第 15 卷第 2 期
1998 年 4 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 15, No. 2
Apr., 1998

一类具有相似结构的组合大系统的鲁棒控制*

陈　兵　张嗣瀛

(东北大学自控系 406 信箱·沈阳，110006)

摘要：本文考虑了一类非线性不确定组合大系统的鲁棒镇定问题，不确定性不满足匹配条件. 分别设计出了经状态反馈和输出反馈鲁棒控制器以确保闭环系统在其平衡点处按指数渐近稳定.

关键词：相似组合大系统；鲁棒控制；状态反馈；输出反馈

1　引　言

近年来，不确定控制系统的鲁棒控制问题受到极大关注. 由于这方面的研究有着广泛的实际背景，因此对于不确定控制系统鲁棒控制的研究既有重要的理论意义又有重要的实用价值. 在对于控制系统的鲁棒性研究中，匹配条件起着重要的作用[1~4]. 已知一个不确定控制系统满足匹配条件时，总是可以实现稳定化的[5~7]. 但是，匹配条件的要求对于解决一些实际问题似乎过于严格. 因此，人们做了许多工作去寻求控制系统不满足匹配条件时对其实施鲁棒控制的条件. 一些研究成果可见文[8,9]. 但这方面的工作多是针对一般的非线性系统和线性组合系统而言，对于非线性组合系统来说，这方面的结果尚不多见. 非线性特性及组合大系统在结构上的复杂性使得对于鲁棒性的研究变得相当复杂. 然而，对于那些具有特定结构的组合大系统，例如级联结构[10]、对称结构[11]和相似结构[12]等，可以利用其自身的结构特点进行研究. 自文[12]提出控制系统的相似结构以来，对于具有相似结构的控制系统的研究已初见成效. 关于这方面的研究成果可见[13,14].

本文主要考虑具有相似结构的非线性不确定组合系统的鲁棒镇定问题. 分别给出受控系统可经状态反馈和输出反馈实施鲁棒镇定的条件. 我们的研究结果表明鲁棒控制器的结构与系统的相似结构密切相关，相似条件的运用简化了对系统的分析与设计.

2　问题的描述和主要结果

考虑下述不确定非线性组合系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= Ax_i + Bu_i + f_i(x_i,t) + \sum_{j=1, j\neq i}^{N} [H_{ij}(x_j) + h_{ij}(x_j,t)], \\ y_i &= Cx_i, \quad i = 1,2,\cdots,N. \end{aligned} \tag{1}$$

其中，$x_i \in \mathbb{R}^n$，$u_i \in \mathbb{R}^m$，$y_i \in \mathbb{R}^m$ 分别是第个 i 子系统的状态、控制输入和输出向量. A,B 分别是第个 i 子系统的状态矩阵和输入增益矩阵；$H_{ij}(x_j)$ 是第 j 个子系统与第 i 个子系统的关联项. $f_i(x_j,t)$，$h_{ij}(x_j,t)$ 是未知的向量场，前者表示了子系统结构上的不确定性；后者描述了子系统之间关联作用的不确定性. 称系统(1)具有相似结构是因为其每个孤立子系统

$$\dot{x}_i = Ax_i + Bu_i + f_i(x_i,t), \quad y_i = Cx_i$$

有着完全相同的线性结构. 为讨论方便起见，引入下述符号. ω 表示$\mathbb{R}^n$ 中的原点的某个邻域；$V(\omega)$ 表示在上 ω 定义的解析向量场；$C(\omega)$ 表示 ω 上定义的解析函数. $\lambda_M(A)$ 表示矩阵的最大奇异值. $\|(\cdot)\|$ 表示向量的欧氏范数.

* 国家自然科学基金资助项目(69774005)；辽宁省教委高校科研项目(9709211121).
本文于 1996 年 6 月 27 日收到. 1997 年 3 月 27 日收到修改稿.

问题 1　构造状态反馈鲁棒控制器以确保闭环系统在其平衡点处按指数渐近稳定. 对此, 关于系统(1)我们有下述假定

假设 1　(A,B) 是完全可控对; $f_i(x_i,t), h_{ij}(x_j,t) \in V(\omega \times t)$; 且 $H_{ij}(0)=0$.

