第 15 卷第 4 期　　控制理论与应用　　Vol. 15, No. 4
1998 年 8 月　　CONTROL THEORY AND APPLICATIONS　　Aug., 1998

# Petri 网的嵌入操作及其在系统递阶建模中的应用*

蒋昌俊
(山东矿业学院应用数学与软件工程系·泰安,271019)

王成红　疏松桂　郑应平
(中国科学院自动化研究所·北京,100080)

**摘要**：本文定义 Petri 网嵌入操作的概念,讨论了嵌入操作对于系统行为(语言)以及性质(如活性,公平性,安全性和回归性)的保持关系,得到了一组充要条件,给出基于嵌入操作的并发系统递阶设计方法.

**关键词**：Petri 网；嵌入操作；建模

## 1　引　　言

离散并发系统广泛地存在于实际生活中,如自动控制系统,通讯网络系统和公共交通系统等等.这些系统的共同特征是以事件驱动状态的演变,而且普遍存在着并发冲突和同步异步等现象.由于系统本身的复杂性,如果没有一个好的设计方法,可能会导致设计出来的系统出现死锁、溢出、饥饿和不稳定等问题,甚至不能实现预期的行为目标.为此寻求有效的设计方法是离散并发系统研究的基本问题.

Petri 网已被确认是离散并发系统建模的有效工具,这不仅在于它能很好地反映离散并发系统的一些本质特性,同时它具有严格的理论作为系统分析与验证的可靠保证.复杂系统的设计也是 Petri 网研究中的一个十分重要的课题,目前已经提出求精法[1,2],综合法[3],混合法[4]以及基于网运算的合成法[5,6]等等.这些方法无疑为复杂系统的设计或分析起到了重要作用.但它们至少存在如下一些问题：

1) 精炼过程的局限性,要求精炼块具有单输入(出)变迁或位置；

2) 讨论的目标均是系统的性质,也就是说无论求精法还是综合法只注意对系统性质的保持关系的研究,缺乏考虑系统行为的保持关系；

3) 对性质的讨论不够全面,没有考虑反映系统重要特征的无饥饿性(即公平性).

本文旨在克服上面的不足,提出 Petri 网的嵌入操作,研究了操作过程对系统行为语言以及活性、公平性和回归性的保持条件,并给出一个面向行为的递阶设计方法.

## 2　嵌入操作的定义

我们将针对 $p$ 结点实施递阶过程,定义三种嵌入操作 $Emb_i(p, PN_s)$, $i = 1,2,3$. 然后,考察它们在网的语言、活性、公平性及回归性方面的保持关系.

设 $M$ 是 Petri 网 $PN$ 的一个标识,$\beta$ 是 $PN$ 的一个步序列.记 ${}^pM$ 为 $M$ 中去掉 $p$ 所对应的分量以后的向量,$\|M\| = \{p \mid (p \in P) \wedge (M(p) > 0)\}$；$\|\beta\| = \{t \mid (t \in T) \wedge (t$ 含于 $\beta$ 之中$)\}$.

设 Petri 网 $PN = (P, T; F, M_0, \Sigma, h, G_f)$, $PN_s = (P_s, T_s; F_s, M_{0s}, \Sigma_s, h_s, G_{fs})$, $\bar{p} \in P$,现考察 $PN_s$ 嵌入到 $PN$ 中的 $\bar{p}$ 的三种操作 $Emb_i(\bar{p}, PN_s)$,记经 $Emb_i(\bar{p}, PN_s)$ 处理后得到的 Petri 网为 $PN_i = (P_i, T_i; F_i, M_{0i}, \Sigma_i, h_i, G_{fi})$, $i = 1,2,3$,其中 $P \cap P_s = \varnothing$, $T \cap T_s = \varnothing$.

**定义 1** (嵌入操作 $Emb_1(\bar{p}, PN_s)$)　设 $G_{fs} = \{M_{0s}\}$,则 $PN_1$ 构成如下：

* 国家自然科学基金,山东省自然科学基金,煤炭部跨世纪学术带头人基金和中国博士后科学基金联合资助项目.
本文于 1994 年 6 月 2 日收到. 1997 年 8 月 5 日收到修改稿.

