第 15 卷第 2 期　　控制理论与应用　　Vol. 15, No. 2
1998 年 4 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Apr., 1998

非最小相位系统的加权预测控制

李少远　王群仙
(河北工业大学电气工程与自动化系·天津,300130)
陈增强　袁著祉
(南开大学计算机与系统科学系·天津,300071)

摘要：广义预测控制(GPC)算法对非最小相位系统具有一定的鲁棒性，但理论分析和应用经验都表明，控制参数在极限情况下还不能保证GPC算法对非最小相位系统的强鲁棒性. 本文对此提出一种改进的加权预测控制算法.

关键词：广义预测控制；非最小相位系统；鲁棒性

1 引　　言

在系统控制中经常会遇到非最小相位系统，一类是工业过程本身就是非最小相位系统，如水轮发电机组的调速系统，另有一类是对连续时间系统离散化时采样间隔不当造成的非最小相位系统. 广义预测控制(GPC)[1]是现今在实际应用中较为成熟的先进控制算法，适用范围广，对非最小相位系统具有一定的鲁棒性. 但应用经验，特别是文献[2]通过大量的仿真表明，控制器参数的选取对GPC的鲁棒性有很大的影响，并针对非最小相位系统，讨论了控制加权系数λ对鲁棒性的影响，表明λ存在一临界值，λ值越大，稳定性越好，当$\lambda \to 0$时，表现出系统的不稳定性. 但λ越大，系统的控制作用越小，系统近似于开环状态. 对此本文提出一种加权的预测控制算法.

2 问题的描述

用CARIMA模型表示一个具有非平稳噪声的实际过程：

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t-k) + C(z^{-1})\xi(t)/\Delta. \tag{1}$$

其中，$y(t)$, $u(t)$ 和 $\{\xi(t)\}$ 分别是过程的输出、输入和白噪声干扰，$k \geqslant 1$ 表示滞后时间，并且 $C(z^{-1})$ 是严格 Hurwitz 多项式：

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1 z^{-1} + \cdots + a_{n_a} z^{-n_a}, \quad B(z^{-1}) = b_0 + b_1 z^{-1} + \cdots + b_{n_b} z^{-n_b},$$
$$C(z^{-1}) = 1 + c_1 z^{-1} + \cdots + c_{n_c} z^{-n_c}, \quad \Delta = 1 - z^{-1}.$$

目标函数为

$$J = E\{\sum_{j=0}^{n_1}[P_c y(t+j+k) - w(t+j+k)]^2 + \sum_{j=0}^{n_2}\lambda[\Delta u(t+j)]^2\}. \tag{2}$$

其中，$w(t+j+k)$ 是输出跟踪序列，由下式产生

$$\begin{cases} w(t) = y(t), \\ w(t+k) = \alpha w(t+k-1) + (1-\alpha) y_r(t). \end{cases} \tag{3}$$

其中，$y_r(t)$ 是输出设定值，$\alpha \in [0,1)$ 称为柔化因子，n_1 为最大预测前位，n_2 称为控制前位，λ 是控制加权常数因子.

针对非最小相位系统零点多项式 $B(z^{-1})$ 进行如下分解

本文于1996年6月4日收到. 1997年5月19日收到修改稿.

$$B(z^{-1}) = B_2(z^{-1})B_1(z^{-1}). \tag{4}$$

这里，B_1 是严格 Hurwitz 多项式，B_2 项包括过程的非最小相位零点. 目标函数(2)中 $P_c \triangleq B_2^{-1}$，并引入辅助输出

$$y_c(t) = P_c y(t). \tag{5}$$

注意到 $P_c = B_2^{-1}$，其辅助输出是一个物理不可实现的过程，但这只是目标函数的一部分，而不是实际过程的一部分.