不确定项分成满足匹配条件和不满足匹配条件两部分. 于是有下述等式

$$f_i(x_i,t) = Bf_i^0(x_i,t) + f_i^1(x_i,t), \quad h_{ij}(x_j,t) = Bh_{ij}^0(x_j,t) + h_{ij}^1(x_j,t). \tag{2}$$

对此进一步的假定是

假设 2　存在已知函数 $\varphi_i(x_i), \eta_{ij}(x_j) \in C(\omega)$ 及已知常数 α_i, α_{ij} 使下式成立

$$\begin{gathered}\| f_i^0(x_i,t) \| \leqslant \varphi_i(x_i), \quad \| h_{ij}^0(x_j,t) \| \leqslant \eta_{ij}(x_j), \\ \| f_i^1(x_i,t) \| \leqslant \alpha_i \| x_i \|, \quad \| h_{ij}^1(x_j,t) \| \leqslant \alpha_{ij} \| x_j \|,\end{gathered} \tag{3}$$

且

$$f_i^0(0,t) = 0, \quad f_i^1(0,t) = 0, \quad h_{ij}^0(0,t) = 0, \quad h_{ij}^1(0,t) = 0.$$

由假设 1, 存在矩阵 K 使 $A+BK$ 是 Hurwitz 稳定的. 从而可选择 $\alpha > 0$ 使矩阵 $A+BK+\alpha I$ 仍然是 Hurwitz 稳定. 于是对正定矩阵 $\rho I, (\rho > 0)$, 存在正定矩阵 P 为下述 Lyapunov 方程的解

$$[A+BK+\alpha I]^{\mathrm{T}}P + P[A+BK+\alpha I] + \rho I = 0. \tag{4}$$

据假定 2, $x=(x_1,\cdots,x_N)=(0,\cdots,0)$ 是系统(1)的平衡点, 又据[16]中定理, 存在函数矩阵 $R_{ij}(x_j)$ 使得

$$H_{ij}(x_j) = R_{ij}(x_j)x_j. \tag{5}$$

于是我们有下面的定理

定理 1　在假定 1 和假定 2 下, 系统(1)可经状态反馈按指数稳定, 如果 $W^{\mathrm{T}}+W$ 是半正定矩阵. 其中,

$$W = (w_{ij})_{N\times N},$$

$$w_{ij} = \begin{cases} \dfrac{1}{2}(\rho - \lambda_M(P)\alpha_i), & i=j, \\ -\lambda_M(P)(\lambda_M(R_{ij}) + \alpha_{ij}), & i \neq j. \end{cases}$$

证　对系统(1)构造下述状态反馈控制器

$$\begin{aligned} & u_i = u_i^0 + u_i^1 + u_i^2, \quad i=1,2,\cdots,N. \\ & u_i^0 = Kx_i, \\ & u_i^1 = \begin{cases} -\dfrac{B^{\mathrm{T}}Px_i}{\| B^{\mathrm{T}}Px_i \|}\psi_i(x_i), & \| B^{\mathrm{T}}Px_i \| \neq 0, \\ 0, & \| B^{\mathrm{T}}Px_i \| = 0. \end{cases} \\ & u_i^2 = \begin{cases} -\displaystyle\sum_{j=1,j\neq i}^{N} \dfrac{B^{\mathrm{T}}Px_i}{\| B^{\mathrm{T}}Px_i \|}\eta_{ij}(x_j), & \| B^{\mathrm{T}}Px_i \| \neq 0, \\ 0, & \| B^{\mathrm{T}}Px_i \| = 0. \end{cases} \end{aligned} \tag{6}$$

考虑由系统(1)和(6)组成的闭环系统

$$\dot{x}_i = Ax_i + B(u_i^0 + u_i^1 + u_i^2) + f_i(x_i,t) + \sum_{j=1,j\neq i}^{N}[H_{ij}(x_j) + h_{ij}(x_j,t)], \tag{7}$$

并取 Lyapunov 函数为

$$V(x) = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}Px_i,$$

其中 P 由(4)决定, 下面计算 $V(x)$ 沿系统(7)轨迹的导数

$$\dot{V}(x) = \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}}P[A+BK]x_i + \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}}P[f_i(x_i) + Bu_i^1]$$

$$+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}H_{ij}(x_j)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}h_{ij}(x_j)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}PBu_i^2. \tag{8}$$

