

# 适于滞后系统的跟踪参考序列的离散 MRACS 设计方法

方一鸣 焦晓红 吴士昌 王硕玉  
(燕山大学电气工程学院·秦皇岛, 066004) (高知工科大学·日本)

**摘要:** 利用从模型取状态和模型预测的思想, 提出了一种适于滞后系统的跟踪参考序列的离散 MRACS 设计方法。其采用可调参数补偿多项式间接调整对象参数, 适用于最小相位、非最小相位等系统。仿真结果表明, 该方法能使对象输出较快地渐近跟踪任意给定的参考序列, 从而拓宽了模型参考自适应控制的应用范围。

**关键词:** 滞后系统; 模型取状态; 参考序列; 离散 MRACS

## A Design Method for Discrete MRACS Following Reference Sequence Suitable for Delay System

Fang Yiming, Jiao Xiaohong and Wu Shichang

(Electric Engineering Institute, Yanshan University·Qinhuangdao, 066004, P. R. China)

Wang Shuoyu

(Gaozhi University of Engineering·Japan)

**Abstract:** By using the idea of taking states from model and model forecast, a design method is presented for discrete MRACS following reference sequence that is suitable for delay system. It uses the compensation polynomial adjusted parameters to adjust plant parameters indirectly, and applies to minimum phase and non-minimum phase system. The simulation results state that the plant output can fast follow the arbitrary given reference sequence asymptotically. This expands the application field of MRACS.

**Key words:** delay system; taking states from model; reference sequence; discrete MRACS

### 1 引言(Introduction)

Goodwin 在文献[1]中给出的离散 MRACS 是把预测误差控制和适当的参数估计算法结合起来, 使对象输出渐近跟踪参考模型输出或参考序列。由于采用了参数估计算法, 这种系统的跟踪速度较低<sup>[1]</sup>。本文应用其模型可由一种预测器形式来代替的思想, 利用文献[2~4]的从模型取状态方案进行系统设计。由于采用了可调参数补偿多项式设计自适应控制器, 所以可利用可调控制参数初值的设定, 加快对象输出对参考序列的跟踪, 初值可由离线仿真寻优获得。

### 2 MRACS 的设计(The design of MRACS)

#### 2.1 问题的提出(Problem statement)

被控对象为:

$$A(z^{-1})y_p(k) = z^{-\tau-1}B(z^{-1})u(k) = z^{-d}B(z^{-1})u(k). \quad (1)$$

其中,  $A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i}$ ,  $B(z^{-1}) = \sum_{i=0}^m b_i z^{-i}$ ,  $b_0 \neq 0$ ,  $d = \tau + 1$ ,  $a_i, b_i$  为对象的未知定常或慢时变参

数,  $z^{-1}$  为滞后移位算子,  $\tau$  为系统的纯滞后,  $u(k)$ ,  $y_p(k)$  分别是对象的输入和输出。

假定对象的  $n, m, \tau$  已知, 给定一参考序列:

$$\{y_m(k)\}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

设计的任务是: 综合控制规律, 对于给定的参考序列要求有:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [y_p(k) - y_m(k)] = 0,$$

即若定义输出误差:

$$e(k+d) = y_p(k+d) - y_m(k+d), \quad (3)$$

则当已知对象的  $y_p(k)$  及  $k$  时刻以前的  $u(\cdot), y_p(\cdot)$  时, 求  $u(k)$  使得  $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k+d) = 0$ .

