

扰动估计器的构造和设计

尹征琦 邱祖廉 张桂红

(西安交通大学信息与控制工程系·西安, 710049)

摘要: 本文介绍了一种扰动估计器的构造和设计, 它是渐近稳定的, 能对有界、带限的不可测扰动作出实时估计, 并可将其估计误差控制在一定的范围内. 该扰动估计器不要求受到扰动的受控系统稳定的, 也不要求受扰的受控系统处于闭环状态. 仿真结果验证了该扰动估计器的有效性.

关键词: 扰动; 实时估计; 渐近稳定

在控制理论的应用和控制系统的设计中, 往往需要对扰动的作用作出补偿, 即存在一个对不可测的扰动的实时估计问题. 图 1 左边给出了受到扰动的受控系统模型, 已知 $G_1(s), G_2(s)$, 需要只利用 $u(t), y(t)$ 给出对扰动 $n(t)$ 的实时估计 $\hat{n}(t)$.

理论上可用图 1 逆系统解决该问题, 但除多变量系统中的正则性问题外, 在实现中会出现:

1) 若 $G_2(s)$ 是严格真的, 则 $G_2^{-1}(s)$ 不是真的, 需要微分器实现.

2) $G_1(s), G_2^{-1}(s)$ 未必是渐近稳定的, 如若不是, 则任意的非零初始条件将导致估计不收敛.

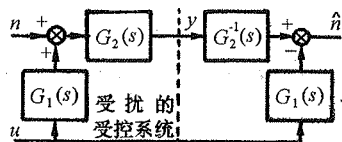


图 1 基于逆系统的扰动估计器

1 扰动估计器的构造和稳定性

1.1 扰动估计器的构造

本文讨论一种渐近稳定的实时扰动估计器的构造和设计, 用于对有界、带限的不可测扰动作出实时估计. 构造扰动估计器如图 2, 其中 $G_1(s) = N_1(s)/D_1(s), G_2(s) = N_2(s)/D_2(s)$ 是真的 (Proper) 或严格真的 (Strictly proper)^[1], $N_i(s), D_j(s), i, j = 1, 2$ 是互质的多项式.

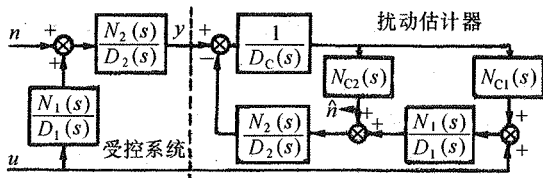


图 2 扰动估计器的构造

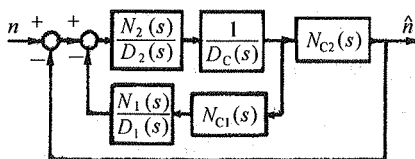


图 3 等效组合系统

该构造的特点在于将对象的模型“嵌入”扰动估计器内, 用反馈 $N_{c1}(s)/D_c(s)$ 和 $N_{c2}(s)/D_c(s)$ 稳定扰动估计器. 对 $N_{c1}(s)/D_c(s)$ 和 $N_{c2}(s)/D_c(s)$ 的良好设计可使扰动估计器具有较好的动态特性及较高的估计输出精度. 显然, 当 $D_1(s), D_2(s)$ 不全是渐近稳定的情况下, 不可能使扰动估计器与对象组合的系统是渐近稳定的, 只能做到使组合系统的输出是零输入渐近稳定的^[3].

1.2 稳定性证明

扰动估计器是一个双输入单输出的系统, 容易得到扰动估计器的闭环特征多项式为

$$\tilde{F}(s) = \det P_1(s) = D_1(s)D_2(s)D_c(s) + D_1(s)N_2(s)N_{c2}(s) + N_1(s)N_2(s)N_{c1}(s). \quad (1)$$

扰动估计器的传递矩阵和系统矩阵分别为

$$\hat{n} = \frac{N_{C_2}(s)}{D_1(s)D_2(s)D_C(s) + D_1(s)N_2(s)N_{C_2}(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C_1}(s)} \begin{bmatrix} -N_1(s)N_2(s) & D_1(s)D_2(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$S_1 = \left[\begin{array}{c|c} P_1 & -N_1N_2 \quad D_1D_2 \\ \hline -N_{C_2} & \end{array} \right]. \quad (3)$$

