

# Multipurpose 批处理过程短期调度的滚动时域方法\*

王朝晖 陈浩勋 甘文泉 胡保生

(西安交通大学系统工程研究所·西安, 710049)

**摘要:** 提出了一种利用滚动时域方法进行 Multipurpose 批处理过程短期调度的方法, 这种方法不仅可以大大缩短计算时间, 而且可以考虑在生产过程中发生的动态变化。仿真计算结果证明了本方法的有效性和实用性。

**关键词:** Multipurpose 批处理过程; 调度; Lagrangian 松弛法; 滚动时域

## 1 引言

在 Multipurpose 批处理过程中, 可以使用同一套设备完成多种相似产品的生产, 并且不同产品的生产路线可以不同, 因而这是一类很复杂的过程。批处理过程的操作可以分为三个层次: 生产计划、调度和单元设备的过程控制<sup>[1]</sup>。关于批处理过程的调度问题, 包括两类: 一种是静态调度, 即将从计划层来的订单一起安排到设备上去; 另一种是动态调度, 将订单按时间顺序分批进行安排, 同时考虑在生产时环境参数发生的变化。在调度过程中, 各操作的处理时间是按以前的经验而定的, 在生产过程中可能发生变化; 在生产过程中, 设备的损坏与维修也时有发生; 同时, 市场需求变化可能导致订单的变化。所有这些, 使得花费了很大计算代价的静态调度得不到应有的效果。因此, 迅速地对意外事件作出反应, 是批处理过程短期调度的一个重要方面<sup>[2]</sup>。

滚动时域方法作为一种次优控制技术, 在控制方面得到了广泛的应用, 其最著名的例子就是预测控制<sup>[3]</sup>。这种方法最近在批处理过程调度中也得到了应用<sup>[4]</sup>。本文利用滚动时域的方法, 将整个调度决策问题按时段划分成若干个顺序执行的决策子问题, 并且在进行当前时段调度决策子问题求解时考虑它对后续时段的影响。虽然这种方法难以保证问题的全局最优性, 但由于缩小了问题的维数, 大大减少了计算所用的时间, 同时在滚动时域的边界上可以对生产环境的动态变化加以考虑, 增加了调度结果的实用性, 并且仿真计算表明, 此方法仍能获得比较好的近似最优调度。

## 2 一般调度问题的建模和基于 Lagrangian 松弛的静态算法

我们采用状态-任务网(STN)对化工批处理过程进行建模。以下是描述 STN 的变量, 有关 STN 更详尽的描述, 可参见文献[5]。

1) 描述操作  $i$  的变量。

$S_i$ : 操作  $i$  的输入状态集;  $\bar{S}_i$ : 操作  $i$  的输出状态集;

$\rho_{is}$ : 操作  $i$  的输入状态  $s$  相对于操作  $i$  批量的输入比例,  $s \in S_i$ , 且  $\sum_{s \in S_i} \rho_{is} = 1$ ;

$\bar{\rho}_{is}$ : 操作  $i$  的输出状态  $s$  相对于操作  $i$  批量的输出比例,  $s \in \bar{S}_i$ , 且  $\sum_{s \in \bar{S}_i} \bar{\rho}_{is} = 1$ ;

$P_{is}$ : 操作  $i$  输出物料到状态  $s$  的处理时间,  $s \in \bar{S}_i$ ;

$P_i$ : 操作  $i$  的处理时间,  $P_i = \max_{s \in \bar{S}_i} P_{is}$ ;  $k_i$ : 可执行操作  $i$  的设备集。

\* 国家自然科学基金课题(69504008)资助项目。

本文于 1996 年 12 月 30 日收到, 1997 年 9 月 2 日收到修改稿。

2) 描述状态  $s$  的变量.

$T_s$ : 从状态  $s$  输入物料的操作集;  $\bar{T}_s$ : 向状态  $s$  输出产品的操作集;  $S_s^{\max}$ : 状态  $s$  的最大存贮量.

3) 描述设备  $j$  的变量.

$I_j$ : 可由设备  $j$  执行的操作集;  $V_{ij}^{\max}$ : 设备  $j$  执行操作  $i$  时的最大容量;  $V_{ij}^{\min}$ : 设备  $j$  执行操作  $i$  时的最小容量.