3 预测控制算法

3.1 预测方程

考虑如下两个 Diophantine 方程[4]

$$E_j(z^{-1})A(z^{-1})\Delta(z^{-1}) + z^{-j-k}B_2(z^{-1})F_j(z^{-1}) = C(z^{-1}), \tag{6}$$

$$E_j(z^{-1})B_1(z^{-1}) = C(z^{-1})G_j(z^{-1}) + z^{-j-1}S_j(z^{-1}), \tag{7}$$

则有

$$y_c(t+j+k) = P_c y(t+j+k) = \frac{P_c B}{A}u(t+j) + \frac{P_c C}{A\Delta}\xi(t+j+k). \tag{8}$$

考虑 $P_c = B_2^{-1}$，并将(6)式代入(8)式，则有

$$y_c(t+j+k) = \frac{P_c B}{A}u(t+j) + \frac{F_j}{A\Delta}\xi(t) + \frac{E_j}{B_2}\xi(t+j+k). \tag{9}$$

再由系统模型(1)得

$$\xi(t) = \frac{A\Delta}{C}y(t) - \frac{B\Delta}{C}u(t-k). \tag{10}$$

代入(9)式，有

$$y_c(t+j+k) = B_1 E_j \frac{\Delta}{C}u(t+j) + \frac{F_j}{C}y(t) + \frac{E_j}{B_2}\xi(t+j+k). \tag{11}$$

定义

$$y_d(t) \triangleq C^{-1}y(t), \quad u_d(t) \triangleq C^{-1}u(t), \tag{12}$$

则(11)式变为

$$y_c(t+j+k) = [B_1 E_j \Delta u_d(t+j) + F_j y_d(t)] + \frac{E_j}{B_2}\xi(t+j+k). \tag{13}$$

在 t 时刻对 $t+j+k$ 的最优预测取为

$$\hat{y}_c(t+j+k) = B_1 E_j \Delta u_d(t+j) + F_j y_d(t). \tag{14}$$

而预测误差为

$$\varepsilon(t+j+k) = \frac{E_j}{B_2}\xi(t+j+k). \tag{15}$$

进一步的，由第二个 Diophantine 方程(7)得：

$$\hat{y}_c(t+j+k) = G_j \Delta u(t+j) + f_j(t), \quad j \geqslant 0. \tag{16}$$

其中，$f_j(t)$ 为 t 时刻的已知量：

$$f_j(t) = S_j \Delta u_d(t-1) + F_j y_d(t), \quad j \geqslant 0. \tag{17}$$

3.2 控制规律

将(16)式写成向量形式为

$$\hat{\boldsymbol{y}}_c = \boldsymbol{G}\Delta \boldsymbol{u} + \boldsymbol{f}. \tag{18}$$

其中

$$\hat{\boldsymbol{y}}_c = [\hat{y}_c(t+k) \quad \hat{y}_c(t+1+k) \quad \cdots \quad \hat{y}_c(t+n_1+k)]^{\mathrm{T}},$$
$$\Delta\boldsymbol{u} = [\Delta u(t) \quad \Delta u(t+1) \quad \cdots \quad \Delta u(t+n_2)]^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{f} = [f_0(t) \quad f_1(t) \quad \cdots \quad f_{n_1}(t)],$$
$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \cdots & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \cdots & g_0 \\ g_{n_1} & g_{n_1-1} & \cdots & g_{n_1-n_2} \end{bmatrix}.$$

目标函数也写成向量形式：

$$\boldsymbol{J} = \boldsymbol{E}\{(\boldsymbol{y}_c - \boldsymbol{w})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{y}_c - \boldsymbol{w}) + \lambda\Delta\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}\}. \tag{19}$$

因为 $y_c = \hat{y}_c + \varepsilon$，并将(18)式代入(19)式，然后极小化 $\boldsymbol{J}$，得

$$\Delta u = (G^{\mathrm{T}}G + R)^{-1}G^{\mathrm{T}}(w - f). \tag{20}$$

3.2 稳定性分析

不失一般性，设 $C(z^{-1}) = 1$，且 $k = 1, n_1 = n_2$，则当 $\lambda \to 0$ 时，有

$$\Delta u = G^{-1}(w - f). \tag{21}$$

根据滚动优化原理，则

$$\Delta u(t) = g_0^{-1}(w(t+1) - f). \tag{22}$$

代入(16)式，有

$$g_0\Delta u(t) = w(t+1) - S_0\Delta u(t-1) - F_0 y(t). \tag{23}$$

由(7)式，得

$$z^{-1}S_0 = E_0B_1 - g_0. \tag{24}$$

则控制器的传递函数形式为：

$$C_0 = \frac{F_0}{E_0\Delta B_1}. \tag{25}$$

被控对象传递函数形式为：

$$G = \frac{z^{-1}B_1B_2}{A}.$$

则控制系统的闭环特征方程为：

$$1 + GC_0 = 1 + \frac{z^{-1}B_2F_0}{E_0A\Delta} = \frac{1}{E_0A\Delta}. \tag{26}$$

该系统是闭环稳定的，说明当 $\lambda \to 0$ 时，(20)式所得到的对非最小相位系统的控制仍是稳定的.

