

具有反馈延迟特性系统的最优控制器设计及其算法实现

李冬梅 刘俊强 胡恒章

(哈尔滨工业大学控制工程系·哈尔滨, 150001)

摘要: 针对反馈传感器具有延迟特性的一类系统, 提出了三自由度 Wiener-Hopf 最优控制器设计方法, 并给出了状态空间实现算法. 最后通过仿真实例证明了该方法的有效性.

关键词: 反馈延迟特性; Wiener-Hopf 最优控制器; 三自由度控制器; 状态空间算法

Design of Optimal Controller and Its State Space Algorithms for Systems with Time-Delay Feedback Sensors

Li Dongmei, Liu Junqiang and Hu Hengzhang

(Department of Automatic Control Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, 150001, P. R. China)

Abstract: A design method of the three-degree-of-freedom (3DOF) Wiener-Hopf optimal controller is proposed for the systems with time-delay feedback sensors. The state space algorithms of the method are derived. The simulation has proved its effectiveness.

Key words: time-delay feedback sensor; Wiener-Hopf optimal controller; 3DOF controller; state space algorithms

1 引言 (Introduction)

Wiener-Hopf 最优控制器设计是一种频域内的设计方法, 这种方法依据对象的传递函数和信号、噪声、干扰的谱密度, 建立二次型性能指标. 综合考虑跟踪性能、控制量限幅及对象参数灵敏度等性能要求, 通过求解 Wiener-Hopf 方程得到最优控制器. 在以往的研究中, 文献[1]给出了伺服-调节类型的多变量控制系统的三自由度 Wiener-Hopf 设计的频域内的求解方法. 文献[2]给出了单位反馈系统的三自由度 Wiener-Hopf 控制器的状态空间实现算法. 在实

际的控制系统中, 反馈传感器常常会带有延迟特性. 因此, 本文在文献[2]的基础上, 将反馈传感器的延迟特性通过 Pade 近似后考虑到系统设计当中, 给出了反馈传感器具有延迟特性的一类系统的三自由度 Wiener-Hopf 最优控制器的状态空间实现算法. 该方法仅要求系统不含有不稳定的隐匿模态, 控制对象可以是不稳定的和/或非最小相位的.

2 三自由度 Wiener-Hopf 最优控制器设计问题 (The three-degree-of-freedom optimal Wiener-Hopf design problem)