由图 2 可得到组合系统的多项式矩阵描述(PMD)为:

$$\begin{aligned} D_1(s)\zeta_1 &= N_1(s)u, & D_2(s)\zeta_2 &= N_2(s)(\zeta_1 + n), \\ \tilde{F}(s)\zeta_3 &= D_1D_2(s)\zeta_2 - N_2N_1(s)u, & \hat{n} &= N_{C_2}(s)\zeta_3. \end{aligned}$$

从而得到组合系统的系统矩阵 S_2 , 经过严格系统等价变换(Rosenbrock 系统等价)^[1,2]:

$$S_2 = \left[\begin{array}{cc|cc} D_1 & & N_1 & \\ -N_2 & D_2 & & N_2 \\ & -D_1D_2 & \tilde{F} & -N_1N_2 \\ \hline & & -N_{C_2} & \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{cc|cc} D_1 & & N_1 & \\ -N_2 & D_2 & & N_2 \\ & & \tilde{F} & D_1N_2 \\ \hline & & -N_{C_2} & \end{array} \right] = \bar{S}_2 = M_L S_2 M_R. \quad (4)$$

其中,(按顺序)输入为 u, n ; 输出为 $\hat{n}; y_1 = N_2(s)\zeta_1; M_L, M_R$ 为单模阵(Unimodular matrix):

$$M_L = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ N_2 & D_1 & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, M_R = I_5. \text{ 其中 } \hat{F}(s) \text{ 和 } \hat{N}_{C_2}(s) \text{ 是互质的.}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_2(s) \\ \bar{R}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 & & \\ -N_2 & D_2 & \\ & & \tilde{F} \\ \hline & & N_{C_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \hat{F} \\ \hline & & \hat{N}_{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_1 & & \\ -N_2 & D_2 & \\ & & \hat{H}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{P}_2(s) \\ \hat{R}_2(s) \end{bmatrix} H(s). \quad (5)$$

由(5)式中 $\bar{P}_2(s)$ 和 $\bar{R}_2(s)$ 的最大公因子 $H(s)$ 可知:组合系统的不可观模态,即输出解耦零点分别是 $D_1(s), D_2(s)$ 以及 $\tilde{F}(s)$ 与 $N_{C_2}(s)$ 的非平凡公因式 $\hat{H}_3(s)$. (4) 式中系统已分解为不相耦合的子系统. 由于 $N_i(s), D_j(s)$ 互质, 系统可观测部分的特征值是 $\tilde{F}(s)$ 的根, 须且仅须 $\tilde{F}(s)$ 是渐近稳定的, 则可观测部分的特征值全部为负实部, 组合系统的输出是零输入响应渐近稳定的. 这就证明了:

定理 图 2 受控系统中, $N_1(s)/D_1(s), N_2(s)/D_2(s)$ 是真的或严格真的, $N_i(s), D_j(s), i, j = 1, 2$ 是互质的多项式, 则组合系统的输出是零输入响应渐近稳定的须且仅须扰动估计器的特征多项式: $\tilde{F}(s) = D_1(s)D_2(s)D_C(s) + D_1(s)N_2(s)N_{C_2}(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C_1}(s)$ 是渐近稳定的.

2 扰动估计器的设计

扰动估计器的性能除受到受控系统模型 $N_1(s)/D_1(s)$ 和 $N_2(s)/D_2(s)$ 的精度影响以外, 主要取决于反馈 $N_{C_1}(s)/D_C(s)$ 和 $N_{C_2}(s)/D_C(s)$ 的设计.