由式(4)

$$\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P[A+BK]x_i=-\sum_{i=1}^{N}[2x_i^{\mathrm{T}}Px_i+\rho x_i^{\mathrm{T}}x_i]. \tag{9}$$

由假设 2 及(6)

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}Pf_i(x_i,t)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}PBu_i^1\\ &\leqslant\sum_{i=1}^{N}\|B^{\mathrm{T}}Px_i\|\psi_i(x_i)-\sum_{i=1}^{N}\|B^{\mathrm{T}}Px_i\|\psi_i(x_i)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}Pf_i^1(x_i,t)\\ &\leqslant\sum_{i=1}^{N}2\lambda_M(P)\alpha_i\|x_i\|^2.\end{aligned} \tag{10}$$

同理可得

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}h_{ij}(x_j)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}PBu_i^2\\ &\leqslant 2\sum_{i=1}^{N}\|B^{\mathrm{T}}Px_i\|\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\eta_{ij}-2\sum_{i=1}^{N}\|B^{\mathrm{T}}Px_i\|\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\eta_{ij}+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}h_{ij}^1\\ &\leqslant 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\lambda_M(P)\alpha_{ij}\|x_i\|\,\|x_j\|.\end{aligned} \tag{11}$$

由式(5)

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}H_{ij}(x_j)\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}R_{ij}x_j\\ &\leqslant 2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\lambda_M(P)\lambda_M(R_{ij})\|x_i\|\,\|x_j\|.\end{aligned} \tag{12}$$

将式(9)～(12)代入式(8)，则得到

$$\begin{aligned}\dot V(x)&\leqslant-2\alpha V(x)-\sum_{i=1}^{N}(\rho-\lambda_M(P)\alpha_i)\|x_i\|^2\\ &\quad+2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1,j\neq i}^{N}\lambda_M(P)[\lambda_M(R_{ij})+\alpha_{ij}]\|x_i\|\,\|x_j\|\\ &=-2\alpha V(x)-[\|x_1\|,\cdots,\|x_N\|][W^{\mathrm{T}}+W][\|x_1\|,\cdots,\|x_N\|]^{\mathrm{T}}.\end{aligned} \tag{13}$$

由定理条件及式(13)，得到

$$\dot V(x)\leqslant-2\alpha V(x),$$

或

$$V(x)=V(x_0)e^{-2\alpha}. \tag{14}$$

设 μ 是正定阵 P 的最小特征值，则

$$\mu\|x\|^2\leqslant V(x)\leqslant\lambda_M(P)\|x\|^2, \tag{15}$$

式(14)和(15)表明

$$\|x\|^2\leqslant\frac{\lambda_M(P)}{\mu}\|x_0\|^2e^{-2\alpha}. \tag{16}$$

至此，式(16)表明定理 1 结论成立.

问题 2　构造输出反馈控制器以确保闭环系统在其平衡点处按指数渐近稳定.

对此，关于系统(1)做下述假定

假设 3 存在矩阵 L 使 $A+BLC$ 是 Hurwitz 稳定的. 从而存在 $\alpha>0$ 及单位矩阵 I，下述 Lyapunov 方程有正定解矩阵 P. 即

$$[A+BLC\alpha I]^{\mathrm{T}}P+P[A+BLC\alpha I]+2I=0. \tag{17}$$

据文[9,15]，讨论系统(1)的输出反馈镇定问题的另一个基本条件是

假设 4 存在可逆矩阵 F 使下式成立

$$B^{\mathrm{T}}P=FC. \tag{18}$$

假设 5 存在已知连续函数 $\varphi_i(x_i)$，$\Psi_i(y_j)$ 和 $\eta_{ij}(y_j)$ 及非负实数 α_{ij} 使得系式成立

$$\begin{aligned}&\|f_i(x_i,t)\|\leqslant\varphi_i(y_i)\quad \|f_i^1(x_i,t)\|\leqslant\Psi_i(y_i)\|y_i\|,\\ &\|h_i^0(x_j,t)\|\leqslant\eta_{ij}(y_j),\quad \|h_i^1(x_j,t)\|\leqslant\alpha_{ij}\|y_j\|.\end{aligned} \tag{19}$$

