第 15 卷第 4 期
1998 年 8 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 15, No. 4
Aug., 1998

时滞不确定性系统基于观测器的鲁棒镇定设计

张明君　程储旺　孙优贤

（浙江大学工业控制技术研究所·杭州，310027）

摘要：本文对一类不确定性动态时滞系统，用线性矩阵不等式的方法，研究了其基于观测器的鲁棒镇定方法. 该类系统具有状态时滞，其不确定性满足匹配条件.

关键词：时滞；不确定性系统；观测器；鲁棒控制；线性矩阵不等式

1 引　言

不确定性系统基于观测器的鲁棒镇定问题具有重要的理论意义和工程应用价值，近年来，一些学者对该类问题进行了很多研究，并取得了一些成果[1]. 但没有得到理想的结论. 用线性矩阵不等式方法解决这类问题，在国内外文献中至今未见报道. 随着内点法等许多新算法的开发成功，线性矩阵不等式方法已经引起越来越多学者的注意，这一方面因为许多控制问题都可以化为线性矩阵不等式的问题求解，而且线性矩阵不等式可以作为易于计算机求解的凸优化问题处理. 最近，一些新算法的研制成功，解决了以前许多线性矩阵不等式无法求解析解的问题，从而显著地促进了线性矩阵不等式方法的研究和应用.

本文给出了一类不确定性动态时滞系统状态观测器和鲁棒控制器的设计方法，该方法通过求解两个线性矩阵不等式实现. 设计实例表明方法简单，效果理想.

2 主要结果[1]

考虑如下具有状态和控制输入不确定性时滞系统：

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(r(t)))x(t) + (A_d + \Delta A_d(s(t)))x(t-\tau) + (B + \Delta B(q(t)))u(t), \tag{1.1}$$

$$y(t) = Cx(t), \tag{1.2}$$

$$x(t) = \varphi(t), \quad \forall\, t \in [-\tau, 0]. \tag{1.3}$$

式中 $x \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量，$u \in \mathbb{R}^m$ 是控制向量，$y \in \mathbb{R}^r$ 是测量输出；A, A_d, B 和 C 表示合适维数的矩阵，$\tau > 0$ 是滞后时间，$\varphi(t)$ 是一个连续的矢量初值函数，$r(t), s(t)$ 和 $q(t)$ 是不确定参数向量.

在许多工程实践中，系统(1)的状态信息常常不能得到，为此需构造一个满足如下形式方程的状态观测器来估计系统状态

$$\dot{z}(t) = Az(t) + B(u) + r_o P_o^{-1} C^{\mathrm{T}}(y - Cz(t)), \tag{2}$$

此时，可构造如下形式的反馈控制律来镇定系统(1)：

$$u(t) = -r_c B^{\mathrm{T}} P_c z(t). \tag{3}$$

其中 $z(t) \in \mathbb{R}^n$ 是观测器状态，P_c 和 P_o 及常数 r_c 和 r_o 待定. 一般称 $L = r_o P_o^{-1} C^{\mathrm{T}}$ 为观测器增益，$K = -r_c B^{\mathrm{T}} P_c$ 为控制器增益. 为讨论方便，作如下假设：

假设 1　对所有 $t \geqslant 0$，$r(t), s(t)$ 和 $q(t)$ 是 Lebesgue 可测的矢量函数，且：

$$\Theta = \{r(t) \in \mathbb{R}^k : |r_i| \leqslant \bar{r}, i = 1, 2, \cdots, k;\ \bar{r} \geqslant 0\};$$

本文于 1996 年 7 月 15 日收到. 1997 年 3 月 5 日收到修改稿.

$$\begin{cases} \Omega = \{s(t) \in \mathbb{R}^l : |s_i| \leqslant \bar{s}, i = 1,2,\cdots,l;\ \bar{s} \geqslant 0\}; \\ \Psi = \{q(t) \in \mathbb{R}^m : |q_i| \leqslant \bar{q}, i = 1,2,\cdots,m;\ \bar{q} \geqslant 0\}; \end{cases} \tag{4}$$

假设 2 不确定性矩阵 $\Delta A(\cdot),\Delta A_d(\cdot),\Delta B(\cdot)$ 是"秩 1"形矩阵，且满足：

$$\begin{cases} \Delta A(r(t)) = B(\sum_{i=1}^{k} A_i r_i(t)); \\ \Delta A_d(s(t)) = B(\sum_{i=1}^{l} A_{di} s_i(t)), \\ \Delta B(q(t)) = B(\sum_{i=1}^{m} B_i q_i(t)). \end{cases} \tag{5}$$

其中 $A_i = d_i e_i^{\mathrm{T}}$； $A_{di} = f_i g_i^{\mathrm{T}}$； $B_i = h_i w_i^{\mathrm{T}}$； $d_i, e_i, f_i, g_i, h_i, w_i$ 均为 n 维列向量.

假设 3 对系统(1)，(A,B) 能控，(C,A) 能观.

假设 4 $A_d = BH$.