① $P_1 = (P - \{\bar{p}\} \cup P_s$;

② $T_1 = T \cup T_s$;

③ $F_1 = F \cup F_s \cup \{(t,p) | (t \in T) \wedge (t \in {}^\bullet\bar{p}) \wedge (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{0s} \|)\}$
$\cup \{(p,t) | (t \in T) \wedge (t \in \bar{p}^\bullet) \wedge (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{0s} \|)\}$
$- \{(t,p) | (t \in T) \wedge (t \in {}^\bullet\bar{p})\} - \{(\bar{p},t) | (t \in T) \wedge (t \in \bar{p}^\bullet)\}$;

④ $M_{01} = \begin{cases} [{}^{\bar{p}}M_0^{\mathrm{T}}, \theta_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } M_0(\bar{p}) = 0, \\ [{}^{\bar{p}}M_0^{\mathrm{T}}, M_{0s}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } M_0(\bar{p}) > 0; \end{cases}$ 其中 $\theta_s$ 表示零向量;

⑤ $G_{f1} = \left\{ M_{f1} | \forall\ M_f \in G_f, \exists\ M_{f1} : M_{f1} = \begin{cases} [{}^{\bar{p}}M_f^{\mathrm{T}}, M_{0s}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } \bar{p} \in \| M_f \| \\ [{}^{\bar{p}}M_f^{\mathrm{T}}, \theta_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } \bar{p} \notin \| M_f \| \end{cases} \right\}$;

⑥ $\Sigma_1 = \Sigma \cup \Sigma_s$;

⑦ $h_1(t) = \begin{cases} h(t), & \text{if } t \in T, \\ h_s(t), & \text{if } t \in T_s. \end{cases}$

**定义 2**(嵌入操作 $Emb_2(\bar{p}, PN_s)$) 设 $G_{fs} = \{M_{fs}\}, M_{0s} \neq M_{fs}$,则 $PN_2$ 构成如下:

① $P_2 = (P - \{\bar{p}\}) \cup P_s$;

② $T_2 = T \cup T_s$;

③ $F_2 = F \cup F_s \cup \{(t,p) | (t \in T) \wedge (t \in {}^\bullet\bar{p}) \wedge (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{0s} \|)\}$
$\cup \{(p,t) | (t \in T) \wedge (t \in \bar{p}^\bullet) \wedge (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{fs} \|)\}$
$- \{(t,\bar{p}) | (t \in T) \wedge (t \in {}^\bullet\bar{p})\} - \{(\bar{p},t) | (t \in T) \wedge (t \in \bar{p}^\bullet)\}$;

④ $M_{02} = \begin{cases} [{}^{\bar{p}}M_0^{\mathrm{T}}, \theta_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } M_0(\bar{p}) = 0, \\ [{}^{\bar{p}}M_0^{\mathrm{T}}, M_{0s}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } M_0(p) > 0; \end{cases}$

⑤ $G_{f2} = \left\{ M_{f2} | \forall\ M_f \in G_f, \exists\ M_{f2} : M_{f2} = \begin{cases} [{}^{\bar{p}}M_f^{\mathrm{T}}, M_{fs}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } \bar{p} \in \| M_f \| \\ [{}^{\bar{p}}M_f^{\mathrm{T}}, \theta_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } \bar{p} \notin \| M_F \| \end{cases} \right\}$;

⑥ $\Sigma_2 = \Sigma \cup \Sigma_s$;

⑦ $h_2(t) = \begin{cases} h(t), & \text{if } t \in T, \\ h_s(t), & \text{if } t \in T_s. \end{cases}$

**定义 3**(嵌入操作 $Emb_3(\bar{p}, PN_s)$) 设 $G_{fs} = \{M_{f_{1s}}, M_{f_{2s}}, \cdots, M_{f_{ls}}\}, M_{0s} \notin G_{fs}$,记 $\bar{p}^\bullet = \{t_j | j = 1 - g\}$,则 $PN_3$ 构成如下:

① $P_3 = (P - \{\bar{p}\}) \cup P_s$;

② $T_3 = T \cup T_s \cup \{t_{ij} | (i = 1 - l) \wedge (j = 1 - g) \wedge (t_{ij} \notin T \cup T_s)\} - \{t_j | j = 1 - g\}$;