2.1 稳定性要求和适定性(Wellposed)要求

扰动估计器的闭环特征多项式 $\tilde{F}(s) = D_1(s)D_2(s)D_C(s) + D_1(s)N_2(s)N_{C_2}(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C_1}(s)$ 必须是渐近稳定的, 若反馈 $N_{C_1}(s)/D_C(s)$ 和 $N_{C_2}(s)/D_C(s)$ 的设计使扰动估计器具有较好的鲁棒性, 具有较大的稳定裕度, 将减少对受控系统模型 $N_1(s)/D_1(s)$ 和

$N_2(s)/D_2(s)$ 的精度要求。

当 $N_1(s)N_2(s)/D_1(s)D_2(s)$ 是严格真的, $N_{C1}(s)/D_C(s)$ 可以是真的, 而当 $N_1(s)N_2(s)/D_1(s)D_2(s)$ 仅是真的, 则它必须是严格真的; $N_{C2}(s)/D_C(s)$ 可以仅是真的。否则系统将不是适定的。

2.2 设计方法

$$\begin{aligned}\hat{n} &= \frac{D_1(s)D_2(s)N_{C2}(s)}{\tilde{F}(s)}y - \frac{N_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}{\tilde{F}(s)}u \\ &= \frac{D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}{D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s) + D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}n \\ &= \frac{D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}{\tilde{F}(s)}n = \bar{G}(s)n.\end{aligned}\quad (6)$$

由(6)式, 组合系统等效于图3所示系统, 可以按图3系统结构设计 $D_C(s)$, $N_{C1}(s)$ 与 $N_{C2}(s)$, $D_C(s)$, $N_{C1}(s)$ 与 $N_{C2}(s)$ 必须使(1)或(6)式中的 $\tilde{F}(s)$ 是渐近稳定的。

由于方程(1)具有额外的自由度, 除可指定 $\tilde{F}(s)$ 外, 还可任意配置(指定) $D_C(s)$, $N_{C1}(s)$ 与 $N_{C2}(s)$ 中的一个, 若选择配置 $D_C(s)$, 则可采用类似动态补偿器的设计方法^[3], 但由于不限定 $D_1(s)$, $D_2(s)$ 是渐近稳定的, 而扰动估计器必须闭环运行和调试, 因而配置 $D_C(s)$ (为渐近稳定)并不很必要, 可利用这一自由度使扰动估计器具有渐近跟踪特性。

在条件: $N_2(s), D_1(s)$ 不含因子 s (7)

下可使系统的内环传递函数具有因子 $1/s$ (或 $1/s^2$), 由内模原理, 扰动估计器对恒值或渐变的扰动具有渐近跟踪特性, 同时, 这种选择还可做到使从 n 到 $\hat{n}$ 的直流传输增益 $\bar{G}(0) = 1$ 。这只需要对指定的 $F_1(s)$ 附加求解:

$$D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s) = sF_1(s)$$

或 $D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s) = s^2F_1(s)$. (8)

条件(7)的含义是: 若 $N_2(s)$ 含因子 s 则具有微分作用, 这种受控系统很难估计其扰动信号。若 $D_1(s)$ 含因子 s 则受控系统在闭环后, 已能抑制恒值或渐变的扰动, 扰动估计器就不太必须了。

扰动估计器的设计问题归纳为(以使扰动估计器达到二阶无差度为例):

1) 对于给定的 $N_1(s), D_1(s), N_2(s), D_2(s)$, 按扰动的性质和对扰动估计器的要求配置 $\tilde{F}(s)$ 。

2) 求解 $F_1(s), N_{C2}(s)$ 对:

$$s^2F_1(s) + D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s) = \tilde{F}(s). \quad (9)$$

3) 求解 $D_C(s), N_{C1}(s)$ 对:

$$D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s) = s^2F_1(s). \quad (10)$$

方程(9)和(10)的求解可按经典的极点配置方法进行^[3~5], 值得指出的是: 在配置 $\tilde{F}(s)$ 时, 应当先由方程(10)确定 $F_1(s)$ 的阶数, 再由方程(9)确定 $\tilde{F}(s)$ 的阶数。求解方程(10)时, 由于 $D_1(s)D_2(s)$ 和 $N_{C2}(s)$ 的阶数被限定, 而 $D_1(s)N_2(s)$ 和 s^2 不是一对分子分母, 需要采用更基本的 Diophantus 方程解法求解方程(9)。通常, 满足方程(9)的 $F_1(s)$ 的最小阶数小于满足方程(10)的 $F_1(s)$ 的最小阶数, 即限定 $F_1(s)$ 和 $N_{C2}(s)$ 的阶数后, 方程(9)具有额外的自由度, 这种自由度可被用作改善扰动估计器的性能, 如指定闭环直流传输增益。