## 2.1 调度问题的建模

本文研究的批处理调度问题(记为 P)为:

给定 1) 批处理过程的 STN 及全部相关信息; 2) 一个感兴趣的时间域, 该时间域可分为  $H$  个单位时间段( $1, 2, \dots, H$ ), 假定任何操作只能开始于某个单位时间段的起始时刻, 以下将第  $t$  个单位时间段的开始时刻称为“时刻  $t$ ”, 调度初始和终止时刻分别对应于“时刻 1”和“时刻  $H + 1$ ; 3) 用户订单信息及原料到货信息;

求 每台设备上各个操作的批量及其开始时间;

使得 生产总效益达到极大.

首先定义以下变量

$B_{ijt}$ :  $t$  时刻操作  $i$  在设备  $j$  上开始处理的批量;  $D_{st}$ :  $t$  时刻用户对产品(状态) $s$  的需求;  $R_{st}$ :  $t$  时刻原料(状态) $s$  的到货量;  $c^s$ : 单位产品  $s$  的价值;  $s^s$ : 单位产品  $s$  单位时间的存贮费用;  $S_{st}$ :  $t$  时刻状态  $s$  中产品的存贮量;  $I$ : 操作集;  $U$ : 设备集;  $O_{ijt}$ :  $t$  时刻在设备  $j$  上开始执行的操作;  $E_j$ : 可在设备  $j$  上执行的所有相邻操作对的集合;  $\tau_{i'j}$ : 在设备  $j$  上依次执行  $i$  和  $i'$  时, 其间的 setup 时间;  $C_{ijt}$ :  $0 \sim 1$  变量,  $B_{ijt} > 0$  时为 1, 否则为 0.

目标函数: 
$$\max_{\{B_{ijt}\}, \{C_{ijt}\}} (J), \quad (1)$$

其中 
$$J = \sum_s c^s (S_{s(H+1)} + \sum_{t=1}^H D_{st}) - \sum_s c^s (S_{s0} + \sum_{t=1}^H R_{st}) - \sum_s \sum_{t=1}^H s^s \cdot S_{st}.$$

以上  $J$  的表达式中, 第一项为产品价值, 第二项为原料价值, 第三项为存贮费用.

约束: 1) 物料平衡:

$$S_{st} = S_{s(t-1)} + \sum_{i \in T_s} \bar{\rho}_{is} (\sum_{j \in k_i} B_{ij(t-P_{is})}) - \sum_{i \in T_s} \rho_{is} (\sum_{j \in k_i} B_{ijt}) + R_{st} - D_{st}, \quad \forall s, t. \quad (2)$$

2) 物料存贮约束和设备容量约束:

$$0 \leq S_{st} \leq S_s^{\max}, \quad \forall s, t. \quad (3)$$

$$C_{ijt} V_{ij}^{\min} \leq B_{ijt} \leq C_{ijt} V_{ij}^{\max}, \quad \forall i, j, t. \quad (4)$$

3) 
$$C_{ijt} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j, t. \quad (5)$$

4) 设备能力与 setup 时间:

$$\sum_{r=t}^{t+P_i+\tau_{i'j}-1} (C_{ijr} + C_{i'jr}) \leq 1 \quad \text{或} \quad \sum_{r=t'}^{t+P_{i'}+\tau_{i'j}-1} (C_{ijr} + C_{i'jr}) \leq 1, \quad (6)$$

$\forall i, i', j, t, t', s.t. (O_{ijt}, O_{i'jt'}) \in E_j.$

## 2.2. 基于 Lagrangian 松弛的静态算法

通过约束变换、引入操作批量的函数和松弛物料存贮能力约束, 可以将调度问题分解为一个两层次的优化问题. 然后用动态规划求解下层问题, 用次梯度法求解上层对偶问题. 最后再依据对偶问题的解, 以启发式方法构造原问题的可行解<sup>[6]</sup>.

### 3 用滚动时域方法求解调度问题

#### 3.1 分段调度模型

假定将  $H$  分为  $N$  个时段, 每个时段分别有  $h_1, h_2, \dots, h_N$  个单位时间段, 用  $n$  表示时段的索引, 在第  $n$  时段中分别记单位时间段的起始时刻为  $0, 1, \dots, h_n$ .

在操作执行过程中, 可能会跨越相邻时段的边界. 为了叙述简便, 假定一个操作最多跨越一个边界(占用两个时段), 同时假定原料在生产开始时已经到位, 即  $R_{st} = 0$ .