③ $F_3 = F \cup F_s \cup \{(t,p) | (t \in T) \wedge (t \in {}^\bullet\bar{p}) \wedge (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{0s} \|)\}$
$\cup \{(p,t_{ij}) | (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{f_i} \|) \wedge (i = 1 - l, j = 1 - g)\}$
$- \{(t,\bar{p}) | (t \in T) \wedge (t \in {}^\bullet\bar{p})\} - \{(p,t_j) | (p \in P_s) \wedge (p \in \| M_{f_{is}} \|)$
$\wedge (i = 1 - l, j = 1 - g)\}$;

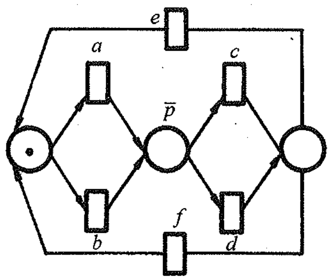
④ $M_{03} = \begin{cases} [{}^{\bar{p}}M_0^{\mathrm{T}}, M_{0s}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } \bar{p} \in \| M_0 \|, \\ [{}^{\bar{p}}M_0^{\mathrm{T}}, \theta_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, & \text{if } p \notin \| M_0 \|; \end{cases}$

$$⑤\ G_{f3}=\left\{M_{f_i3}\left|\begin{array}{l}\forall\ M_f\in G_f,\exists\ M_{f_i3}:(i=1-l)\ \wedge\\ M_{f_i3}=\begin{cases}[{}^{\bar p}M_f^{\mathrm T},M_{f_is}^{\mathrm T}]^{\mathrm T}, & \text{if } \bar p\in\ \|M_{f_i}\|\\ [{}^{\bar p}M_f^{\mathrm T},\theta_s^{\mathrm T}]^{\mathrm T}, & \text{if } \bar p\notin\ \|M_{f_i}\|\end{cases}\end{array}\right.\right\};$$

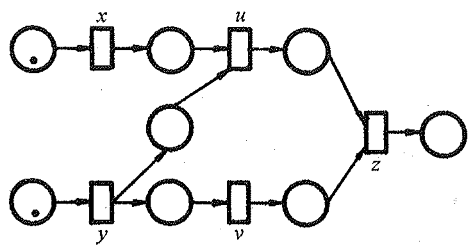
$$⑥\ \Sigma_3=\Sigma\cup\Sigma_s;$$

$$⑦\ h_3(t)=\begin{cases}h(t), & \text{if } t\in T-\{t_j\,|\,j=1-g\},\\ h_s(t), & \text{if } t\in T_s,\\ h(t_j), & \text{if } t=t_{ij},i=1-l,j=1-g.\end{cases}$$

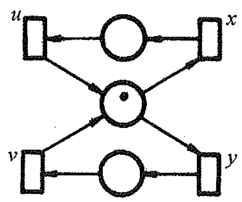
**例 1**　图 1(a)为 $PN$，(b)，(c)，(d)分别为 $PN_s'$，$PN_s''$ 和 $PN_s'''$. (e)，(f)，(g)分别是(嵌入操作的结果) $PN_1$，$PN_2$，$PN_3$.



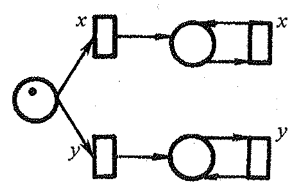
(a) $PN$:　$((a+b)(c+d)(e+f))^*$



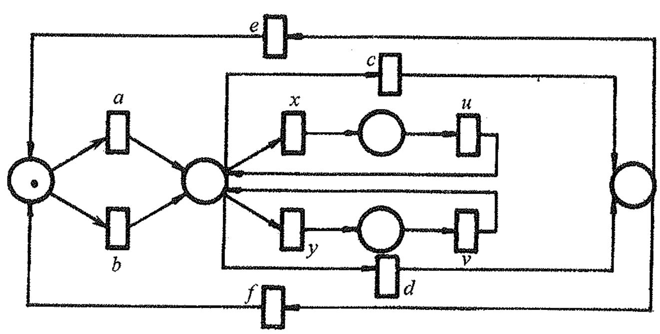
(c)　$PN_S''$:　$(x\|(y(\nabla\mapsto u)\|v))z$, $\nabla=\{y\}$