在以下推导中令：

$$\begin{cases} T \triangleq \bar{r}\sum_{i=1}^{k} d_i d_i^{\mathrm{T}}; \quad U \triangleq \bar{r}\sum_{i=1}^{k} e_i e_i^{\mathrm{T}}; \quad S \triangleq \bar{s}\sum_{i=1}^{l} g_i g_i^{\mathrm{T}}; \\ W \triangleq \bar{s}\sum_{i=1}^{l} f_i f_i^{\mathrm{T}}; \quad V \triangleq \bar{q}\sum_{i=1}^{m} h_i h_i^{\mathrm{T}}; \quad Q \triangleq \bar{q}\sum_{i=1}^{m} w_i w_i^{\mathrm{T}}; \\ Z \triangleq \bar{s}^2 \sum_{i=1}^{l}\sum_{j=1}^{l} |g_j^{\mathrm{T}} g_i| f_j f_j^{\mathrm{T}} \end{cases} \tag{6}$$

定理 1 对于满足假设 1～4 的系统(1)，如果存在对称正定矩阵 P_c 和 P_o 及正常数 r_c 和 r_o 使得式(7)的矩阵 $\tilde{Q}$ 负定，则由式(2)、(3)给出的控制律鲁棒镇定系统(1).

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} M & r_c P_c B B^{\mathrm{T}} P_c \\ r_c P_c B B^{\mathrm{T}} P_c & N \end{bmatrix}. \tag{7}$$

其中

$$M = A^{\mathrm{T}} P_o + P_o A - 2r_o C^{\mathrm{T}} C + 2r_c P_c B Q B^{\mathrm{T}} P_c + P_o B(T + 2r_c V + HH^{\mathrm{T}} + HSH^{\mathrm{T}} + W + Z)B^{\mathrm{T}} P_o, \tag{8}$$

$$N = A^{\mathrm{T}} P_c + P_c A + 2U + 2I - r_c P_c B[2I - r_c^{-1}(T + HH^{\mathrm{T}} + HSH^{\mathrm{T}} + W + Z) - 2Q - 2V]B^{\mathrm{T}} P_c. \tag{9}$$

证 令 $e(t) \triangleq x(t) - z(t)$ 由(1)、(2)、(3)式可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = & \left[\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta A(r(t)) & 0 \\ \Delta A(r(t)) & 0 \end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \\ & - \begin{pmatrix} r_c(B + \Delta B(q(t)))B^{\mathrm{T}} P_c & -r_c(B + \Delta B(q(t)))B^{\mathrm{T}} P_c \\ 0 & r_o p_o^{-1} C^{\mathrm{T}} C \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -r_c \Delta B(q(t))B^{\mathrm{T}} P_c & r_c \Delta B(q(t))B^{\mathrm{T}} P_c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} A_d + \Delta A_d(s(t)) & 0 \\ A_d + \Delta A_d(s(t)) & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(t-\tau) \\ e(t-\tau) \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{10}$$

对该增广系统构造 Lyapunov 函数如下

$$V(x(t),e(t)) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad e^{\mathrm{T}}(t)]\begin{bmatrix} P_c & 0 \\ 0 & P_o \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$$

$$+\int_{t-\tau}^{t}\begin{bmatrix}x^{\mathrm{T}}(s) & e^{\mathrm{T}}(s)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2I & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(s)\\ e(x)\end{bmatrix}\mathrm{d}s, \tag{11}$$

可得

$$\dot{V}(x(t),e(t))\leqslant\begin{bmatrix}e^{\mathrm{T}}(t) & x^{\mathrm{T}}(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}M & r_cP_cBB^{\mathrm{T}}P_c\\ r_cP_cBB^{\mathrm{T}}P_c & N\end{bmatrix}\begin{bmatrix}e(t)\\ x(t)\end{bmatrix}. \tag{12}$$

由 Lyapunov 稳定性定理可见，当 $\tilde{Q}<0$ 时，系统(1)渐近稳定，定理 1 得证.　　证毕.

3　求解步骤

线性矩阵不等式有许多现成的求解软件，如 LMI－Lab[2]，LMI－tool，OPTIN[3]等等. 为此，应先将式 $\tilde{Q}<0$ 先化为标准形式的线性矩阵不等式，然后用软件求解，具体方法如下：

第 1 步　由 Schur 补定理[3]知，$\tilde{Q}<0$ 等价于以下两个矩阵不等式：

$$N<0, \tag{13}$$

$$M-r_c^2P_cBB^{\mathrm{T}}P_cN^{-1}P_cBB^{\mathrm{T}}P_c<0. \tag{14}$$

第 2 步　将其化为如下形式的矩阵不等式：

$$Q_{22}<0, \tag{15}$$

$$Q_{11}-r_c^2P_cBB^{\mathrm{T}}P_cQ_{22}^{-1}P_cBB^{\mathrm{T}}P_c<0. \tag{16}$$

其中

$$Q_{11}=\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}P_o+P_oA-2r_oC^{\mathrm{T}}C+2r_cP_cBQB^{\mathrm{T}}P_c & P_oB\\ B^{\mathrm{T}}P_o & -(T+2r_cV+HH^{\mathrm{T}}+HSH^{\mathrm{T}}+W+Z)^{-1}\end{bmatrix} \tag{17}$$

$$Q_{22}=\begin{bmatrix}A^{\mathrm{T}}P_c+P_cA+2U+2I & P_cB\\ B^{\mathrm{T}}P_c & [2r_c(I-Q-V)-(T+HH^{\mathrm{T}}+HSH^{\mathrm{T}}+W+Z)]^{-1}\end{bmatrix}. \tag{18}$$

可见，求解 $\tilde{Q}<0$ 等价于求解式(15)和(16)两个矩阵不等式.