将原问题目标函数和约束分别按分段形式表达, 用上标表示时段. 约束可表示为:

1) 物料平衡:

$$\begin{cases} S_{s0}^1 = S_{s0}, \\ S_{s0}^n = S_{sh_{n-1}}^{n-1}, \quad n = 2, 3, \dots, N. \end{cases} \quad (\text{初始状态}) \quad (7)$$

$$S_{st}^n = S_{s(t-1)}^n + \sum_{i \in T_s} \sum_{j \in k_i} \bar{\rho}_{is} B_{ij(h_{n-1}-P_{is}+t)}^{n-1} + \sum_{i \in T_s} \sum_{j \in k_i} \bar{\rho}_{is} B_{ij(t-P_{is})}^n - \sum_{i \in T_s} \sum_{j \in k_i} \rho_{is} B_{ijt}^n - D_{st}^n, \quad \forall n, t, s. \quad (8)$$

式(8)右边第二项表示开始于第  $(n-1)$  段  $(h_{n-1} - P_{is} + t)$  时刻的操作对第  $n$  段  $t$  时刻产品  $s$  库存的影响. 当  $t \geq P_{is}$  时, 相应的项为 0.

2) 物料存贮约束和设备容量约束:

$$0 \leq S_{st}^n \leq S_s^{\max}, \quad \forall n, s, t. \quad (9)$$

$$C_{ijt}^n V_{ij}^{\min} \leq B_{ijt}^n \leq C_{ijt}^n V_{ij}^{\max}, \quad \forall n, i, j, t. \quad (10)$$

$$3) \quad C_{ijt}^n \in (0, 1). \quad (11)$$

4) 设备能力与 setup 时间

$$\sum_{\tau=t}^{t+P_{i'}+\tau_{i'j}-1} (C_{ijt}^n + C_{i'jt}^n) \leq 1 \text{ 或 } \sum_{\tau=t'}^{t'+P_{i'}+\tau_{i'j}-1} (C_{ijt}^n + C_{i'jt}^n) \leq 1, \quad \forall i, i', j, t, t', \text{ s. t. } (O_{ijt}, O_{i'jt'}) \in E_j. \quad (12)$$

$$5) \text{ 附加约束 } C_{ijt}^n = 0, \quad \forall j, i \in I_j, \quad t < P_i + \tau_{ri} - h_{n-1} + t'. \quad (13)$$

其中  $t'$  满足:  $h_{n-1} - P_i - \tau_{ri} < t' < h_{n-1}$  且  $C_{i'jt'}^{n-1} = 1, i' \in I_j$ .

这个约束的物理意义是如果一台设备  $j$  在第  $(n-1)$  段被占用, 并且其操作要延续到第  $n$  段, 那么在第  $n$  段, 设备  $j$  被该操作占用期间不可用.

目标函数为

$$J = \sum_s c^s (S_{sh_N}^N + \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^{h_n} D_{st}^n) - \sum_s c^s S_{s0}^1 - \sum_s \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^{h_n} s^s \cdot S_{st}^n. \quad (14)$$

#### 3.2 解法

对时域分段后, 段间的约束关系表现为两个方面: 1) 对于同一种物料, 其前一时段末的量应等于后一时段初的量; 2) 由于有些操作跨越两个时段边界, 从而使设备在后一时段开始一段时间“不可用”, 同时后一时段要接收前一时段中尚未完成操作的产品.

由于生产是在时间上顺序执行的, 一个最直观的方式是将前一时段末的产品量和设备状态当作后一时段的初始状态, 依次求解各时段的最优解. 但这样求出的解并不一定是整体最优的, 应该考虑分段对目标函数的影响.