2.3 估计误差和动态特性

扰动的估计输出和误差传递函数分别为:

$$\hat{n} = \frac{D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}{\tilde{F}(s)}n = \frac{1}{1 + \frac{D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s)}{D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}}n, \quad (11)$$

$$\frac{e}{n} = \frac{n - \hat{n}}{n} = \frac{1}{1 + \frac{D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}{D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s)}}. \quad (12)$$

若要求: $\left| \frac{e(j\omega)}{n(j\omega)} \right|_{\omega < \omega^*} < \delta \ll 1$, 则等价于要求:

$$\left| \frac{D_1(s)N_2(s)N_{C2}(s)}{D_1(s)D_2(s)D_C(s) + N_1(s)N_2(s)N_{C1}(s)} \right|_{\omega < \omega^*} > \frac{1}{\delta}. \quad (13)$$

当 $N_2(s), D_1(s)$ 不含有形如 $s, s^2 + \omega^2, \omega < \omega^*$ 的因子时, 理论上总可以在设计中通过指定直流增益和配置闭环极点同时满足(1)式和(13)式的要求. 扰动估计器不同于通常控制系统设计中增益、带宽常受实际受控系统功率环节的限制, 可以取较高的回路增益和带宽, 但在实际应用中, 还是受实际运算部件(模拟部件或计算机)的限制, 只能对一定的 ω^* 和 δ 满足(13)式的要求.

3 仿真研究

受到扰动的受控系统模型为 $G_1(s) = \frac{1}{s+1}, G_2(s) = \frac{1}{s(1.5s-1)}$; 这是一个不稳定系统. 设计了串联控制器 $G_c(s)$ 使其闭环稳定;

$$G_c(s) = \frac{386.3013(s^3 + 1.708718s^2 + 0.8744738s + 0.2485107)}{s(s^2 + 13.53231s + 86.27741)}.$$

闭环极点为: $-1.41425 \pm j1.41425; -6; -10; -7.07127 \pm j7.07127$.

估计器的设计为: $D_C(s) = 0.002743484(s^2 + 24.82445s + 28.48141)$;

$N_{C1}(s) = 0.07903632s(s + 0.9886377)$;

$N_{C2}(s) = 0.6699374(s^2 + 2.363944s + 1.492677)$.

闭环极点为: $-3; -3; -18; -15 \pm j18735$.

方程(9)的自由度, 用作指定扰动估计器的闭环直流传输增益为 1.

图 5~7 分别是图 4 扰动估计器对扰动输入 n 为阶跃信号、三角波信号和正弦信号的响应. 其中指令信号 v 分别为正弦信号、正弦信号和三角波信号. 图 6, 7 中, n 和估计器输出 $\hat{n}$ 几乎重叠, 表明对三角波和正弦信号扰动输入的响应达到了很高的精度, 但图 5 表明对阶跃扰动输入特别是快变的前沿的响应有一个响应过程, 精度较差.

4 结 论

扰动估计器是由受扰系统的已知输入和输出作出对其未知扰动输入的实时估计, 是针对受扰系统的, 一旦构造和设计完成, 无论受扰的受控系统处于开环还是处于闭环状态, 扰动估计器均可给出对扰动的实时估计, 其构造和设计与控制器的构造和设计无关, 具有一定的相对独立性.

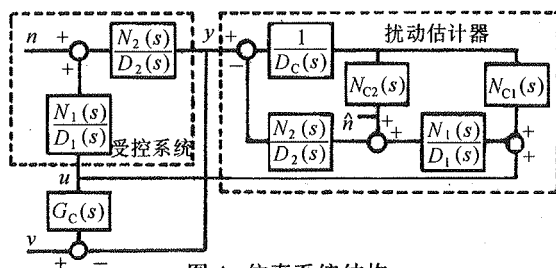


图 4 仿真系统结构

该扰动估计器的构造具有一般性,并不限定特定的受扰系统模型,不要求受到扰动的受控系统稳定的,也不要求受扰的受控系统处于闭环状态.其构造和设计还可推广到更一般的情况,如更复杂的受扰系统模型、某些非线性系统或者满足某种条件的多变量系统.