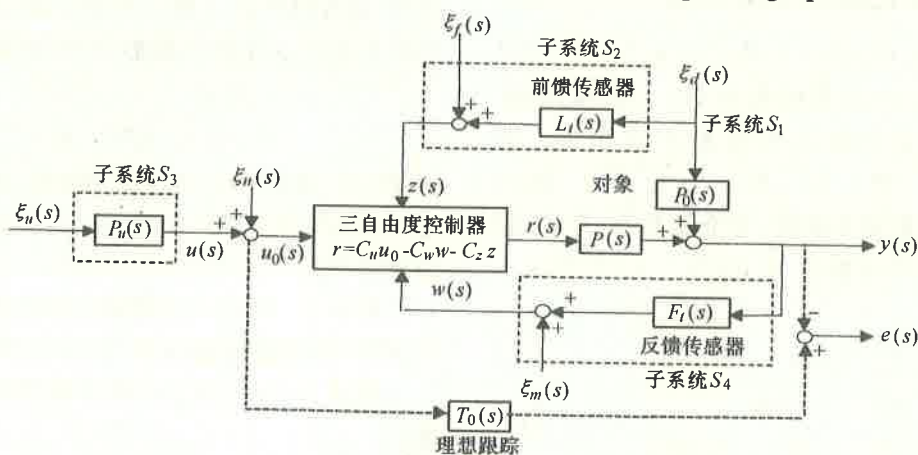


图 1 采用三自由度控制器的控制系统

Fig. 1 A control system adopting the three-degree-of-freedom controller

系统模型如图 1 所示. 图中, u, w, z, r 和 $\xi_d(s)$ 分别是 $n \times 1, n \times 1, q \times 1, m \times 1$ 及 $r \times 1$ 维的向量. 干扰 $\xi_d(t)$, 噪声 $\xi_n(t), \xi_f(t), \xi_m(t)$ 是白噪声, 其谱密度分别为 G_d, G_n, G_f 和 G_m . G_n, G_f 和 G_m 是正定实常阵, G_d 不失一般性, 认为是单位阵. 参考信号 $u(s)$ 是由 $\xi_u(t) = c\delta(t)$ 驱动的系统 S_3 的输出. 其中, $\delta(t)$ 是单位脉冲, c 是均值为零的随机列向量. 不失一般性, 协矩阵 $\langle cc^* \rangle$ 认为是单位阵. 由图 1 可有

$$G_u = \langle uu^* \rangle = \langle P_u cc^* P_u^* \rangle = P_u P_u^*. \quad (1)$$

设反馈传感器的传递矩阵为

$$F_t(s) = \text{diag}(F_{t_1}(s), F_{t_2}(s), \dots, F_{t_n}(s)). \quad (2)$$

其中

$$F_{t_i}(s) = e^{-\tau_i s} (\tau_i \geq 0, i = 1 \rightarrow n). \quad (3)$$

其延迟特性可用二阶 Pade 近似公式进行处理

$$F_{t_i}(s) = \frac{\tau_i^2 s^2 - 6\tau_i s + 12}{\tau_i^2 s^2 + 6\tau_i s + 12} (\tau_i \geq 0, i = 1 \rightarrow n). \quad (4)$$

传递函数矩阵 $P(s), P_0(s), L_t(s), P_u(s)$ 是严格正则的, $F_t(s)$ 是正则的, 从而可以将子系统 S_1, S_2, S_3, S_4 用下述状态空间形式描述:

$$S_1: \dot{x}_1(t) = Fx_1(t) + G_1 r(t) + G_2 \xi_d(t), \quad (5)$$

$$y(t) = Hx_1(t); \quad (6)$$

$$S_2: \dot{x}_2(t) = F_f x_2(t) + G_3 \xi_d(t), \quad (7)$$

$$z(t) = H_f x_2(t) + \xi_f(t); \quad (8)$$

$$S_3: \dot{x}_3(t) = F_u x_3(t) + G_4 \xi_u(t), \quad (9)$$

$$u(t) = H_u x_3(t); \quad (10)$$

$$S_4: \dot{x}_4(t) = F_m x_4(t) + G_5 y(t), \quad (11)$$

$$w(t) = H_m x_4(t) + D_m y(t) + \xi_m(t). \quad (12)$$

其中, $x_j(t) (j = 1 \rightarrow 4)$ 是维数为 $n_j (j = 1 \rightarrow 4)$ 的状态向量. 所有子系统认为是最小实现的, 即 $(F \ G_1 \ H), (F_f \ G_3 \ H_f), (F_u \ G_4 \ H_u), (F_m \ G_5 \ H_m)$ 是完全能控、完全能观的. 并且, 假定 $(F \ G_2)$ 是完全可控的. 由式(5) ~ (12) 可得

$$\begin{aligned} y(s) &= P(s)r(s) + P_0(s)\xi_d(s), \\ z(s) &= L_t(s)\xi_d(s) + \xi_f(s); \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} u(s) &= P_u(s)\xi_u(s), \\ w(s) &= F_t(s)y(s) + \xi_m(s). \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$\begin{aligned} P(s) &= H(sI - F)^{-1}G_1, \\ P_0(s) &= H(sI - F)^{-1}G_2; \end{aligned} \quad (15)$$