#### 2.2 自适应控制器的设计(The design of adaptive controller)

引入文献[1]中一个引理: 考虑由式(1)所描述的单输入、单输出离散系统, 其  $k+d$  时刻的输出可表示为:

$$y_p(k+d) = G(z^{-1})y_p(k) + F(z^{-1})B(z^{-1})u(k). \quad (4)$$

其中,  $G(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} g_i z^{-i}$  和  $F(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{d-1} f_i z^{-i} = 1$

$+ \sum_{i=1}^{d-1} f_i z^{-i}$  是如下多项式方程的唯一解,

$$1 = F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1}). \quad (5)$$

进而,  $F(z^{-1})$  和  $G(z^{-1})$  的系数可由下式计算:

$$\begin{cases} f_0 = 1, f_i = -\sum_{j=0}^{i-1} f_j a_{i-j}, (i = 1, 2, \dots, d-1), \\ g_i = -\sum_{j=0}^{d-1} f_j a_{i+d-j}, (i = 0, 1, \dots, n-1). \end{cases} \quad (6)$$

利用式(4)和式(5), 有

$$\begin{aligned} e(k+d) &= \\ y_p(k+d) - y_m(k+d) &= \\ G(z^{-1})y_p(k) + F(z^{-1})B(z^{-1})u(k) - \\ (F(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-d}G(z^{-1}))y_m(k+d) &= \\ F(z^{-1})B(z^{-1})u(k) - \\ F(z^{-1})A(z^{-1})y_m(k+d) + G(z^{-1})e(k). \end{aligned} \quad (7)$$

现构造控制器为:

$$H(z^{-1})u(k) = M(z^{-1})y_m(k+d) - N(z^{-1})e(k). \quad (8)$$

其中:  $H(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{m+d-1} h_i z^{-i}$ ,  $M(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{n+d-1} m_i z^{-i}$ ,  
 $N(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{n-1} n_i z^{-i}$  为补偿多项式, 式中  $h_i, m_i, n_i$  为可调参数, 用来间接调节对象参数. 其结构如图 1 所示:

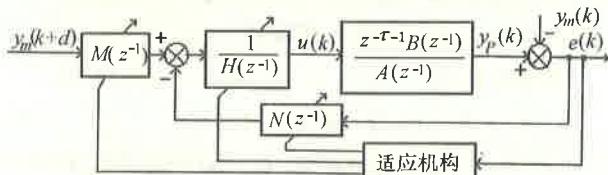


图 1 适于滞后系统的跟踪参考序列的MRACS结构图

Fig. 1 Structure of MRACS following reference sequence suitable for delay system

则控制律为:

$$\begin{aligned} u(k) &= \\ \frac{1}{h_0(k)} \left[ \sum_{i=0}^{n+d-1} m_i(k) z^{-i} y_m(k+d) - \right. \\ \left. \sum_{i=0}^{n-1} n_i(k) z^{-i} e(k) - \sum_{i=1}^{m+d-1} h_i(k) u(k-i) \right]. \quad (9) \end{aligned}$$

为避免控制动作过大(主要是对非最小相位系统而言), 可采用增加权值<sup>[6]</sup>  $p_0$  的控制律,

$$\begin{aligned} u(k) &= \\ \frac{h_0(k)}{h_0^2(k) + p_0} \left[ \sum_{i=0}^{n+d-1} m_i(k) z^{-i} y_m(k+d) - \right. \\ \left. \sum_{i=0}^{n-1} n_i(k) z^{-i} e(k) - \sum_{i=1}^{m+d-1} h_i(k) u(k-i) \right]. \quad (10) \end{aligned}$$

将式(8)代入式(7)中, 得:

$$\begin{aligned} e(k+d) &= \\ (F(z^{-1})B(z^{-1}) - H(z^{-1}))u(k) + \\ (G(z^{-1}) - N(z^{-1}))e(k) + \\ (M(z^{-1}) - F(z^{-1})A(z^{-1}))y_m(k+d) &= \\ (F(z^{-1})B(z^{-1}) - \sum_{i=0}^{m+d-1} h_i(k+d) z^{-i})u(k) + \\ (G(z^{-1}) - \sum_{i=0}^{n-1} n_i(k+d) z^{-i})e(k) + \\ (\sum_{i=0}^{n+d-1} m_i(k+d) z^{-i} - F(z^{-1})A(z^{-1}))y_m(k+d). \end{aligned} \quad (11)$$

### 2.3 参数自适应律(Adaptive law for parameters)

定义广义误差:

$$v(k+d) = e(k+d), \quad (12)$$

则有

$$\begin{cases} v(k+d) = w_1(k+d), \\ w(k+d) = -w_1(k+d). \end{cases}$$

于是系统成为由线性前向方块和非线性反馈方块组成的等价反馈系统.