第 3 步　用相应的软件求解线性矩阵不等式(15)得解 P_c，r_c；

第 4 步　将 r_c，P_c 代入式(16)；

第 5 步　求解式(16)，如 r_o，P_o 有解，则由定理 1 得基于观测器的反馈镇定控制律.

注 1　Q_{11} 的第二行第二列块是关于 r_c 和 P_c 的三次项，因此不是线性矩阵不等式，只有解出 r_c 和 P_c 并将其值代入后才能用相应的软件求解.

注 2　线性矩阵不等式方法与黎卡提方程方法相比有一个最大的优越性：没有参数调整的过程.

参 考 文 献

1　朱晓东，孙优贤. 不确定动态时滞系统的基于观测器的鲁棒镇定设计. 控制理论与应用，1996，13(2)：254－258

2　Gahinet，P. and Nemirovskii. LMI Lab：A Package for Manipulating and Solving LMIs. INRIA，Sophia. Antipolis Cedex 1993

3　Olas，A.. Construction of optimal Lyapunov functions for systems with structured uncertainties. IEEE Trans. Automat. Contr.，1994，AC-39(1)：167－171

4　Boyd Stephen，et al.. Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. SIAM，Philadelphia，1994

Observer-Based Memoryless Stabilization of Uncertain Systems with State Delay

ZHANG Mingjun, CHENG Chuwang and SUN Youxian

(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University · Hangzhou, 310027, PRC)

Abstract: In this note, we present an observer-based memoryless stabilization approach for a class of delayed uncertain systems by using linear matrix inequalities (LMI) method. The uncertainty is unknown but satisfies the matching conditions. It is shown that the construction of the memoryless stabilizing controller involves solving two linear matrix inequalities.

Key words: delay; uncertain systems; observer; robust control; LMI

本文作者简介

张明君 1967年生. 分别于1994年和1997年在浙江大学获得硕士和博士学位，主要研究方向为控制系统工程设计方法学，时滞系统控制，鲁棒控制理论与应用等.

程储旺 1965年生. 1994年于杭州大学数学系获理学硕士学位，同年考入浙江大学工业控制技术研究所攻读博士学位，主要研究方向为：同时镇定，时滞系统控制，鲁棒控制理论与应用.

孙优贤 见本刊1998年第1期第108页.

(上接第541页)

在开幕式上，本届大会主席、中国人工智能学会智能机器人学会理事长蔡自兴教授致开幕词，并作了《面向21世纪的智能机器人技术》的报告. 恽为民博士、刘健勤博士、黄心汉教授、郑文波教授、王耀南教授和杨淮清同志也先后在大会上作学术报告.

本次大会得到全国从事智能机器人研究和应用的科教人员和学者的大力支持. 会议程序委员会共收到应征论文200余篇，经过评审后录用并收入论文集135篇，由《中南工业大学学报》专辑出版. 论文内容涉及智能机器人技术的几乎所有领域，包括综述、机器人体系结构、机器人运动学和动力学、机器人规划、机器人控制、机器人视觉与传感、机器人应用、智能控制、自动化与CIMS、开发环境、数据库及其它一些相关智能技术等. 本论文专辑从一个侧面反映了近三年来我国智能机器人技术研究的最新进展，交流了近三年来智能机器人的研究成果，讨论了国内外智能机器人的发展趋势和我国发展智能机器人技术的对策. 许多研究工作被列为国家攻关项目，得到国家自然科学基金、国家863计划及各部委和省基金的大力支持，大多数论文具有较高的学术水平和应用价值. 与会代表和专家在大会和三个分会场上认真宣读了论文，并进行了热烈讨论. 经大会代表和专家评议，评选出两篇大会优秀论文，对优秀论文作者发了奖状和奖金. 与会学者们一致认为，本次会议将为促进我国智能机器人学科的发展作出积极贡献.

大会期间，中国智能机器人专业委员会举行了一届三次会议，听取、讨论和通过了《中国智能机器人专业委员会第一届委员会工作报告》，并一致通过了《关于中国人工智能学会智能机器人专业委员会更名为中国人工智能学会智能机器人学会的决议》. 与会代表经过充分酝酿和协商后，以无记名投票方式选举产生了中国人工智能学会智能机器人学会第二届理事会理事共64名. 经二届一次理事会议选举产生了常务理事19名. 到会常务理事推举蔡自兴为理事

(下转第604页)