引入乘子  $\gamma_{sn}$ , 将等式约束  $S_{s0}^n = S_{sh_{n-1}}^{n-1}, (n = 2, \dots, N)$  松弛掉, 则目标函数成为

$$J' = J + \sum_s \sum_{n=2}^N \gamma_{sn} (S_{sh_{n-1}}^{n-1} - S_{s0}^n)$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_s \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^{h_n} D_{st}^n + (\sum_s c^s S_{sh_N}^N + \sum_s \sum_{n=2}^N \gamma_{sn} S_{sh_{n-1}}^{n-1}) \\
 &\quad - (\sum_s c^s S_{s0}^1 + \sum_s \sum_{n=2}^N \gamma_{sn} S_{s0}^n) - \sum_s \sum_{n=1}^N \sum_{t=1}^{h_n} s^s S_{st}^N.
 \end{aligned} \tag{15}$$

由此,将问题分解为  $N$  个子问题  $P_1, P_2, \dots, P_N$ , 子问题  $P_n$  的目标函数分别为:

$$\begin{aligned}
 J_1 &= \sum_s \sum_{t=1}^{h_1} c^s D_{st}^1 + \sum_s (\gamma_{s2} S_{sh_1}^1 - c^s S_{s0}^1) - \sum_s \sum_{t=1}^{h_1} s^s S_{st}^1, \\
 J_n &= \sum_s \sum_{t=1}^{h_n} c^s D_{st}^n + \sum_s (\gamma_{s(n+1)} S_{sh_n}^n - \gamma_{sn} S_{s0}^n) - \sum_s \sum_{t=1}^{h_n} s^s S_{st}^n, \quad n = 2, 3, \dots, N-1, \\
 J_N &= \sum_s \sum_{t=1}^{h_N} c^s D_{st}^N + \sum_s (c^s S_{sh_N}^N - \gamma_{s0} S_{s0}^N) - \sum_s \sum_{t=1}^{h_N} s^s S_{st}^N.
 \end{aligned} \tag{16}$$

将子问题  $P_n$  的目标函数与原问题目标函数对比,可以看出,  $\gamma_{sn}$  和  $\gamma_{s(n+1)}$  分别对应于第  $n$  时段初始时刻原料的单位价值和生产完成时单位产品的价值。鉴于这种类比,下面我们给出  $\gamma_{sn}$  的启发式计算公式。

对于交货期在某一时段的订单,其生产可能有两种方式:一种是在该时段以前已完成生产,存贮到交货期交货;另一种是在该时段以前仅仅完成其某种中间产品,在该时段再完成最终产品。因此,在第  $n$  段结束时,某种产品  $s$  有两方面的价值,或者它自身就是订单产品,具有直接的产品价值,或者它是某种订单产品的中间产品,从而具有潜在的价值。

首先建立产品间的生产关系,即对每一项订单产品,用中间产品依次表示出其生产过程。具体做法是,将原料排在最前面,然后是由原料经过一步操作可得的产品,依此类推。构造产品生产关系的目的在于指明从某种中间产品生产最终产品所必须经过的各种中间产品。

设交货期在第  $n$  段的订单集合为  $D^n = \{(s, t) | D_{st}^n \neq 0\}$ , 再定义变量  $W_{st}^n$ ,

$$W_{st}^n = \begin{cases} 1, & (s, t) \in D^n \\ 0, & (s, t) \notin D^n \end{cases}. \tag{17}$$

在第  $(n-1)$  段结束时,产品  $s$  作为第  $n$  段的订单产品,其单位价值为

$$f_s^n = \max(0, W_{s0}^n c^s - t \cdot s^s). \tag{18}$$

在括号内的第二项中,正项表示  $s$  作为订单产品其单位价值,负项则表示存贮产品  $s$  的单位费用。

作为第  $n$  段订单产品  $s'$  的中间产品,在第  $(n-1)$  段结束时,产品  $s$  潜在的单位价值为

$$q_{ss'}^n = \frac{\alpha_{ss'}}{\rho_{ss'}} (W_{s0}^n c^{s'} - (t - P_{ss'}) \cdot S_{ss'}). \tag{19}$$

其中  $\rho_{ss'}$  表示生产单位  $s'$  需要  $s$  的数量,  $P_{ss'}$  表示从  $s$  生产  $s'$  的总操作时间,  $P_{ss'} \leq t$ ;  $S_{ss'}$  表示从  $s$  生产  $s'$  经过的各产品单位时间存贮费用的平均值。 $\alpha_{ss'}$  定义为

$$\alpha_{ss'} = \frac{\text{生产产品 } s \text{ 所要经过的各操作处理时间之和}}{\text{生产产品 } s' \text{ 所要经过的各操作处理时间之和}}.$$

现在设  $\gamma_{sn} = f_s^n + \max_{(s', t) \in D^n} (q_{ss'}^n, 0), \quad n = 2, 3, \dots, N.$  (20)