于是对于问题 2 有下面定理

定理 2 在假设 3～5 下，系统(1)可经输出反馈按指数镇定，如果 $W^{\mathrm{T}}+W$ 是半径正定矩阵. 其中

$$W=(w_{ij})_{N\times N}$$

$$w_{ij}=\begin{cases}1, & i=j,\\ -\lambda_M(PR_{ij})-\alpha_{ij}\lambda_M(C), & i\neq j.\end{cases}$$

证　对系统(1)构造下述输出反馈控制器

$$u_i=u_i^0+u_i^1+u_i^2,$$

$$u_i^0=Ly_i,$$

$$u_i^1=\begin{cases}-\dfrac{F^{-1}y_i\Psi_i^2(y)_i\|P\|^2}{2\varepsilon\|y_i\|}-\dfrac{F^{-1}y_i\varphi_i(y_i)\|F\|}{\|y_i\|}, & \|y_i\|\neq 0\\ 0, & \|y_i\|=0\end{cases}$$

$$u_i^2=\begin{cases}-\dfrac{F^{-1}y_i\|F\|\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{N}\eta_{ij}}{\|y_i\|}, & \|y_i\|\neq 0\\ 0, & \|y_i\|=0\end{cases} \tag{20}$$

考虑系统(1)和(20)组成的闭环系统

$$\begin{aligned}\dot{x}_i&=Ax_i+B[u_i^0+u_i^2+u_i^2]+f_i(x_i,t)+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}[H_{ij}(x_j)+h_{ij}(x_j,t)]\\ &=[A+BLC]x_i+B[u_i^2+u_i^2]+f_i(x_i,t)+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}[H_{ij}(x_j)+h_{ij}(x_j,t)].\end{aligned} \tag{21}$$

对系统(21)取 Lyapunov 函数为

$$V(x)=\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm{T}}Px_i. \tag{22}$$

其中 P 由式(17)决定. 则 $V(x)$ 沿(20)轨道的导数由下式给出

$$\begin{aligned}\dot{V}(x)=&-\sum_{i=1}^{N}2[\alpha x_i^{\mathrm{T}}Px_i+x_i^{\mathrm{T}}x_i]+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}PB[u_i^1+u_i^2]\\ &+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}Pf_i(x_i,t)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}P\sum_{j=1,j\neq i}^{N}[H_{ij}+h_{ij}^1].\end{aligned} \tag{23}$$

据假设 5 及(20)，我们有

$$\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}Pf_i(x_i,t)+\sum_{i=1}^{N}2x_i^{\mathrm{T}}PBu_i^1$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{N} 2 \| y_i \| \ \| F \| \varphi_i - \sum_{i=1}^{N} 2 \| y_i \| \ \| F \| \varphi_i$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} [\varepsilon \| x_i \|^2 + \frac{1}{\varepsilon} \| P \|^2 \| y_i \|^2 \| \Psi_i^2] - \sum_{i=1}^{N} + \frac{1}{\varepsilon} \| P \|^2 \| y_i \|^2 \| \Psi_i^2$$

$$= \sum_{i=1}^{N} \varepsilon \| x_i \|^2. \tag{24}$$

$$\sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P \sum_{j=1, j\neq i}^{N} [H_{ij} + h_{ij}] + \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P B u_i^2$$

$$= \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} PR_{ij} x_j + \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P \sum_{j=1, j\neq 1}^{N} h_{ij}^1$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P \sum_{j=1, j\neq i}^{N} B h_{ij}^0 - \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} P B \sum_{j=1, j\neq i}^{N} \frac{F^{-1} y \| F \| \eta_{ij}}{\| y_i \|}$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} 2\lambda_M(PR_{ij}) \| x_i \| \ \| x_j \| + \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} 2\lambda_M(P) \| x_i \| \alpha_{ij} \| y_j \|$$

$$\leqslant \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} 2[\lambda_M(PR_{ij}) + \alpha_{ij}\lambda(C)] \| x_i \| \ \| x_j \|. \tag{25}$$

从而

$$\dot{V} \leqslant - 2\alpha \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}} P x_i - \sum_{i=1}^{N} 2x_i^{\mathrm{T}} x_i + \sum_{i=1}^{N} \varepsilon x_i^{\mathrm{T}} x_i$$

