

模糊 CMAC 神经网络用于 MIMO 非线性系统的反馈线性化*

张友安

(海军航空工程学院 301 教研室·烟台, 264001) (哈尔滨工业大学现代焊接生产技术国家重点实验室·哈尔滨, 150001)

周绍磊

(海军航空工程学院 301 教研室·烟台, 264001) (哈尔滨工业大学航天工程与力学系·哈尔滨, 150001)

陈善本

杨 涤

摘要: 针对一类多输入多输出(MIMO)连续时间非线性系统,应用模糊 CMAC 神经网络,给出一种状态反馈控制器,用于使状态反馈可线性化的未知的非线性动态系统获得要求的跟踪性能,在很弱的假设条件下,应用李雅普诺夫稳定性理论严格地证明了闭环系统内的所有信号为一致最终有界(UUB).

关键词: MIMO 非线性系统; 反馈线性化; 模糊 CMAC 神经网络

文献标识码: A

Fuzzy CMAC Neural Networks Based Feedback Linearization for MIMO Nonlinear Systems

ZHANG Youan

(Naval Aeronautical Engineering College·Yantai, 264001, P. R. China)

CHEN Shanben

(National Key Laboratory of Advanced Welding Production Technology, Harbin Institute of Technology·Harbin, 150001, P. R. China)

ZHOU Shaolei

(Naval Aeronautical Engineering College·Yantai, 264001, P. R. China)

YANG Di

(Department of Astronautics and Mechanics, Harbin Institute of Technology·Harbin, 150001, P. R. China)

Abstract: A fuzzy CMAC neural network based controller that feedback-linearizes a class of state-feedback linearizable MIMO continuous-time nonlinear systems with state space affine form is presented. The control action is used to achieve the desired tracking performance. A stability proof is given strictly in the sense of Lyapunov. It is shown that all the signals in the closed loop system are uniformly ultimately bounded.

Key words: MIMO nonlinear systems; feedback linearization; fuzzy CMAC neural networks

1 问题描述(Problem statement)

文献[1]提出一种基于多层前向神经网络的反馈线性化方法,但其学习过程较慢.文献[2]提出的模糊 CMAC (FCMAC)神经网络,是一种典型的局部逼近网络,不仅学习速度快,而且解决了泛化能力与存储容量之间存在的矛盾.本文将 FCMAC 神经网络用于如下一类 MIMO 连续时间仿射非线性系统的反馈线性化.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \dots, \dot{x}_{n_1} = f_1(x) + g_1(x)u_1 + d_1, \dots, \\ \dot{x}_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+1} = x_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+2}, \\ \dot{x}_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+2} = x_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+3}, \dots, \\ \dot{x}_n = \dot{x}_{n_1+n_2+\dots+n_m} = f_m(x) + g_m(x)u_m + d_m, \\ y = [x_1 \quad x_{n_1+1} \quad \dots \quad x_{n_1+n_2+\dots+n_{m-1}+1}]^T. \end{cases} \quad (1)$$

其中,扰动向量 $\|d\| \leq b_d$, b_d 为已知上界, $f, g: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$. 设 $g_i(x) \geq \underline{g} > 0, i = 1, 2, \dots, m$ (为简洁起见,以下将 $i = 1, 2, \dots, m$ 字样略去), $\underline{g}$ 为已知下界.

$$x = [x_1^T \quad x_2^T \quad \dots \quad x_m^T]^T,$$

$$x_i = [x_{Z_i+1} \quad x_{Z_i+2} \quad \dots \quad x_{Z_i+n_i}]^T,$$

$$Z_i = \sum_{j=0}^{i-1} n_j, \quad n_0 = 0, \quad Z_1 = 0.$$

给定期望输出 y_d , 要求寻找某种控制作用,使对象以可接受的精度跟踪期望轨迹 x_d , 而所有状态和控制均保持有界. 这里假设 x_d 连续、可测量且有界,

$$x_d = [x_{d_1}^T \quad x_{d_2}^T \quad \dots \quad x_{d_m}^T]^T.$$

* 基金项目:国家自然科学基金(59635160 & 19572114)资助课题.
收稿日期:1997-10-28; 收修改稿日期:1999-2-1

$$x_d = [y_d \quad \dot{y}_d \quad \cdots \quad y_d^{(n-1)}]^T.$$

定义 $e = x - x_d$,

$$e = [e_1^T \quad e_2^T \quad \cdots \quad e_m^T]^T,$$

$$e_i = [e_{i,1} \quad e_{i,2} \quad \cdots \quad e_{i,n_i}]^T,$$

$$e_{i,k} = x_{Z_i+k} - y_d^{(k-1)}, k = 1, 2, \cdots, n_i, Z_i \text{ 同上}.$$

定义滤波误差向量 $r = \text{diag}\{\Lambda_i^T \quad 1\}e$, $r = [r_1 \quad r_2 \quad \cdots \quad r_m]^T$, 而 $\Lambda_i = [\lambda_{i,1} \quad \lambda_{i,2} \quad \cdots \quad \lambda_{i,n_i-1}]^T$, 使得 $s^{n_i-1} + \lambda_{i,n_i-1}s^{n_i-2} + \cdots + \lambda_{i,1}$ 是 Hurwitz 的. 那么, r 的时间导数为

$$\dot{r} = f(x) + Gu + d + Y_d. \quad (2)$$

这里 $G = \text{diag}\{g_i\} \in m \times m$, $Y_d = -\dot{Y}_{dd} + \text{diag}\{0 \quad \Lambda_i^T\}e$, $Y_{dd} = [y_d^{(n_1)} \quad y_d^{(n_2)} \quad \cdots \quad y_d^{(n_m)}]^T$.