因为前向通道为定常增益, 满足严格正实条件, 所以只要反馈方块中自适应律满足离散的 Popov 积分不等式, 就有  $\lim_{k \rightarrow \infty} v(k+d) = 0$ , 其自适应律如下:

$$\begin{cases} m_i^I(k+d) = m_i^I(k+d-1) + \\ \lambda_i v(k+d) y_m(k+d-i), \\ m_i^P(k+d) = \mu_i v(k+d) y_m(k+d-i), \\ (i=0, 1, \dots, n+d-1, \lambda_i > 0, \mu_i \geq -\lambda_i/2), \\ h_i^I(k+d) = h_i^I(k+d-1) + \rho_i v(k+d) u(k-i), \\ h_i^P(k+d) = \sigma_i v(k+d) u(k-i), \\ (i=0, 1, \dots, m+d-1, \rho_i > 0, \sigma_i \geq -\rho_i/2), \\ n_i^I(k+d) = n_i^I(k+d-1) + \alpha_i v(k+d) e(k-i), \\ n_i^P(k+d) = \beta_i v(k+d) e(k-i), \\ (i=0, 1, \dots, n-1, \alpha_i > 0, \beta_i \geq -\alpha_i/2). \end{cases} \quad (13)$$

由于系统固有的一步采样延迟, 必须使用先验值  $v^0(k+d)$ :

$$\begin{aligned} v^0(k+d) &= \\ (F(z^{-1})B(z^{-1}) - \sum_{i=0}^{m+d-1} h_i(k+d-1) z^{-i})u(k) + \\ (G(z^{-1}) - \sum_{i=0}^{n-1} n_i(k+d-1) z^{-i})e(k) + \\ (\sum_{i=0}^{n+d-1} m_i(k+d-1) z^{-i} - F(z^{-1})A(z^{-1}))y_m(k+d), \end{aligned} \quad (14)$$

则  $v(k+d)$  可由式(12)或式(11)减去式(14)得:

$$v(k+d) =$$

$$\frac{v^0(k+d)}{1 - \sum_{i=0}^{n+d-1} \lambda_i y_m^2(k+d-i) + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i e^2(k-i) + \sum_{i=0}^{m+d-1} \rho_i u^2(k-i)}, \quad (15)$$

这样参数自适应律即可由式(13)求得,从而由式(9)可求得  $u(k)$ .

综上所述,自适应控制算法主要过程如下:

- 1) 赋初值  $m_i(0), h_i(0), n_i(0)$  及控制参数;
- 2) 采集数据  $y_m(k+d), y(k)$ ;
- 3) 由式(14)计算  $v^0(k)$ ,由式(15)计算  $v(k), e(k)$ ;
- 4) 由式(13)求参数适应律  $m_i(k), h_i(k), n_i(k)$ ;
- 5) 由式(9)求  $u(k)$ ;
- 6)  $k = k + 1$ ,返回 2) 循环.

### 3 系统仿真研究(System simulations)

下面分别就对象是不含纯滞后、含有纯滞后和非最小相位系统进行仿真研究.

参考序列  $\{y_m(k)\}$  均取为  $y_m(k) = 2 + \sin(0.08k)$ , 不含纯滞后的被控对象为:  $(1 - 0.963z^{-1} + 0.22z^{-2})y_p(k) = z^{-1}(2 - z^{-1})u(k)$ , 含有纯滞后  $\tau = 2$  的被控对象为:  $(1 - 0.963z^{-1} + 0.22z^{-2})y_p(k) = z^{-3}(2 - z^{-1})u(k)$ .

