PRC)

Abstract: In this paper, a class of nonlinear system with matching uncertainties is studied. If the unforced nominal system is asymptotically stabilizable at zero, its integrator compensation system can be practically stabilized means of the family of smooth feedback laws.

Key words: practical Lyapunov condition; practical stabilization; integrator

本文作者简介

梅生伟　见本刊 1997 年第 2 期第 237 页.

秦化淑　见本刊 1997 年第 2 期第 237 页.

洪奕光　见本刊 1997 年第 2 期第 237 页.

陈彭年　见本刊 1997 年第 2 期第 237 页.