$$L_t(s) = H_f(sI - F_f)^{-1}G_3, \quad (16)$$

$$P_u(s) = H_u(sI - F_u)^{-1}G_4;$$

$$F_t(s) = H_m(sI - F_m)^{-1}G_5 + D_m. \quad (17)$$

图中的控制器完全利用了自由度, 因此有输出

$$r(s) = T_c(s)[u_0^T \ w^T \ z^T]^T, \quad (18)$$

其中

$$T_c(s) = [C_u(s) \ -C_w(s) \ -C_z(s)]. \quad (19)$$

通过对结构框图的直接分析我们可有

$$r = R_u(u + \xi_n) - R_w(F_t P_0 \xi_d + \xi_m) - R_z(L_t \xi_d + \xi_f), \quad (20)$$

其中

$$\begin{aligned} T_R(s) &= [R_u(s) \ -R_w(s) \ -R_z(s)] = \\ &= (I + C_w(s)F_t(s)P(s))^{-1}T_c(s). \end{aligned} \quad (21)$$

由式(21)可有

$$T_c(s) = (I - R_w(s)F_t(s)P(s))^{-1}T_R(s). \quad (22)$$

这表明了 R, C 矩阵的一一对应关系.

最优 Wiener-Hopf 设计就是寻找一满足内稳定要求的控制器, 使得二次代价函数取最小值. 在本文中, 代价函数考虑了跟踪精度、对象饱和及对象不确定性灵敏度. 设 $G_e(s), G_r(s), G_s(s)$ 分别代表误差 $e(s) = u(s) - y(s)$, 对象输入 $r(s)$, 对象 $[P \ P_0]$ 的不确定性 $[\delta P \ \delta P_0]$ 的谱密度. 代价函数取为

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr} G_e ds + \frac{k}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(Q G_r) ds + \\ &+ \frac{\mu}{2\pi j} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(S G_s S^*) ds + \right. \\ &\left. k \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}(Q R_w F_t G_s F_t^* R_w^*) ds \right\}. \end{aligned} \quad (23)$$

其中, 加权因子 Q, k 和 μ 分别是正定实矩阵, 正常数和非负常数. S 是闭环系统灵敏度矩阵, 由下式给出

$$S(s) = I - P R_w F_t. \quad (24)$$

$$\text{令 } A^{-1}B = F_t P = B_1 A_1^{-1}, \quad (25)$$

其中 $(A \ B), (B_1 \ A_1)$ 分别是任一左互质多项式矩阵和右互质多项式矩阵. 下述三条假设, 确保了最优解的存在.

假设 1 矩阵 F_u 的特征值无正实部, F_f 和 F_m 的所有特征值都有负实部, 且与 F 的不同.

假设 2 $A(s)P_u(s)$ 在有限虚轴 $s = j\omega$ 上解析.

假设 3 对象不确定性 $\delta P(s)$ 和 $\delta P_0(s)$ 分别依赖于输入矩阵 G_1 和 G_2 的不确定性, 记为 δG_1 和 δG_2 , 即有

$$\delta P(s) = H(sI - F)^{-1}(\delta G_1), \quad (26)$$

$$\delta P_0(s) = H(sI - F)^{-1}(\delta G_2).$$

在上述假定下,对象不确定性谱密度 $G_s(s)$ 变成

$$G_s(s) = H(sI - F)^{-1}G_6G_6^T(sI - F)^{-1}H^T. \quad (27)$$

其中, G_6 是满足下式的方阵

$$G_6G_6^T = \langle \delta G_1\delta G_1^T \rangle + \langle \delta G_2\delta G_2^T \rangle. \quad (28)$$

设 $\Lambda(s), \Omega_0(s), \Omega(s)$ 分别表示下述方程的 Wiener-Hopf 谱分解:

$$P_*P + kQ = \Lambda_*\Lambda, G_u + G_n = \Omega_0\Omega_0^*, \Phi(s) = \Omega\Omega_0^*. \quad (29)$$