$d = 1$  时自适应算法中的参数及各初值取为:  $\lambda_1 = 5.5, \lambda_2 = \lambda_3 = 1, \alpha_1 = 7, \beta_1 = \beta_2 = 0.1, \rho_1 = \rho_2 = \alpha_2 = 1, \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \sigma_1 = \sigma_2 = 0.1; h_0(0) = 2, h_1(0) = -1, m_0(0) = 1, m_2(0) = 0.2, m_1(0) = -0.96, n_0(0) = 0.96, n_1(0) = 0.167$ . 仿真结果如图 2.

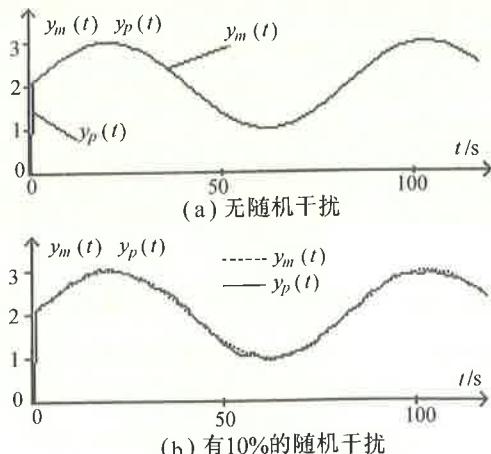


图 2 不含纯滞后( $d=1$ )的系统仿真

Fig.2 System simulation without delay

$d = 3$  时自适应算法中的参数及各初值取为:  $\lambda_1 = 5.5, \lambda_2 = 5, \lambda_3 = 0.95, \lambda_4 = 0.8, \lambda_5 = 1.67, \mu_1 = \mu_2 = 0.5, \mu_3 = \mu_4 = \mu_5 = 0.1, \rho_1 = 1.4, \rho_2 = 70, \rho_3 = 0.8, \rho_4 = 1, \sigma_1 = \sigma_2 = 0.1, \sigma_3 = \sigma_4 = 0.5, \alpha_1 = 6, \alpha_2 = 30, \alpha_3 = 5, \alpha_4 = 1; m_0(0) = 0.74, m_1(0) = 0.0711, m_2(0) = -0.0156, m_3(0) = -0.024, m_4(0) = -0.096, h_0(0) = 1.97, h_1(0) = 0.91, h_2(0) = 0.4322, h_3(0) = -0.713, n_0(0) = 0.469, n_1(0) = -0.248$ . 仿真结果如图 3.

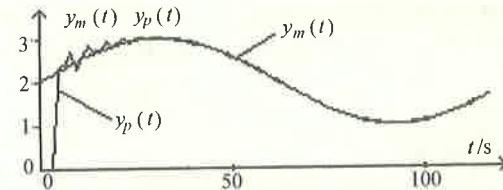


图 3 含纯滞后( $d=3$ )的系统仿真

Fig. 3 System simulation with delay

非最小相位被控对象为:  $(1 - 0.963z^{-1} + 0.22z^{-2})y_p(k) = z^{-1}(0.2 - z^{-1})u(k)$ , 其自适应算法中的参数及各初值取为:  $\lambda_1 = 5.5, \lambda_2 = 0.2, \lambda_3 = 0.45, \mu_1 = 0.08, \mu_2 = 0.05, \mu_3 = 0.06, \rho_1 = 50, \rho_2 = 10, \sigma_1 = 0.58, \sigma_2 = 0.08, \alpha_1 = 0.5, \alpha_2 = 0.8, \beta_1 = 0.4, \beta_2 = 0.5; m_0(0) = 1, m_1(0) = -0.963, m_2(0) = 0.22, h_0(0) = -0.8, h_1(0) = -1, n_0(0) = 0.963, n_1(0) = -0.22, p_0 = 0.87$ . 仿真结果如图 4.