从  $n=1$  开始,依次对各时段按第 2 节所述方法进行求解,在第  $n$  段将  $(n-1)$  段末的存贮状态和设备状态作为初始状态。与此对应,在计算时,线性规划的系数矩阵及开始阶段变量的上限、动态规划中有关参数要做相应修改。在求解过程中,第  $n$  段的 Lagrangian 乘子可以利用  $(n-1)$  段的稳定值,这样大大缩短了对偶问题的收敛时间,且使得调度具有连续性;另外,在  $(n-1)$  段的稳定值,

1) 段对偶问题收敛时,搜索步长已经相当小了.为使搜索更为有效,在  $n$  段搜索开始时,应适当放大步长.最后将各段问题得出的解拼起来,就得到原问题的一个近似解.

#### 4 仿真结果

为了验证本文方法的有效性和实用性,我们来解[5]中的调度问题.假定时间域为 24 小时,共有 4 台设备,设备 1 和设备 4 分别用于操作 1 和操作 5,而设备 2,3 则均可进行操作 2,3,4.图 1(a)表示了用静态调度方法求得的 Gantt 图,图 1(b)是用滚动时域方法求解的结果,分段情况为  $8 \times 3$ (分 3 段,每段 8 小时),图 1(c)是分段为  $6 \times 4$  时用滚动时域方法求解的结果.图中线段上面和下面的数字分别表示操作及其批量.表 1 给出了这三种解法的性能比较.

可以看出,利用滚动时域方法,大大缩短了计算时间.具体说来,分段越细,计算时间越小,但解的最优化也较差.从表中还可以看到,由于后续时段继承了前一时间段稳定的 Lagrangian 乘子,使得对偶问题的迭代次数和计算时间显著减少.

#### 5 考虑环境参数的动态变化

利用滚动时域方法进行调度的另一个好处是可以在滚动时域的边界上考虑环境参数的动态变化.从第 3 节的分段模型来看,对于前一时间段操作处理时间的变化、设备的损坏等动态事件,都可以方便地通过修改后一时间段调度的初始条件加以考虑.对于订单情况的变化,只要能提前一个时间段得知,也可以通过调整  $D_{st}^n$  及  $\gamma_m$  参数加以考虑.一般来说,分段越细,计算时间越少,对动态变化的考虑因素增加.但过细又会使得到的解与静态整体最优解的差距加大,这是一个折衷的过程.

如果在生产过程中,发生了较为剧烈的生产环境变化,可以放弃已有调度,从当前时刻开始利用滚动时域方法重新调度.这种重调度可通过变化程度的判断自动触发,或者人为地进

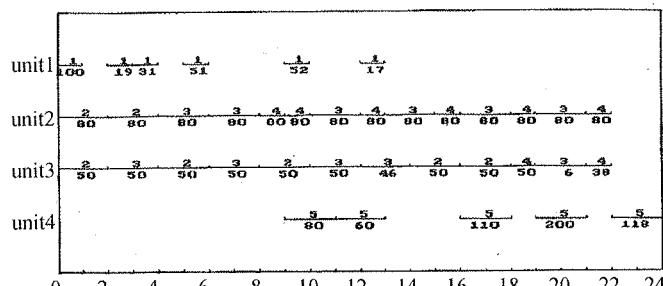


图 1(a) 利用静态方法求解的 Gantt 图

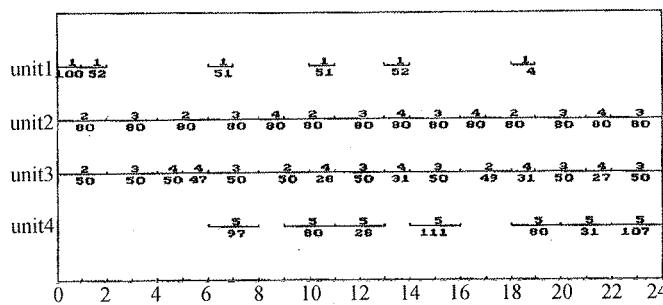


图 1(b) 利用滚动时域方法求解的 Gantt 图( $8 \times 3$ )