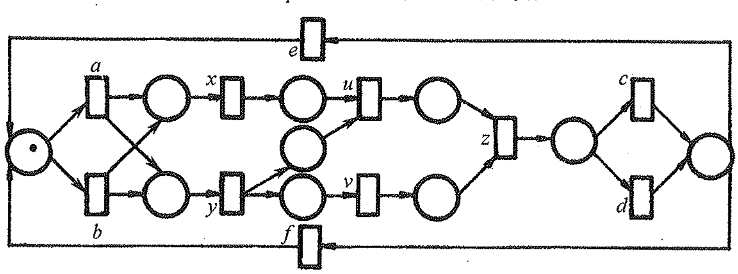
(b)　$PN_S'$:　$(xu+yv)^*$



(d)　$PN_S'''$:　$x^*+y^*$

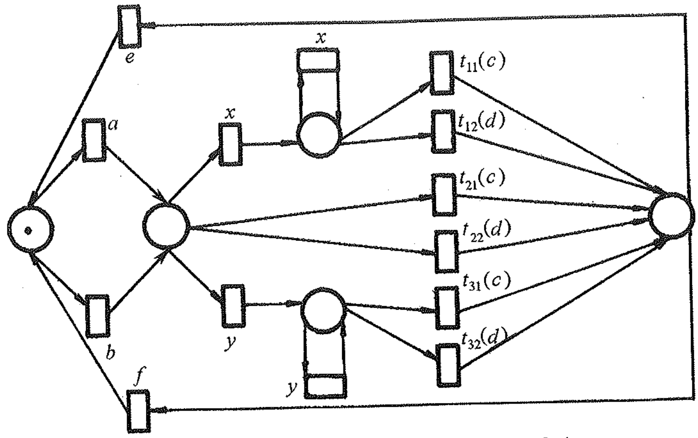


(e)　$PN_1$:　$((a+b)(xu+yv)^*(c+d)(e+f))^*$



(f)　$((a+b)(x\|(y((\nabla\mapsto u)\|v)))z(c+d)(e+f))^*$,　$\nabla=\{y\}$

这里定义的三种运算是从系统行为操作的特点考虑的，它们分别对应着闭包，连接和选择




(g) $PN_3$: $((a+b)(x^*+y^*)(c+d)(e+f))^*$

图 1 嵌入操作图例

操作.

## 3 嵌入操作的行为关系

**定理 1** 设 $PN_i$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\bar p, PN_s), i=1,2,3$ 后得到的 Petri 网，如果 $\beta_s \in L(PN_s)$，$\beta_1, \beta_{\cdot\bar p}\beta_{\bar p\cdot}\beta \in L(PN_i)$，则 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p}\beta_s\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 \in L(PN_i), i=1,2,3$.

证 下面只对 $i=1$ 加以证明，其他类似. 为证明方便起见，记 $PN_1 = PN' = (P',T';F'M_0',\Sigma',h',G_f')$，分如下两种情况讨论：

① 若 $\bar p \in P - (\|M_0\| \cup (\bigcup_{M_f\in G_f}\|M_f\|)) \neq \varnothing$，由于 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p}\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 \in L(PN)$，从而 $\exists M_1, M_2 \in R(M_0)$，使得 $M_0[\beta_1\beta_{\cdot\bar p} > M_1[\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 > M_2$，且 $M_2\in G_f, M_1(\bar p)=1$，考虑到 $\bar p \notin \|M_0\|$，因此 $M_0' = [{}^{\bar p}M_1^T, M_{0s}^T]^T$，从而 $M_1' = [{}^{\bar p}M_1^T, M_{0s}^T]^T$，这样有 $M_1'[\beta_s^* > M_1'$，其中 $\beta_s^* \in L(PN_s)$. 根据定义 1 知 $M(\bar p)=1$ 当且仅当 $M_1'(p)=1$，其中 $p\in\|M_{0s}\|$，因此 $M_1'[\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 > M_2$，又 $\bar p \notin \bigcup_{M_f\in G_f}\|M_f\|$，因此 $M_2' = [{}^{\bar p}M_2^T, \theta_s^T]^T, M_2'\in G_f'$，从而有 $M_0'[\beta_1\beta_{\cdot\bar p} > M_1'[\beta_s^* > M_1'[\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 > M_2', M_2' \in G_f'$. 也即 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p}\beta_s^*\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 \in L(PN')$.