其中

$$\Phi(s) = \begin{bmatrix} F_i(P_0P_{0*} + \mu G_s)F_{i*} + G_m & F_iP_0L_{i*} \\ L_iP_0*F_{i*} & L_iL_{i*} + G_f \end{bmatrix}. \quad (30)$$

定理 1 如果满足假设 1~3,使得式(23)的代价函数 E 最小且使闭环系统稳定的最优解

$[\hat{R}_u \quad \hat{R}_w \quad \hat{R}_z]$ 为

$[\hat{R}_u \quad \hat{R}_w \quad \hat{R}_z] =$

$$\Lambda^{-1}[\{\Gamma_u\}_+, \{\Gamma_1\}_-, \{\Gamma_w\}_+, \{\Gamma_2\}_-, \{\Gamma_z\}_+]. \quad (31)$$

其中

$$[\Gamma_1 \quad \Gamma_2] = \Lambda[Y \quad 0_{m \times q}]\Omega, \quad (32)$$

$$[\Gamma_u \quad \Gamma_w \quad \Gamma_z] =$$

$$\Lambda_*^{-1}P_*[G_u \quad (P_0P_{0*} + \mu G_s)F_{i*} \quad P_0L_{i*}]. \quad (33)$$

现在,最优控制器传递矩阵 $T_c(s)$ 可从式(22)得到.式(31)的最优解的计算需要谱分解、矩阵求逆及因式展开,这将引起计算困难.

3 状态空间实现算法(The state space algorithms)

在这一部分,应用状态空间算法以避免求取三自由度最优控制器的计算困难.

引理 式(29)中的 $\Lambda(s), \Omega_0(s)$ 及 $\Omega(s)$ 可通过下述公式获得

$$\Lambda(s) = (kQ)^{\frac{1}{2}}(I + K_1(sI - F)^{-1}G_1), \quad (34)$$

$$\Omega_0(s) = (I + H_u(sI - F_u)^{-1}K_3)G_n^{\frac{1}{2}}, \quad (35)$$

$$\Omega(s) = [I + \hat{H}_2(sI - \hat{F}_2)^{-1}\hat{K}_2]\tilde{G}_{mf}^{\frac{1}{2}}, \quad (36)$$

其中

$$\begin{cases} K_1 = (kQ)^{-1}G_1^T M_1, \hat{K}_2 = \hat{M}_2 \hat{H}_2^T \tilde{G}_{mf}^{-1}, \\ K_3 = M_3 H_u^T G_n^{-1}; \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} \hat{F}_2 = \begin{bmatrix} F & 0 & 0 \\ 0 & F_f & 0 \\ G_5 H & 0 & F_m \end{bmatrix}, \\ \hat{H}_2 = \begin{bmatrix} D_m H & 0 & H_m \\ 0 & H_f & 0 \end{bmatrix}, \\ \tilde{G}_{mf} = \begin{bmatrix} G_m & 0 \\ 0 & G_f \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (38)$$

M_1, M_2, M_3 分别是 Riccati 方程

$$F^T M_1 + M_1 F = -H^T H + M_1 G_1 (kQ)^{-1} G_1^T M_1, \quad (39)$$

$$\hat{F}_2 \hat{M}_2 + \hat{M}_2 \hat{F}_2^T = -\hat{G}_2 \hat{G}_2^T + \hat{M}_2 \hat{H}_2^T \tilde{G}_{mf}^{-1} \hat{H}_2 \hat{M}_2, \quad (40)$$

$$F_u M_3 + M_3 F_u^T = -G_4 G_4^T + M_3 H_u^T G_n^{-1} H_u M_3 \quad (41)$$

的正则对称解.其中

$$\hat{G}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{\mu} G_6 & G_2 \\ 0_{n_2 \times n_1} & G_3 \\ 0_{n_4 \times n_1} & 0_{n_4 \times \gamma} \end{bmatrix}. \quad (42)$$