4 仿真实例

对于非最小相位系统

$$A^{-1}B = \frac{z^{-k}(b_0 + b_1z^{-1})}{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}}, \quad C = 1,$$

取

$$B = b_0 + b_1z^{-1} = 1 - 1.6z^{-1}, \quad k = 2.$$

按文中分解：

$$B_1(z^{-1}) = 1, \quad B_2(z^{-1}) = 1 - 1.6z^{-1}.$$

对于开环不稳定系统

$$A(z^{-1}) = 1 - 3.4z^{-1} + 0.6z^{-2}.$$

按本文提出的GPC算法进行仿真，其脉冲响应输出曲线结果如图1所示.

仿真结果中，采用本文GPC算法时，控制加权 λ 取了极限情况 $\lambda=0$. 可以看出在图1中系统很快收敛，结果表明，对于非最小相位系统，本文提出的方法具有很强的鲁棒性，对于不稳定的非最小相位系统，在控制加权系数极限情况下，都能很快地使系统稳定，说明这对于非最小相位系统的控制是一种有效的改进.

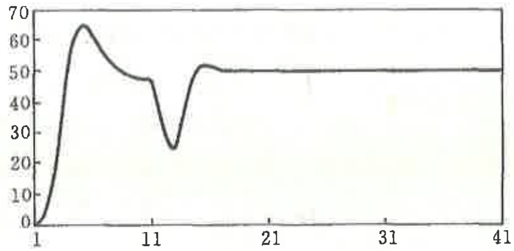

图1 本文方法的仿真结果

参考文献

1 Clarke, D. W. and Mohtadi, C.. Properties of generalized predictive control. Automatica, 1989, 25(5): 859－876

2 章春利，车海平，袁著祉. GPC鲁棒性的参数调节规律. 1995年中国控制会议论文集，683－687

3 陈增强，袁著祉等. 工业锅炉的加权预测自校正控制. 自动化学报，1993, 19(1): 46－53

4 Grimble, M. J.. A control weighted minimum-variance controller for non-minimum phase system. Int. J. Control, 1981, 33(4): 751－762

Generalized Predictive Control for Nonminimum Phase Processes with Guaranteed Robustness

LI Shaoyuan and WANG Qunxian

(Department of Automatic Control, Hebei University of Technology · Tianjin, 300130, PRC)

CHEN Zengqiang and YUAN Zhuzhi

(Department of Computer and System Science. Nankai University · Tianjin, 300071, PRC)

Abstract: The Generalized Predictive Control (GPC) law has some robustness for nonminimum phase processes, but theory and operation have demonstrated that original GPC law depend on the choices of control parameter, even the system will be unstable for nonminimum phase processes under the limited condition. A new weighted predictive control algorithm is introduced in this paper.

Key words: generalized predictive control; nonminimum phase processes; robustness

本文作者简介

李少远 1965年生. 1987年毕业于河北工业大学电气工程与自动化系，后留校任教，并于1992年在本校获硕士学位，1997年在南开大学获博士学位，现为河北工业大学电气工程与自动化系副教授. 研究领域为自适应控制，智能预测控制及其在工业过程控制中的应用.

王群仙 1969年生. 1990年毕业于河北工业大学电气工程与自动化系，现为南开大学计算机与系统科学系博士研究生. 研究领域为智能控制，计算机控制系统等.

陈增强 1965年生. 1987年毕业于南开大学数学系，后留计算机与系统科学系任教，1997年在该系获博士学位，现为该系副教授. 研究领域为广义预测控制，智能控制等.

袁著祉 1937年生. 1962年毕业于南开大学数学系，现为该校计算机与系统科学系教授，博士生导师. 研究方向为自适应控制，智能控制，计算机控制与管理.