② 若 $\bar p\in\|M_0\|$，但 $\bar p\notin\bigcup_{M_f\in G_f}\|M_f\|$. 根据定义 1 知 $M_0' = [{}^{\bar p}M_0^T, M_{0s}^T]^T$，从而 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p} = \beta_{PN}^*$，类似于前面讨论则有 $M_0'[\beta_1\beta_{\cdot\bar p} > M_1'[\beta_s^* > M_1'[\beta_{\cdot\bar p}\beta_2 > M_2', M_2'\in G_f'$. 也即 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p}\beta_s^*\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 \in L(PN')$.

③ 若 $\bar p\notin\|M_0\|$，而 $\bar p\in\bigcup_{M_f\in G_f}\|M_f\|$. 根据定义 1 知 $M_0' = [{}^{\bar p}M_0^T,\theta_s^T]^T, M_2' = [{}^{\bar p}M_2^T, M_{0s}^T]^T(\because M_{fs}=M_{0s}), M_2'\in G_f'$，从而也有 $M_0'[\beta_1\beta_{\cdot\bar p} > M_1'[\beta_s^* > M_1'[\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 > M_2', M_2'\in G_f'$. 也即 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p}\beta_s^*\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 \in L(PN')$.

④ 若 $\bar p \in \|M_0\|\cup(\bigcup_{M_f\in G_f}\|M_f\|)$，根据定义1知 $M_0' = [{}^{\bar p}M_0^T, M_{0s}^T]^T, M_2' = [{}^{\bar p}M_f^T, M_{0s}^T]^T$，类似地有 $M_0'[\beta_1\beta_{\cdot\bar p} > M_1'[\beta_s^* > M_1'[\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 > M_2', M_2'\in G_f'$. 也即 $\beta_1\beta_{\cdot\bar p}\beta_s^*\beta_{\bar p\cdot}\beta_2 \in L(PN')$.

综上所述，定理得证.

定理 1 中的 $Emb_i(\bar p,PN_s), i=1,2,3$. 操作语义上表明将 $PN_s$ 的行为嵌入到 $PN$ 行为中的 ${}^\bullet\bar p$ 与 $\bar p^\bullet$ 之间，由此得到的新行为便是 $PN'$ 的行为，其中当 $i=1$ 时，$PN_s$ 的行为总体上是循环的；当 $i=2,3$ 时，$PN_s$ 的行为总体上是非循环的，而且变成它们的出口分别是一个和多个.

## 4 嵌入操作的保性研究

上一节讨论了嵌入操作对行为的保持关系，本节将讨论嵌入操作对系统性质的保持关系，

在此之前，先给出 $p$- 闭网的概念.

**定义 4**　设 Petri 网 $PN_s = (P_s, T_s; F_s, M_{0s}, \Sigma_s, h_s, G_{fs})$，若 $G_{fs} = \{M_{0s}\}$，则 $PN_s$ 本身就是 $p$- 闭网，记作$\overline{PN}_{sp}$；若 $G_{fs} \neq \{M_{0s}\}$，则$\overline{PN}_{sp}$ 构成如下：

① $\overline{P}_s = P_s$；

② $\overline{T}_s = T_s \cup \nabla$，其中：$\nabla = \{t_i \mid \forall\, M_{f_i s} \in G_{fs} \to \exists\, t_i \notin T_s\}$；

③ $\overline{F}_s = F_s \cup \{(t_i, p) \mid (p \in \| M_{0s} \|) \wedge (t_i \in \nabla)\}$
$\cup \{(p, t_i) \mid (p \in \| M_{f_i s} \|) \wedge (t_i \in \nabla) \wedge (M_{f_i s} \in G_{fs})\}$；

④ $\overline{M}_{0s} = M_{0s}$；

⑤ $\overline{G}_{fs} = G_{fs}$；

⑥ $\overline{\Sigma}_s = \Sigma_s \cup \{\varepsilon\}$；

⑦ $\overline{h}_s(t) = \begin{cases} h_s(t), & \text{if } t \in T_s, \\ \varepsilon, & \text{if } t \in \nabla. \end{cases}$

**定理 2**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\overline{p}, PN_s)$，$i = 1,2,3$ 得到的 Petri 网，若 $PN$ 与 $\overline{PN}_s$ 均是活的，则 $PN'$ 也是活的.