定理 2 最优控制器传递函数矩阵 $[\hat{C}_u \quad \hat{C}_w \quad \hat{C}_z]$ 由下述公式给出

$$[\hat{C}_u \quad \hat{C}_{uz}] = \hat{K}_1(sI - \hat{F}_A)^{-1}[-\hat{M}_5(sI - F_u + K_3 H_u)^{-1} K_3 + \hat{M}_6 K_3 \quad \hat{K}_2]. \quad (43)$$

其中

$$\hat{C}_{uz} = [\hat{C}_w \quad \hat{C}_z], \quad (44)$$

$$\hat{K}_1 = [K_1 \quad 0_{m \times (n_2 + n_4)}], \quad (45)$$

$$\hat{F}_A = \hat{F}_2 - \hat{K}_2 \hat{H}_2 - \begin{bmatrix} G_1 K_1 & 0 \\ 0 & 0_{(n_2 + n_4) \times (n_2 + n_4)} \end{bmatrix}, \quad (46)$$

$$\hat{M}_6 = \begin{bmatrix} I_{n_1 \times n_1} \\ 0_{(n_2 + n_4) \times n_1} \end{bmatrix} M_1^{-1} M_4, \quad (47)$$

$$(F - G_1 K_1)^T M_4 + M_4 F_u = -H^T H_u, \quad (48)$$

$$\hat{M}_5 = (\hat{F}_2 - \hat{K}_2 \hat{H}_2) \hat{M}_6 - \hat{M}_6 (F_u - K_3 H_u). \quad (49)$$

定理 3 式(43)中的最优控制器传递函数矩阵 $[\hat{C}_u \quad \hat{C}_w \quad \hat{C}_z]$ 的状态空间实现为

$$\dot{q}(t) = \begin{bmatrix} \hat{F}_A & -\hat{M}_5 \\ 0_{n_3 \times (n_1 + n_2 + n_4)} & F_u - K_3 H_u \end{bmatrix} q(t) + \begin{bmatrix} \hat{M}_6 K_3 & \hat{K}_2 \\ K_3 & 0_{n_3 \times (n_2 + n_4)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0(t) \\ w(t) \\ z(t) \end{bmatrix}, \quad (50)$$

$$r(t) = [\hat{K}_1 \quad 0_{m \times n_3}] q(t). \quad (51)$$

其中, $q(t)$, $[u_0^T \ w^T \ z^T]$ 和 $r(t)$ 分别是控制器 $[\hat{C}_u \ \hat{C}_w \ \hat{C}_z]$ 的状态、输入和输出. 控制器的实现可能是非最小化的, 但是不含有不稳定的隐模态.

当 $L_t = 0$, 即系统不存在干扰的前馈通道时, 问题转化为二自由度控制器的设计问题.

推论 二自由度最优控制器传递函数矩阵 $[\bar{C}_u \ \bar{C}_w]$ 由下式给出:

$$[\bar{C}_u \ \bar{C}_w] = \bar{K}_1(sI - \bar{F}_A)^{-1}[-\bar{M}_5(sI - F_u + K_3H_u)^{-1}K_3 + \bar{M}_6K_3 \ \bar{K}_2], \quad (52)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{K}_1 = [K_1 \ 0_{m \times n_4}], \bar{K}_2 = \bar{M}_2\bar{H}_2^T G_m^{-1}, \\ \bar{H}_2 = [D_m H \ H_m]; \end{cases} \quad (53)$$

$$\bar{F}_2\bar{M}_2 + \bar{M}_2\bar{F}_2^T = -\bar{G}_2\bar{G}_2^T + \bar{M}_2\bar{H}_2^T G_m^{-1}\bar{H}_2\bar{M}_2; \quad (54)$$

