



类数.

$u_i(k)$ : FMS<sub>i</sub> 在周期  $k$  计划生产的工件数, 是  $n_i$  维列向量.

$\alpha_i(k)$ : FMS<sub>i</sub> 在周期  $k$  所需要的在制品存储水平, 是  $n_i$  维列向量. 当  $\alpha_i(k) = 0$  时, 表示需要零在制品存储.

$\beta_i(k)$ : FMS<sub>i</sub> 在各加工设备(数控机床、加工中心等)在周期  $k$  可用于加工的时间(在周期  $k$  中扣除设备故障维修时间等所剩的时间), 是  $m_i$  维列向量.  $m_i$  是 FMS<sub>i</sub> 中加工设备的台数.

$d_i(k)$ : 在周期  $k$  对 FMS<sub>i</sub> 产品输出的需求量, 是  $n$  维列向量.

$W_i(k)$ :  $m_i \times n_i$  维矩阵, 表示 FMS<sub>i</sub> 各加工设备在周期  $k$  加工  $n_i$  种工件所需的加工时间.

$C_i$ :  $n \times n_i$  维布尔型矩阵, 是 FMS<sub>i</sub> 的输出矩阵.

$G_i(N+1), Q_i(k)$ :  $n_i \times n_i$  维对称(半)正定加权矩阵.

$R_i(k)$ :  $m_i \times m_i$  维对称正定加权矩阵.

$S_i(k)$ :  $n \times n$  维对称正定加权矩阵.

FAW 的动态方程可表示成:

$$x_i(k+1) = x_i(k) - u_i(k) + z_i(k) + G_i r(k), \quad (2)$$

初始条件

$$x_i(1) = x_{i1}.$$

式中:

$z_i(k)$ : 其它 FMS<sub>j</sub> 在周期  $k$  送给 FMS<sub>i</sub> 的半成品, 也叫关联输入, 是  $n_i$  维列向量.

$r(k)$ : 周期  $k$  输入给 FAW 的毛坯数量, 是  $n$  维列向量.

$G_i$ :  $n_i \times n$  维输入矩阵.

假设需经历多个 FMS 的工件在一个 FMS 加工完后立即被送到下一 FMS 继续加工并且传送时间可以忽略, 那么关联方程可写成

$$z_i(k) = \sum_{j=1}^M L_{ij} u_j(k). \quad (3)$$

式中:

$L_{ij}$ :  $n_i \times n_j$  维布尔型关联矩阵, 反映了 FMS<sub>j</sub> 半成品的输出到 FMS<sub>i</sub> 输入的关联.

到此, FAW 的最优生产计划与控制问题可描述为

$$\begin{aligned} \min_u J = & \sum_{i=1}^M \left[ \frac{1}{2} \| x_i(N+1) - \alpha_i(N+1) \|_{G_i(N+1)}^2 + \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} (\| x_i(k) - \alpha_i(k) \|_{Q_i(k)}^2 \right. \\ & \left. + \| W_i(k)u_i(k) - \beta_i(k) \|_{R_i(k)}^2 + \| C_i u_i(k) - d_i(k) \|_{S_i(k)}^2) \right] \end{aligned} \quad (4)$$

s. t. (2), (3).

### 3 关联预测算法推导

考虑式(4)的拉格朗日:

$$\begin{aligned} L(x, u, z, \lambda, p) = & \sum_{i=1}^M L_i(x_i, u_i, z_i, \lambda, p_i) = \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{1}{2} \| x_i(N+1) - \alpha_i(N+1) \|_{G_i(N+1)}^2 \right. \\ & + \sum_{k=1}^N \left[ \frac{1}{2} (\| x_i(k) - \alpha_i(k) \|_{Q_i(k)}^2 + \| W_i(k)u_i(k) - \beta_i(k) \|_{R_i(k)}^2 \right. \\ & \left. + \| C_i u_i(k) - d_i(k) \|_{S_i(k)}^2) + \lambda_i^T(k) z_i(k) - \sum_{j=1}^M \lambda_j^T(k) L_{ji} u_j(k) \right\} \end{aligned}$$

$$+ p_i^T(k+1)(x_i(k) - u_i(k) + z_i(k) + G_i r(k) - x_i(k+1))\} \quad (5)$$

对任何给定的  $z = z^*$ ,  $\lambda = \lambda^*$ , 式(5)可化成  $M$  个独立的 FMS 最优生产控制问题。现在考虑 FMS<sub>i</sub> 的哈密尔顿函数

$$\begin{aligned} H_i(\cdot) = & \frac{1}{2} \|x_i(k) - \alpha_i(k)\|_{Q_i(k)}^2 + \frac{1}{2} \|W_i(k)u_i(k) - \beta_i(k)\|_{R_i(k)}^2 \\ & + \frac{1}{2} \|C_i u_i(k) - d_i(k)\|_{S_i(k)}^2 + \lambda_i^{*\top}(k)z_i^*(k) - \sum_{j=1}^M \lambda_j^{*\top}(k)L_{ji}u_i(k) \\ & + p_i^T(k+1)(x_i(k) - u_i(k) + z_i^*(k) + G_i r(k)). \end{aligned} \quad (6)$$