证　$\forall\, t' \in T'$，$\forall\, M' \in R(M'_0)$，则 $t' \in T$ 或 $t' \in T_s$ 不防设 $t' \in T$，记 $M' = [{}^{\bar{p}}M^{\mathrm{T}}, M_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 其中 $M \in R(M_0)$，$M_s \in R(M_{0s})$，由 $PN$ 的活性，对 $M \in R(M_0)$，$M \in R(M_0)$，$\exists\ \overline{M} \in R(M)$，使得 $\overline{M}[t' >$，根据 $PN$ 和$\overline{PN}_s$ 的活性以及嵌入操作的定义知 $\exists\ \overline{M}' = [{}^{\bar{p}}\overline{M}^{\mathrm{T}}, \overline{M}_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in R(M')$，使得 $\overline{M}'[t' >$，其中 $\overline{M} \in R(M)$，$\overline{M}_s \in R(M_s)$. 从而 $t'$ 在 $PN'$ 中是活的，由 $t'$ 的任意性可知 $PN'$ 是活的.　　证毕.

**定理 3**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\overline{p}, PN_s)$，得到的 Petri 网，记 $PN' = (P', T'; F', M'_0, \Sigma', h', G'_f)$，若 $PN'$ 是活的，则 $\exists\ M''_0, M''' \in R(M'_0)$，使得从 $PN'' = (P', T'; F', M''_0, \Sigma', h', G'_f)$ 和 $PN''' = (P', T'; F', M'''_0, \Sigma', h', G'_f)$ 中分别得到的 $PN$ 及$\overline{PN}_s$ 也是活的.

证明 类似于前面可以证明.

**推论 1**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\overline{p}, PN_s)$，$i = 1,2,3$ 得到的 Petri 网，若 $\| M_{0s} \| \subseteq \| M'_0 \|$，则 $PN'$ 是活的当且仅当 $PN$ 及$\overline{PN}_s$ 均是活的.

**定理 4**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\overline{p}, PN_s)$，得到的 Petri 网，若 $PN'$ 是公平的，则 $PN$ 和$\overline{PN}_s$ 都是公平的.

证　反证，不妨设 $PN$ 不公平，则 $\exists\ t_1, t_2 \in T$，$t_1$ 与 $t_2$ 处于非公平关系. 意味着 $\forall\ k > 0$，$\exists\ \sigma \in T^*$，$\exists\ M \in R(M_0)$，使得 $M[\sigma > \wedge\ \#(t_i/\sigma) = 0 \to \#(t_j/\sigma) \geqslant k, i \neq j, i, j \in \{1,2\}$，根据嵌入操作的定义可知 $t_i, t_2 \in T'$，$\forall\ k > 0$，$\exists\ \beta \in T'^*$，$\sigma$ 含于 $\beta$，且 $\| \beta \| - \| \sigma \| \subseteq T_s$，以及 $\exists\ M' \in R(M'_0)$，$M' - [{}^{\bar{p}}M^{\mathrm{T}}, M_s^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，其中 $M \in R(M_0)$，$M_s \in R(M_{0s}) \cup \{\theta_s\}$，考虑到 $T \cap T_s - \varnothing$，则有 $M'[\beta > \wedge\ \#(t_i/\beta) - 0 \to \#(t_j/\beta) \geqslant k, i, j \in \{1,2\}, i \neq j$. 从而 $PN'$ 非公平，矛盾！因此 $PN$ 及$\overline{PN}_s$ 必均为公平，故定理得证！

类似地可得到如下结论：

**定理 5**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_2(\overline{p}, PN_s)$ 得到的 Petri 网，则 $PN'$ 是公平的，当且仅当 $PN$ 和$\overline{PN}_s$ 都是公平的.

**定理 6**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\overline{p}, PN_s)$，$i = 1,2,3$ 得到的 Petri 网，若 $PN$ 与 $\overline{PN}_s$ 均是回归的，则 $PN'$ 也是回归的.