$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1, j\neq i}^{N} 2[\lambda_M(PR_{ij}) + \alpha_{ij}\lambda(C)] \| x_i \| \ \| x_j \|$$

$$\leqslant - \alpha V(x) - \sum_{i=1}^{N} (\alpha\mu - \varepsilon) \| x_i \|^2$$

$$- [\| x_1 \|, \cdots, \| x_N \|][W^{\mathrm{T}} + W][\| x_1 \|, \cdots, \| x_N \|]^{\mathrm{T}}. \tag{26}$$

选择 $\varepsilon \leqslant \alpha\mu$，由定理 2 的条件得到

$$\dot{V}(x) \leqslant \alpha V(x). \tag{27}$$

余下用与定理 1 的证明方法即可证得定理 2 成立.

注　本文给出的鲁棒控制器在结构上亦具有相似性. 因此，只要设计出某个子系统的控制器余者可按同样结构进行设计，从而简化了对系统的分析设计. 这正是原系统的相似结构所致.

3　例　　子

为了简单明了起见，我们仅以定理 1 为例来说明文中结论的应用. 考虑下面的不确定非线性组合系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0.25 x_3 e^{-|x_3|} \\ 0.25 x_4 \end{bmatrix} + f_1 + h_{12},$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_2 + \begin{bmatrix} 0.1 x_1 \cos x_2 \\ x_1 x_2^2 (2x_1^2 + 2x_2^2)^{-1} \end{bmatrix} + f_2 + h_{21}.$$

取 $K = [0 \quad -3]$，$\alpha = 1$ 得到

$$A + BK + \alpha I = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

解下述 Lyapunov 方程

$$[A + BK + \alpha I]^{\mathrm{T}} P + P[A + BK + \alpha I] + 2I = 0,$$

得到

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1.5 \end{bmatrix}.$$

分解 H_{12}, H_{21} 为以下形式

$$H_{12} = R_{12}\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-x_3} \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix},$$

$$H_{21} = R_{21}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.1\cos x_2 & 0 \\ 0 & x_1x_2(2x_1^2 + 2x_2^2)^{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

经计算可得

$$\lambda_M(R_{12}) = 0.25, \quad \lambda_M(R_{21}) \leqslant 8^{-1}.$$

若不确定项分别满足下述条件

$$\| f_1^0 \| \leqslant \varphi_1(x_1, x_2), \quad \| f_2^0 \| \leqslant \varphi_2(x_3, x_4),$$

$$\| f_1^1 \| \leqslant \frac{1}{3} \| (x_1, x_2) \|, \quad \| f_2^1 \| \leqslant \frac{1}{3} \| (x_3, x_4) \|,$$

$$\| h_{12}^0 \| \leqslant \eta_{12}(x_3, x_4), \quad \| h_{21}^0 \| \leqslant \eta_{21}(x_1, x_2),$$

$$\| h_{12}^1 \| \leqslant 0.25 \| (x_3, x_4) \|, \quad \| h_{21}^1 \| \leqslant 0.1 \| (x_1, x_2) \|.$$

则假设 2 成立，经计算知按下式选取 W 时，矩阵 $W + W^{\mathrm{T}}$ 是正定矩阵.

$$W = \begin{bmatrix} 0.65 & -0.75 \\ -0.4 & 0.65 \end{bmatrix} W + W^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 1.3 & -1.5 \\ -0.8 & 1.3 \end{bmatrix}.$$

控制器由下式给出

$$u_1^0 = -3x_2, \quad u_2^0 = -3x_4,$$

$$u_1^1 = \begin{cases} -\dfrac{0.5x_1 + 1.5x_2}{|0.5x_1 + 1.5x_2|}\varphi_1, & |0.5x_1 + 1.5x_2| \neq 0, \\ 0, & |0.5x_1 + 1.5x_2| = 0. \end{cases}$$

$$u_2^1 = \begin{cases} -\dfrac{0.5x_3 + 1.5x_4}{|0.5x_3 + 1.5x_4|}\varphi_2, & |0.5x_3 + 1.5x_4| \neq 0, \\ 0, & |0.5x_3 + 1.5x_4| = 0. \end{cases}$$

$$u_1^2 = \begin{cases} -\dfrac{0.5x_1 + 1.5x_2}{|0.5x_1 + 1.5x_2|}\eta_{12}, & |0.5x_1 + 1.5x_2| \neq 0, \\ 0, & |0.5x_1 + 1.5x_2| = 0. \end{cases}$$

$$u_2^2 = \begin{cases} -\dfrac{0.5x_3 + 1.5x_4}{|0.5x_3 + 1.5x_4|}\eta_{21}, & |0.5x_3 + 1.5x_4| \neq 0, \\ 0, & |0.5x_3 + 1.5x_4| = 0. \end{cases}$$