由优化必要条件并通过假设  $p_i(k) = K_i(k)x_i(k) + g_i(k)$  和利用式(2), 可求得黎卡提和伴随方程如下:

$$K_i(k) = Q_i(k) + B_i^{-1}(k)K_i(k+1) \quad (7)$$

$$\text{s.t. } K_i(N+1) = G_i(N+1).$$

$$g_i(k) = B_i^{-1}(k)g_i(k+1) + F_i(k) - Q_i(k)\alpha_i(k) \quad (8)$$

$$\text{s.t. } g_i(N+1) = -G_i(N+1)\alpha_i(N+1).$$

式(7)和(8)中

$$B_i(k) = I + K_i(k+1)A_i^{-1}(k), \quad (9)$$

$$A_i(k) = W_i^T(k)R_i(k)W_i(k) + C_i^T S_i(k)C_i, \quad (10)$$

$$F_i(k) = B_i^{-1}(k)K_i(k+1)(z_i^*(k) + G_i r(k) - A_i^{-1}(k)E_i(k)), \quad (11)$$

$$E_i(k) = W_i^T(k)R_i(k)\beta_i(k) + C_i^T S_i(k)d_i(k) + \sum_{j=1}^M L_{ji}^T \lambda_j^*(k). \quad (12)$$

再利用上述推导过程的中间结果和式(2), 将控制和状态向量表示成

$$u_i(k) = N_i(k)x_i(k) + T_i(k), \quad (13)$$

$$x_i(k+1) = V_i(k)x_i(k) + M_i(k). \quad (14)$$

式(13)和(14)中

$$N_i(k) = A_i^{-1}(k)B_i^{-1}(k)K_i(k+1), \quad (15)$$

$$T_i(k) = A_i^{-1}(k)[E_i(k) + F_i(k) + B_i^{-1}(k)g_i(k+1)], \quad (16)$$

$$M_i(k) = z_i^*(k) + G_i r(k) - T_i(k), \quad (17)$$

$$V_i(k) = I - N_i(k). \quad (18)$$

下面考虑协调级的任务, 即更新  $z_i^*$  和  $\lambda_i^*$ 。由式(5)并利用求最优值的必要条件, 可推得

$$\frac{\partial L}{\partial z_i} \Big|_{z_i=z_i^*}^{\lambda_i=\lambda_i^*} = \lambda_i^*(k) + p_i(k+1) = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} \Big|_{z_i=z_i^*}^{\lambda_i=\lambda_i^*} = z_i^*(k) - \sum_{j=1}^M L_{ij}u_j(k) = 0. \quad (20)$$

所以, 第二级的协调任务是

$$\begin{bmatrix} \lambda_i^*(k) \\ z_i^*(k) \end{bmatrix}^{l+1} = \begin{bmatrix} -K_i(k+1)x_i(k+1) - g_i(k+1) \\ \sum_{j=1}^M L_{ij}u_j(k) \end{bmatrix}^l. \quad (21)$$

式中  $l$  是迭代次数。

由式(7)和(9)知, 当  $B_i(k)$  和  $A_i(k)$  满秩时, 由式(4)所定义的 FAW 最优生产计划与控制

问题可由下述算法来求解.

### 算法 1 车间最优生产计划与控制的关联预测算法:

Step 1 在协调级设  $l = 1$ , 猜测初始值  $z_i(k) = z_i^*(k)$ ,  $\lambda_i(k) = \lambda_i^*(k)$ , 并将它们送给第一级;  $i = 1, 2, \dots, M$ ;  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Step 2 在第一级利用式(9)和(10)解  $M$  个矩阵黎卡提方程式(7), 并进行存储.

Step 3 在第一级利用式(9)~(12)解  $M$  个伴随方程式(8), 并进行存储.

Step 4 利用  $K_i(k)$ ,  $g_i(k)$  和式(13)~(18) 计算  $u_i(k)$  和  $x_i(k+1)$ ;  $i = 1, 2, \dots, M$ ;  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Step 5 检查式(19)和(20)左边的范数是否小于一个很小正数. 如果是, 则停止迭代, 否则利用式(21)更新  $\lambda_i^*(k)$ ,  $z_i^*(k)$ , 并置  $l = l + 1$ , 转 Step 3.