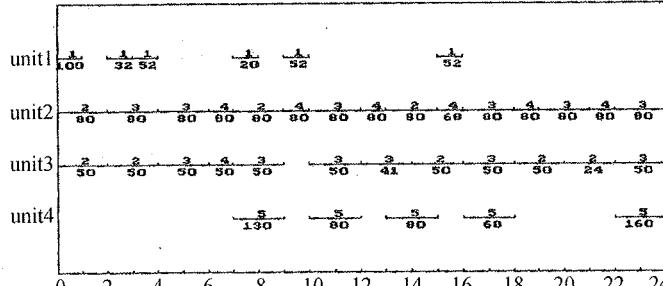


图 1(c) 利用滚动时域方法求解的 Gantt 图( $6 \times 4$ )

表 1 三种解法的比较

方法	迭代次数	计算时间(s)	目标函数值	相对对偶间隙(%)
静态方法	205	1084	7840	4.2
滚动时域 ( $8 \times 3$ )	1	109	40	
	2	76	29	7829
	3	31	12	4.6
滚动时域 ( $6 \times 4$ )	1	107	16	
	2	90	15	7642
	3	34	5	6.9
	4	35	5	

行干预。

## 6 结 论

本文提出了一种利用滚动时域方法进行 Multipurpose 批处理过程短期调度的方法,这种  
方法不仅可以大大缩短计算时间,而且可以考虑在生产过程中环境发生的动态变化。滚动时域  
大小的选择取决于计算时间和精度要求以及动态变化程度的大小。仿真结果说明了本文方法  
的有效性和实用性。

## 参 考 文 献

- 1 Cott, B. J. and Macchietto, S.. An integrated approach to computer-aided operation of batch chemical plants. Proc. 3rd Inter. Symp. on Process Systems Engineering, Sydney, Australia, 1988, 243—249
- 2 Kanakamedala, K. B., Reklaitis, G. V. and Venkatasubramanian, V.. Reactive schedule modification in multipurpose batch chemical plants. Ind. Eng. Chem. Res., 1994, 33(1):77—90
- 3 席裕庚. 预测控制. 北京: 国防工业出版社, 1993
- 4 Passos, C. A. S., Latre, L. G., Rodrigues, M. T. M. and Campas, M. F. D.. An interactive optimization technique for short-term scheduling of batch multipurpose plants. IFAC 13th Triennial World Congress, San Francisco, USA, 1996, 25 —30
- 5 Kondili, E., Pantelides, G. C. and Sargent, R. W. H.. A general algorithm for short-term scheduling of batch operations—I. MILP Formulation. Computers Chem. Engng., 1993, 17(2):211—227
- 6 王朝晖, 陈浩勋, 胡保生. 一种基于 Lagrangian 松弛法求解化工批处理过程调度的方法. 控制与决策, 1997, 12(增刊): 408—413

## Short-Term Scheduling of Multipurpose Batch Processes with Rolling Time Horizon Scheme

WANG Zhaohui, CHEN Haoxun, GAN Wenquan and HU Baosheng

(System Engineering Institute, Xi'an Jiaotong University • Xi'an, 710049, PRC)

**Abstract:** A short-term scheduling approach based on rolling time horizon scheme is proposed for multi-purpose batch processes. The approach can remarkably reduce the computational time, compared with the static Lagrangian relaxation approach previously proposed by us. Further more, it can take account of dynamic variations during performance of the schedule. Computational results are given to demonstrate the efficiency and effectiveness of the approach.

**Key words:** multipurpose batch processes; scheduling; Lagrangian relaxation; rolling time horizon

### 本文作者简介

王朝晖 1969 年生。1991 年、1994 年和 1997 年分别在西安交通大学、哈尔滨船舶工程学院和西安交通大学获学士、硕士和博士学位。研究方向为批处理过程调度与监控。

陈浩勋 1964 年生。副教授。1984 年、1987 年和 1990 年分别在复旦大学、上海交通大学、西安交通大学获学士、硕士和博士学位。研究方向为: 离散事件动态系统理论, Petri 网理论与应用, 生产计划与调度。

甘文泉 1968 年生。1990 年、1993 年和 1997 年分别在北京理工大学、哈尔滨船舶工程学院和西安交通大学获学士、硕士和博士学位。研究方向为复杂系统预测与控制。

胡保生 1930 年生。教授, 博士生导师。1951 年毕业于上海大同大学电气工程系。研究方向为: 离散事件动态系统理论与应用, 多目标决策与优化, 并行控制算法, 人机系统等。