**定理 7**　设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\overline{p}, PN_s)$，$i = 1,2,3$ 得到的 Petri 网，记 $PN'$

$= (P',T';F',M_0',\Sigma',h',G_f')$，若 $PN'$ 是回归的，则 $\exists\, M_0'',M_0''' \in R(M_0')$，使得 $PN'' = (P',T';F',M_0'',\Sigma',h',G_f')$ 和 $PN''' = (P',T';F',M_0''',\Sigma',h',G_f')$ 中分别得到的Petri网 $PN$ 及 $\overline{PN_s}$ 均是回归的.

**推论 2** 设 $PN'$ 是 $PN$ 中经嵌入操作 $Emb_i(\bar{p},PN_s)$，$i=1,2,3$ 得到的 Petri 网，若 $\|M_{0s}\| \subseteq \|M_0'\|$，则 $PN'$ 是回归的当且仅当 $PN$ 及 $\overline{PN_s}$ 均是回归的.

## 5 基于递阶操作的系统建模方法

**定义 5** 设 $\gamma$ 是某个 Petri 网模型 $PN=(P,T;F,M_0,\Sigma,h,G_f)$ 的行为表达式，则称 $\|M_0\|$ 为 $\gamma$ 的入口，记作 ${}^\bullet\gamma$，$\|M_f\|$ 为 $\gamma$ 的出口，记作 $\gamma^\bullet$，其中 $\|M_f\| \in G_f$.

**定义 6** 设 $\gamma_1\gamma_2$ 是行为表达式 $\gamma$ 中的一部分，若 $\gamma^\bullet{}_1 \cap {}^\bullet\gamma_2 = \{\bar{p}\}$，则 $\bar{p}$ 是 $\gamma$ 的一个可嵌入点，称 $<\gamma_1,\gamma_2>$ 是 $\gamma$ 的一个可嵌入口. 若将 $\gamma_s$ 嵌入到 $\gamma$ 中的 $\gamma_1$ 与 $\gamma_2$ 之间，则记作 $Emb_i(<\gamma_1,\gamma_2>,\gamma_s)$，$i=1,2,3$.

由此可归纳出基于嵌入操作的阶建模方法如下：

Step 1 根据用户需要，确定出系统的上层行为，记作 $\gamma$；

Step 2 根据需要确定出 $\gamma$ 的所有可嵌入口 $<\gamma_{11},\gamma_{12}>$，$<\gamma_{21},\gamma_{22}>$，$\cdots$，$<\gamma_{x1},\gamma_{x2}>$，及下层行为（即要嵌入的行为），记作 $\gamma_{s_1},\gamma_{s_2},\cdots,\gamma_{s_x}$；

Step 3 确定嵌入关系 $Emb_i(<\gamma_{j1},\gamma_{j2}>,\gamma_{s_j})$，$i=1,2,3$；$j=1-x$；

Step 4 按照文[7]的算法，分别建立 $\gamma$ 及 $\gamma_{s_1},\gamma_{s_2},\cdots,\gamma_{s_x}$ 的 Petri 网模型 $PN$ 及 $PN_{s_1},PN_{s_2},\cdots,PN_{s_x}$；

Step 5 在 $PN$ 中分别确定出可嵌入点 $\{\bar{p}_j\} = \gamma_{j1}^\bullet \cap {}^\bullet\gamma_{j2}$，$j=1-x$；当 $\gamma_{ji}=\varepsilon$ 时，$i=1$ 或 $i=2$，$\{\bar{p}_j\} = {}^\bullet\gamma_{j2}$ 或 $\{\bar{p}_j\} = \gamma_{j1}^\bullet$；

Step 6 根据嵌入操作的定义 $Emb_i(\bar{p}_j,PN_{s_j})$，$i=1,2,3$；$j=1-x$；由此得到的最终 Petri 网即是我们需要的 Petri 网模型.

**例 2** 现有两支机械臂 $R_1$ 和 $R_2$，有一些大物件和一些小物件，机械臂在移动小物件时，$R_1$ 与 $R_2$ 可以分别工作，而在移动大物件时，$R_1$ 和 $R_2$ 必须协同工作. 其动作归纳为 $\Sigma_i=\{a_i,b_i,c_i,c\}$，其中 $a_i$ 表示 $R_i$ 的准备动作；$b_i$ 表示 $R_i$ 的返回动作；$c_i$ 表示 $R_i$ 分别对小物件工作；$c$ 表示 $R_1$ 与 $R_2$ 一起对大物件工作；$i=1,2$.