4 结束语

本文讨论了一类具有相似结构的非线性不确定组合系统的鲁棒镇定问题. 研究结果表明，系统的相似结构使得鲁棒控制器在结构上亦具有相似性. 从而有助于简化对系统的分析与设计.

参 考 文 献

1 Jamshidi, M.. Large-scale system: Modeling and control Amsterdan. North Holland, 1983

2 Keda, M. I. and Silijak, D. D.. Decentralized stabilization of linear time-varying systems. IEEE. Trans. Automat. Contr.,

1980,25(1):106—107

3 Lshi and Sing,S. K.. Decentralized control for interconnected uncertain systems:extension to higher-order uncertainties. Int. J. Contr. ,1993,57(6):1453—1468

4 Chen,Y. H. ,Leitmann,G. and Kai,X. Z.. Robust control design for interconnected systems with time-varying uncertainties. Int. J. Contr,1991,54(5):1119—1142

5 Corler,M. J. and Leitmann,G.. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. IEEE. Trans. Automat. Contr. ,1981,26(5):1139—1144

6 Wu,H. and Mizukami,K.. Exponential stability of a class of nonlinear dynamical systems with uncertainties. Syst. Contr. Lett. ,1993,21(3):307—313

7 Gutman,S.. Uncertain dynamical system-lyapunov min-max approach,IEEE. Trans. Automat. Contr. ,1979,24(3):437—443

8 Barmish,B. R. and Leitmann,G.. On ultimate boundedness control of uncertain system in the absence of matching assumptions. IEEE. Trans. Automat Contr. ,1982,27(1):153—158

9 Emelyanov,S. V.. Discontinuous output feedback stabilizing in uncertain MIMO plant. Int. J. Contr. ,1992,55(1):83—107

10 Zhihua Qu and Darren,M. D.. Robust control of cascaded and individually feedback linearizable nonlinear systems. Automatica,1994,30(7):1057—1064

11 Yang Guanghong and Zhang Siying. Stability for large-scale composite systems with similarity. Automatica,1995,31(2):339—340

12 张嗣瀛.复杂控制系统的对称性及相似结构.控制理论与应用,1994,11(2):231—237

13 Liu Xiaoping. Optimal control problem for large-scale composite systems with similarity. Contr-Theory and Advanced Technology,1993,9(2):597—606

14 姜斌,刘晓平,张嗣瀛.相似组合系统的输出跟踪.信息与控制,1995,24(2):65—67

15 Dawson,D. M. and Carroll,J. C.. On the state observation and output feedback problems for nonlinear uncertain dynamical systems. Syst. Contr. Lett. 1992,18(3):217—222

16 Banks,S. P. and Aliurani,S. K.. Lie algebra and the stability of nonlinear systems. Int. J. Contr. ,1994,60(2):315—329

Robust Control of Uncertain Nonlinear Interconnected Systems with Similar Structure

CHEN Bing　and　ZHANG Siying

(Department of Automation,Northeastern University · Shenyang,110006,PRC)

Abstract: This note considers the problem of robust control of uncertain nonlinear interconnected systems with similarity via state feedback and output feedback,respectively. A kind of robust controller is constructed. The investigation shows that the similar structure of interconnected systems can simplify the analysis and design of system.

Key words: interconnected systems with similar structure; robust control; state feedback; output feedback

本文作者简介

陈　兵　1958年生.锦州师范学院数学系教师.1982年和1991年分别在辽宁大学和哈尔滨工业大学获得理学学士和硕士学位.现正在东北大学自动控制系攻读博士学位.研究方向为复杂控制系统结构性研究及鲁棒控制.

张嗣瀛　见本刊1998年第1期第81页.