## 4 应用举例

我们已将上述算法用 TURBO C 2.0 编成 IPA(Interaction/Prediction Algorithm)软件包. IPA 具有友好的用户界面, 便于用户输入、修改算法的数据和参数. 考虑到 IPA 既可以单独运行, 又可以作为 FAW 控制器算法库中的一个算法模块, 及 IPA 的运行需要大量的数据和参数等因素, 我们采取数据文件的形式存取运行 IPA 所需要的所有数据和参数, 以便与 FAW 控制器中的其它模块、CIMS/MRP II 和各 FMS 控制器交换数据, 也便于用户修改、输入数据和参数. 下面将以一个简化的例子, 说明 IPA 的应用.

**例 1** 不失一般性, 假设一个 FAW 有四个功能上互补的 FMS, 每个 FMS 有四台功能上互补或相同的机床. CIMS/MRP II 下达给 FAW 的周计划中共有四种零件, 其中  $p_1$  种零件经历第 1, 2, 3, 4 个 FMS,  $p_2$  经历第 4, 2, 3, 1 个 FMS,  $p_3$  经历第 1, 3, 2, 4 个 FMS,  $p_4$  经历第 3, 1, 4, 2 个 FMS. 它们可以经过每一个 FMS 的部分或所有机床, 也可以经历单一或多条路径(意为选择多台机床). 四种零件的总工序数分别为 7, 6, 7, 8, 单件总加工时间为 5.68, 4.35, 5.49, 11.21 小时, 周产量分别为 40, 60, 50, 30 件. 一周共五天工作日, 每天分两班, 每班每台机床的可用时间为 7 小时(已扣除设备故障的平均维修时间). 毛坯供给和产品需求相一致, 都为每班相应于四种零件分别为 4, 6, 5, 3. 初始状态  $x_{i1}$  为零向量.  $G_i(N+1) = Q_i(k) = R_i(k) = I$ ,  $S_i(k) = 9I$ .  $a_i(k)$  为零向量, 即要求零存储. 迭代终止条件为式(19)和(20)左边的范数  $\|\cdot\|_2$  小于 0.3162.

在 EC 386/25 上运行 IPA, 初选  $z_i^*(k) = \lambda_i^*(k) = (1 \ 1 \ 1 \ 1)^T$ , 经过 44 次迭代, 共运行 39 秒钟, 求得 FMS<sub>i</sub> 在周期  $k$  计划生产的最优工件数(包括成品和需要送到其它 FMS 继续加工的工件)  $u_i^*(k) = (4 \ 6 \ 5 \ 3)^T$ , 各 FMS 在周期  $k$  计划输出的最优成品数分别为  $y_1^*(k) = C_1 u_1^*(k) = (0 \ 6 \ 0 \ 0)^T$ ,  $y_2^*(k) = (0 \ 0 \ 0 \ 3)^T$ ,  $y_3^*(k) = (0 \ 0 \ 0 \ 0)^T$ ,  $y_4^*(k) = (4 \ 0 \ 5 \ 0)^T$ , 在制品存储量  $x_i^*(k)$  接近于零,  $J^* = 2.69$ , 其中  $u_i^*(k)$  和  $y_i^*(k)$  为其小数圆整后的结果,  $u_i^*(k)$  为 FMS<sub>i</sub> 在周期  $k$  执行的班计划.

上述最优解的合理性是显然的. 由于每种零件必须经过每个 FMS(但经过次序不同), 毛坯输入等于产品需求,  $x_i^*(k)$  接近于零, 所以  $u_i^*(k)$  也应等于产品需求. 否则, 不妨设  $u_{11}(l) = 4 - 1 = 3$ , 则必有  $u_{11}(l') = 4 + 1 = 5$ (因为  $x_{11}(1) = 0$ , 一周内只给 FAW 提供 40 个  $p_1$  种零件毛坯, 而 FAW 一周内要加工 40 个  $p_1$  种成品件). 这样, 对  $l < k \leq l'$ , 必有  $x_{11}(k) \geq 1$ . 由于  $J^* = 2.69$  已经意味着 FMS 中各机床的负荷十分恰当和均衡, 所以当  $k = l$  时, FMS<sub>1</sub> 中加工  $p_1$  种零件的机床利用率将降低; 当  $k = l'$  时, FMS<sub>1</sub> 中加工  $p_1$  种零件的机床将过载; 还将引起加工  $p_1$  的后续 FMS 的欠载和过载. 可见, 此时的  $J$  必将大于  $J^*$ , 因而班计划  $u_i^*(k) =$

$(4 \ 6 \ 5 \ 3)^T$  为最优.