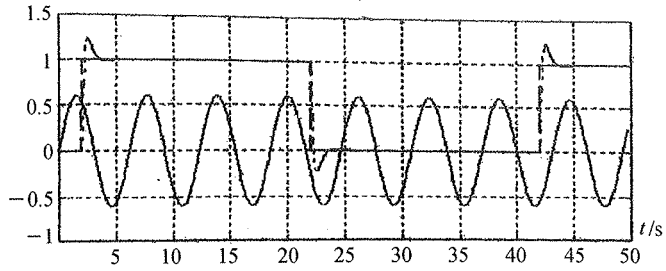


图5 扰动估计器对阶跃扰动的响应

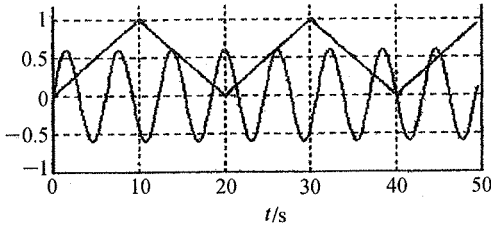


图6 扰动估计器对三角波扰动的响应

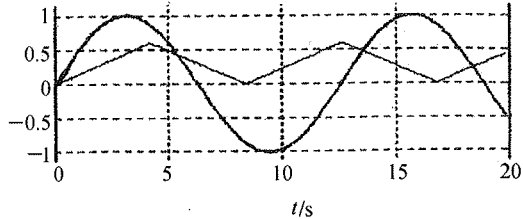


图7 扰动估计器对正弦扰动的响应

该扰动估计器是渐近稳定的,能对有界、带限的不可测扰动作出实时估计,可使扰动估计器达到一阶或二阶无差度,将估计误差控制在一定的范围内.仿真结果验证了该扰动估计器的有效性.

参 考 文 献

- 1 Kailath, T. Linear System. Englewood, N. J.; Prentice Hall, 1980, 382—383
- 2 郑大钟. 线性系统理论. 北京: 清华大学出版社, 1990
- 3 陈启宗. 线性系统理论与设计. 北京: 科学出版社, 1988
- 4 徐和生. 线性多变量系统的分析与设计. 北京: 国防工业出版社, 1989
- 5 涂肇生. 多变量线性控制系统分析与设计. 北京: 化学工业出版社, 1989

The Configuration and Design of an Estimator for Disturbance

YIN Zhengqi, QIU Zulian and ZHANG Guihong

(Department of Automatic Control Engineering, Xi'an Jiaotong University · Xi'an, 710049, PRC)

Abstract: The configuration and design of an estimator for disturbance have been proposed in this paper. The estimator is asymptotically stable. On-line estimation for bounded and limited unmeasured disturbance can be drawn. Its estimation error can be adjusted within the limited scope. The estimators can be available in condition of unstable system and open-loop plant. Its effectiveness has been proved by the simulation.

Key words: disturbance; on-line estimation; asymptotically stable

本文作者简介

尹征琦 1947年生. 1970年西安交通大学机械工程系毕业, 1982年在西安交通大学信息与控制工程系获硕士学位. 现任西安交通大学信息与控制工程系副教授, 发表论文20余篇, 目前研究领域为工业过程控制与智能控制.

邱祖廉 1937年生. 1960年西安交通大学自动控制专业毕业, 现任西安交通大学信息与控制工程系教授, 博士生导师. 发表论文20余篇, 目前研究领域为现代控制理论及应用, 工业过程控制, 计算机控制系统的实现.

张桂红 女. 1973年生. 1995年太原工业大学自动控制专业毕业, 1995年入学西安交通大学信息与控制工程系攻读硕士研究生, 研究方向为现代控制理论及应用.