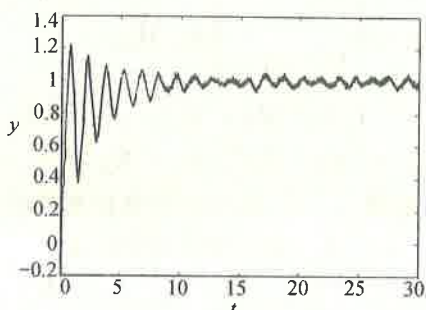
$$\begin{cases} \bar{F}_2 = \begin{bmatrix} F & 0 \\ G_6 H & F_m \end{bmatrix}, \bar{G}_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{\mu}G_5 & G_2 \\ 0_{n_4 \times n_1} & 0_{n_4 \times r} \end{bmatrix}, \\ \bar{F}_A = \bar{F}_2 - \bar{K}_2\bar{H}_2 - \begin{bmatrix} G_1 K_1 & 0 \\ 0 & 0_{n_4 \times n_4} \end{bmatrix}; \end{cases} \quad (55)$$

$$\begin{cases} \bar{M}_6 = \begin{bmatrix} I_{n_1 \times n_1} \\ 0_{n_4 \times n_1} \end{bmatrix} M_1^{-1} M_4, \\ \bar{M}_5 = (\bar{F}_2 - \bar{K}_2\bar{H}_2)\bar{M}_6 - \bar{M}_6(F_u - K_3H_u). \end{cases} \quad (56)$$

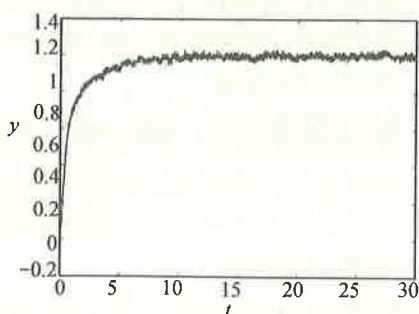
$$\left[\frac{10s^2 + 205.9s + 100}{s^3 + 35.8s^2 + 270.2s + 126.4} \quad \frac{57.5s + 10}{s^2 + 25.8s + 12.6} \right],$$

$$\left[\frac{10s^4 + 505.9s^3 + 9271.4s^2 + 64173.8s + 30000}{s^5 + 65.8s^4 + 1581.3s^3 + 26932.4s^2 + 175047.6s + 81017.0} \quad \frac{88.2s^3 + 2656.8s^2 + 26767.6s + 3000}{s^4 + 55.8s^3 + 1023.8s^2 + 16694.6s + 8101.7} \right].$$

仿真结果如下:



(a) 未考虑反馈传感器的延迟特性



(b) 考虑反馈传感器的延迟特性

图 3 仿真结果

Fig. 3 Simulation results

5 结论(Conclusion)

本文通过对三自由度最优控制器设计方法的研究, 提出了反馈传感器具有延迟特性的一类系统的

4 仿真实例(Example)

考虑一简单的单输入/单输出系统: 设对象的传递函数为 $P(s) = \frac{2s+1}{s^2-2s}$, 干扰通道的传递函数为 $P_0(s) = 1$, 对象不确定性传递函数为 $\delta P(s) = \frac{a_0s + a_1}{s^2 - 2s}$, 其中, a_0, a_1 的统计特性如下: 均值 $\langle a_0 \rangle = \langle a_1 \rangle = 0$, 方差 $\langle a_0^2 \rangle = \langle a_1^2 \rangle = \sigma^2$. 系统仿真框图如图 2 所示.