## 5 结 论

综上所述,同现有的递阶生产计划方法相比,本文中的方法有四个优点:1)更适于将 CIMS/MRP II 下达给 FAW 的中期计划最优分解成由 FAW 中各 FMS 执行的短期计划;2)在给定 FAW 的毛坯输入和产品需求的前提下,使各 FMS 的在制品存储量,设备利用率,机床负荷的均衡性和产品需求的满足度达到综合最优化;3)由于将 FAW 的最优生产计划与控制问题分解成  $M$  个独立的 FMS 的最优生产计划与控制问题,从而大大减少了问题的复杂性,提高了问题的求解速度;4)清晰地显示了 FAW 中各 FMS 之间的相互依赖关系.

加权矩阵  $G_i(N+1)$  和  $Q_i(k)$  可选对称(半)正定矩阵,  $R_i(k)$  和  $S_i(k)$  可选对称正定矩阵. 较为简单的方法是选(半)正定对角矩阵. 矩阵  $G_i(N+1), Q_i(k), R_i(k)$  和  $S_i(k)$  中的元素不易取得过大,以免在矩阵运算中丢失有效数字而使问题出现病态. 对于旬或周计划分解,  $W_i(k)$  中的元素最好用小时作单位,以降低元素的数字量,提高矩阵运算精度. 为提高产品和  $\beta_i(k)$  中的元素,可适当加大矩阵  $S_i(k)$  的数值. 当  $x_i^*(k)$  出现负值时,可适当加大  $a_i(k)$ . 此外,需求的满意度,可适当加大矩阵  $S_i(k)$  的数值. 当  $x_i^*(k)$  出现负值时,可适当加大  $a_i(k)$ . 此外,本算法要求  $A_i(k)$  和  $B_i(k)$  满秩,并假定工件在 FMS 之间立即传输且传输时间可以忽略.

IPA 软件包具有友好的用户界面,便于用户输入、修改算法的数据和参数. 它既可以单独运行,又可以作为 FAW 控制器算法库中的一个算法模块. 它不仅可用于 FAW 的最优计划分解,而且可用于检验毛坯输入和产品需求的合理性.

## 参 考 文 献

- 1 Graves, S. C.. Using Lagrangian techniques to solve hierarchical production planning problems. *Management Science*, 1982, 28(3): 260—275
- 2 Davis, W. J. and Thompson, S. D.. Production planning and control hierarchy using a generic controller. *IIE Transactions*, 1993, 25(4): 26—45
- 3 Malakooti, B.. A gradient-based approach for solving hierarchical multi-criteria production planning problems. *Computers and Industrial Engineering*, 1989, 16(3): 407—417
- 4 Nguyen, P. L. and Dupont, L.. Production management of a steel manufacturing system: a hierarchical planning model. *Computers and Industrial Engineering*, 1993, 25(1—4): 81—84
- 5 Villa, A.. Hierarchical architectures for production planning and control. *Operations Research Models in Flexible Manufacturing Systems*. Wien: Springer-Verlag, 1989, 261—288
- 6 Gershwin, S. B.. A hierarchical framework for discrete event scheduling in manufacturing systems. *Proc., IIASA Conf. on Discrete Event System: Models and Applications*. Berlin: Springer-Verlag, 1988, 197—216

## Hierarchical Production Planning and Control Based on Interaction/Prediction Approach

YAN Hongsen

(Automation Research Institute, Southeast University • Nanjing, 210096, PRC)

JIANG Zhiqian

(Department of Electromechanics, Harbin University of Architecture and Engineering • Harbin, 150006, PRC)

**Abstract:** On the basis of studying the existent models of hierarchical production planning and control,

the authors propose that the interaction/prediction approach should be used to solve the problems of optimum hierarchical production planning and control of the Flexible Automation Workshops (FAW). In the paper, a mathematical model of production control of FAW is built up first. The interaction/prediction algorithm of hierarchical production planning (HPP) of FAW is then deduced. Based on the algorithm, the software package named Interaction/Prediction Algorithm (IPA) has been written. By means of IPA, examples of HPP have been studied. As compared with the existing HPP approaches, the present algorithm is more suitable to decomposing optimally the medium-term plans (assigned to FAW by CIMS/MRP II) into the short-term plans (executed by FMS in FAW).

**Key words:** hierarchical production planning; flexible automation workshops; interaction/prediction approach; FMS

### 本文作者简介

严洪森 1957年生。1982年在哈尔滨船舶工程学院自动控制系获工学学士学位,1989年和1992年分别在哈尔滨工业大学电气工程系和控制工程系获工学硕士和博士学位。1992年至1994年在南京航空航天大学机械工程学科从事博士后研究工作。现任东南大学自动化研究所副研究员,硕士生导师。主要研究方向为CIMS及FMS建模、生产计划、调度、控制、仿真,并行工程和敏捷制造等。近年来,在国内外学术核心期刊和学术会议上发表论文20余篇。

蒋志坚 1960年生。1982年和1988年分别在哈尔滨船舶工程学院自动控制系获工学学士和硕士学位,现任哈尔滨建筑大学机电系副教授。主要研究方向为计算机控制、管理等。