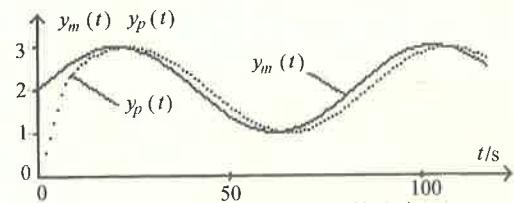


图 4 非最小相位系统的仿真

Fig. 4 Non-minimum phase system simulation

### 4 结论(Conclusions)

本文提出的利用模型取状态和模型预测的、适于滞后系统的跟踪参考序列的离散 MRACS 设计方法,具有如下优点和特点:1) 由于控制器设计中未对对象提出任何限制,因此其可适用于最小相位、非最小相位、纯滞后等系统,从而拓宽了 MRACS 的应用范围;2) 避免了对参考模型数学表达式的选择问题,与具有纯滞后的跟踪参考模型的 MRACS<sup>[5]</sup>相比,省掉了线性补偿器的设计;3) 采用可调参数的补偿多项式来设计控制器,可加快系统跟踪参考序

列的速度；4) 采用从模型取状态，增强了系统抗噪  
声干扰的能力。

### 参考文献(References)

- 1 古德温 G C, 孙贵生著, 张永光等译. 自适应滤波、预测与控制. 北京: 科学出版社, 1992
- 2 路正午, 吴士昌. 一种简便的从模型取状态 MRAC 系统离散方案. 控制与决策, 1993, 8(1): 57-60
- 3 初振友, 吴士昌. 从模型取状态的离散自适应控制系统设计及应用. 控制与决策, 1989, 4(3): 12-17
- 4 吴士昌, 滕瀛芝. 一种从模型取状态的 MRAC 系统设计方法改进. 控制与决策, 1988, 3(2): 45-47
- 5 吴士昌等. 对象具有纯滞后的离散 MRACS 设计方法. 东北重型

机械学院学报, 1989, 13(2): 54-60

- 6 李清泉. 自适应控制系统理论、设计及应用. 北京: 科学出版社, 1990, 214-218

### 本文作者简介

方一鸣 1965 年生. 燕山大学自动化系副教授. 研究方向为自适应控制, 变结构控制, 计算机控制.

焦晓红 女. 1966 年生. 硕士. 燕山大学自动化系副教授. 主要从事自适应控制, 变结构控制等研究.

吴士昌 1936 年生. 燕山大学自动化系教授. 主要研究方向为自适应控制, 智能控制.

王硕玉 1962 年生. 1983 年和 1986 年分别获沈阳工业大学机电系学士和硕士学位, 1993 年获日本北海道大学博士学位. 现为日本高知工科大学博士生导师. 主要从事机器人智能控制, 自适应控制等的研究.

(上接第 756 页)

- 15 Verriest E I, Fan M K H and Kullstam J. Frequency domain robust stability criteria for linear delay systems. Proceedings of the 32nd Conference on Decision and Control. San Antonio: Texss, 1993, 3473-3478

### 本文作者简介

陈东彦 1964 年生. 1985 年毕业于东北师范大学数学系, 1988 年于吉林工业大学应用数学系获硕士学位. 现在为哈尔滨工业大学航天工程与力学系在读博士. 研究方向为时滞不确定系统的鲁棒稳

定性分析和鲁棒控制器设计.

徐世杰 1951 年生. 1983 年于哈尔滨工业大学飞行力学专业获得硕士学位, 1995 年 9 月于法国南锡第一大学自动化专业获得博士学位. 现为哈尔滨工业大学航天学院航天工程与力学系教授、博士生导师. 主要研究方向为飞行力学与控制, 机器人动力学与控制.

邵成勋 1932 年生. 1955 年毕业于北京航空航天大学. 现为哈尔滨工业大学航天学院航天工程与力学系教授、博士生导师. 主要研究方向为航天器动力学与控制.