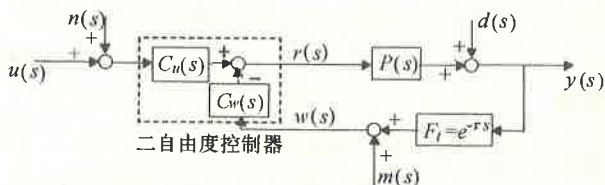


图 2 采用二自由度控制器的系统仿真框图

Fig. 2 The simulation diagram of a system adopting the two-degree-of-freedom controller

系统输入为单位阶跃信号, 设输入噪声的方差为 0.1, 测量噪声、干扰的方差均为 0.01, 即 $G_n = 0.01, G_m = G_d = 0.0001$. 设对象不确定性方差 $\sigma = 0.1$. 取对象不确定性加权因子 $\mu = 1$, 控制量限幅项加权因子 $k = 1$, 反馈传感器延迟时间 $\tau = 0.2$ 秒. 用二自由度 Wiener-Hopf 最优化方法设计控制器, 考虑反馈传感器延迟特性前、后的控制器 $[G_u(s) \ G_w(s)]$ 分别为

三自由度 Wiener-Hopf 最优控制器的状态空间实现算法. 仿真结果证明, 这种方法可以有效地避免延迟特性对系统性能的影响.

参考文献(References)

- 1 Park K and Bongiorno J J. Wiener-Hopf design of servo-regulator-type multivariable control systems including feedforward compensation. Int. J. Control, 1990, 52(5): 1189-1216
- 2 Park K and Youla D C. Numerical calculation of the optimal three-degree-of-freedom Wiener-Hopf controller. Int. J. Control, 1992, 56(1): 227-244

本文作者简介

李冬梅 1973 年生. 现为哈尔滨工业大学控制工程系博士生. 主要研究方向为最优控制, 飞行器控制.

刘俊强 1973 年生. 现为哈尔滨工业大学控制工程系博士生. 主要研究方向为模糊建模与控制, 最优控制.

胡恒章 1932 年生. 1955 年毕业于哈尔滨工业大学电机系. 现任哈尔滨工业大学控制工程系教授, 博士生导师. 发表论文 100 余篇. 目前研究领域为飞行器控制与制导, 随机控制, 智能控制.

(上接第 690 页)

6 结论(Conclusion)

SOFNN-PSS 电力系统稳定器具有如下特点: 1) 设计过程中无需依赖精确数学模型, 只要求设计人员知道被控对象的系统方向, 即 $\text{sgn}(\partial \omega / \partial u)$; 2) 充分利用神经网络的学习能力, 减少对经验的过分依赖, 也减少选取控制器参数所带来的麻烦; 3) 能有效增强电力系统的阻尼, 提高电力系统的微动态稳定水平; 4) 对电力系统的参数变化不敏感, 适用范围广, 鲁棒性强; 5) 具有并行处理能力, 更适合于快速变化电力系统的控制; 6) 能有效克服控制器中模糊逻辑规则和节点数的冗余或缺的缺点.

参考文献(References)

- 1 Cai X Z and Shin K G. Direct control and coordination using neural networks. IEEE Trans. on System, Man, and Cybernetics, 1993, 23(3): 686-697

- 2 邓志东, 孙增圻, 张再兴. 一种模糊 CMAC 神经网络. 自动化学报, 1995, 21(3): 288-293
- 3 Juang C F and Lin C T. A self-organizing neural fuzzy inference network for identification and control. Journal of Control Systems and Technology, 1996, 4(4): 269-280.
- 4 叶其革, 吴捷. 一种自适应模糊 CMAC 控制器. 电脑应用技术, 1997, 40: 5-9
- 5 沈善德. 电力系统辨识. 北京: 清华大学出版社, 1993
- 6 高峰, 秦冀鸿. 基于模糊神经网络的模糊控制综合优化设计: II 模糊电力系统稳定器. 电力系统自动化, 1996, 20(12): 6-9
- 7 叶其革. 模糊 CMAC 控制器及其在电力系统应用的研究: [硕士学位论文]. 广州: 华南理工大学, 1998

本文作者简介

叶其革 1969 年生. 助工, 硕士. 主要研究方向: 电力系统稳定器, 自适应控制, 管理信息系统.

王晨皓 女. 1971 年生. 助教, 学士. 从事高频开关电源的教学工作.

吴捷 见本刊 1999 年第 2 期第 308 页.