下面的图 2 表示了系统的递阶生成过程：

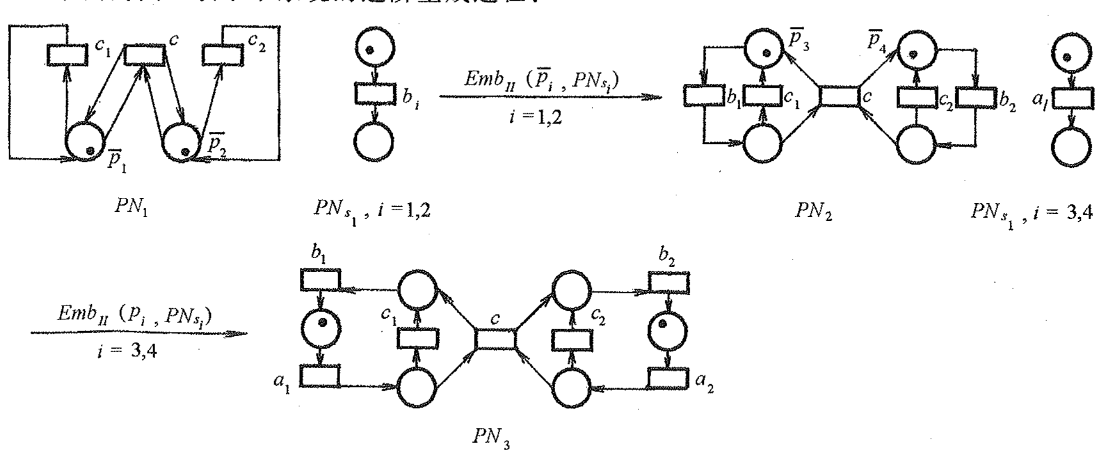



图2 系统的递阶生成过程

## 参 考 文 献


1 Valette, R.. Analysis of Petri nets by stepwise refinement. J. Comput & Syst. Sci., 1979, 18(1): 35－46

2 Suzuki, I. and Murata, T.. A method for stepwise refinement and abstraction of Petri nets. J. Comput & Syst. Sci., 1983, 27(1): 51－76

3 Agerwala, T. and Choed-Amphai, Y.. A synthesis rule for concurrent systems. Proc. 15th Design Automation Conf., Las Vegas NV, June, 1978, 305－311

4 Zhou, M. C. and DiCesare, F.. A hybrid methodlogy for synthesis of Petri nets for Manufacturing systems. IEEE Trans. RA, 1992, 8(3): 350－361

5 Jiang, C. J. and Wu, Z. H.. Net operations. J. Comput Sci. & Tech., 1992, 7(4): 333－344

6 蒋昌俊. Petri 网的广义笛积运算. 自动化学报, 1993, 19(6): 745－749

7 蒋昌俊, 阎春钢. 并发表达式与安全标号 Petri 网. 电子学报, 1998, 26(8)


# The Embedding Operations of Petri Nets and Use for Hierarchical Establishment in Concurrent Systems


JIANG Changjun

(Institute of Shandong Mining and Technology · Tai'an, 271019, PRC)

WANG Chenghong, SHU Songgui and ZHENG Yingping

(Institute of Automation, Academia Sinica · Beijing, 100080, PRC)



**Abstract**: In this paper, four kinds of embedding operations of Petri nets are proposed. These operations preserve the properties of Petri nets very well, such as language behavior, liveness, fairness and reversibility. Based on these results, a method of hierarchical establishment of Petri nets is obtained.



**Key words**: Petri net; embedding operations; establishment


## 本文作者简介


**蒋昌俊** 教授, 博士生导师. 研究兴趣为: Petri 网, 算法, DEDS 及其在 CIMS 中应用.

**王成红** 博士. 研究兴趣为控制系统可靠性, DEDS 等.

**疏松桂** 研究员, 博士生导师. 研究兴趣为: 控制系统可靠性, CIMS 等.

**郑应平** 见本刊 1998 年第 1 期第 52 页.