2 FCMAC 神经网络控制器 (The FCMAC neural network controller)

FCMAC 神经网络具有和 CMAC 类似的结构^[2]. 为简化计算, 取三角函数作为输入隶属函数^[3]. 任意连续的非线性函数向量 $h(x) \in m \times 1$ 可以用 FCMAC 神经网络表示为

$$h(x) = W_h^T \Gamma_h(x) + \varepsilon_h. \quad (3)$$

其中, $W_h = [w_{h_1} \quad w_{h_2} \quad \cdots \quad w_{h_n}] \in n_h \times m$ 为理想权重矩阵, $w_{h_i} = [w_{h_i,1} \quad w_{h_i,2} \quad \cdots \quad w_{h_i,N_i}]^T$ 为理想权重向量, $\Gamma_h(x)$ 为归一化点火强度向量, ε_h 为函数重构误差向量, 假设 $\|\varepsilon_h\| \leq \varepsilon_{hN}$, $\|W_h\| \leq W_{h\max}$, $\|w_{h_i}\| \leq W_{h_i\max}$, 这里 ε_{hN} , $W_{h\max}$, $W_{h_i\max}$ 均为已知界值.

将文献[1]的综合控制律推广到 MIMO 情况, 得

$$u = u_r + u_d =$$

$$u_r + \begin{cases} 0.5(u_r - u_c)e^{\gamma(\|u_r\| - s)}, & \text{若 } I = 1, \\ (u_r - u_c)(1 - 0.5e^{-\gamma(\|u_r\| - s)}), & \text{若 } I = 0; \end{cases} \quad (4)$$

$$u_r = \hat{G}^{-1}[-\hat{f} + v], \quad v = -K_v r - Y_d, \quad (5)$$

$$u_r = -\mu(\text{diag}\{\|\hat{g}_i\|/\hat{g}_i\} \|u_c\| \text{sgn}(r)).$$

这里 $K_v = \text{diag}\{k_{v,i}\}$, $k_{v,i} > D_3$, μ 满足式 (A4) (见附录 A), I 为指示函数, 若 $\|\hat{g}_i\| \geq \hat{g}_i$, $\|u_c\| \leq s$, 则 $I = 1$, 否则 $I = 0$. $s > 0$, $\gamma < (\ln 2)/s$. $\hat{f}$ 和 $\hat{G}$ 分别为 f 和 G 的神经网络估计, 见式 (6), 权值 $\hat{W}_f$ 和 $\hat{W}_g$ 的调整规律为式 (7)

$$\dot{\hat{f}}(x) = \hat{W}_f^T \Gamma_f(x), \quad \dot{\hat{g}}_i(x) = \hat{w}_{g_i}^T \Gamma_{g_i}(x). \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{W}}_f = \Gamma_f(x) r^T M_f - k \|r\| \hat{W}_f M_f, \\ \dot{\hat{w}}_{g_i} = I[\Gamma_{g_i}(x) r_i u_c M_{g_i} - k \|r\| \|u_c\| M_{g_i} \hat{w}_{g_i}]. \end{cases} \quad (7)$$

其中, M_f 为对称正定矩阵, M_{g_i} 和 k 为正常数.

定理 1 对系统 (1), 采用式 (4), (5) 的控制规律和式 (6), (7) 的权值调整规律, 当 μ 满足 (A4) 时, 则滤波误差向量 $r(t)$ 和神经网络的权值误差 $\tilde{W}_f$, $\tilde{w}_{g_i}$, 以及控制输入 u 均为一致最终有界, 即 UUB^[1]. 而且, 通过增大 $k_{v\min}$, 可使 $r(t)$ 任意小. 这里

$$k_{v\min} = \min\{k_{v,1}, k_{v,2}, \cdots, k_{v,m}\},$$

$$\tilde{W}_f = W_f - \hat{W}_f, \quad \tilde{w}_{g_i} = w_{g_i} - \hat{w}_{g_i}.$$

3 仿真与结论 (Simulation and conclusion)

考虑如下的 MIMO 非线性系统

$$\dot{x}_1 = x_1 x_2 + (0.5 + x_2^2) u_1,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 + 2x_2 \exp(-x_1^2 - x_2^2) - 0.1x_2 + (0.6 + 0.5x_1^2) u_2,$$

输出 $y_1 = x_1$, $y_2 = x_2$, $x_1 \in [-2, 2]$, $x_2 \in [-2, 2]$. 要求系统跟踪输出 $y_{d1} = 1(t)$, $y_{d2} = t$. 考虑两种情况: a) 输出端无噪声; b) 输出端有均值为零, 均方差为 0.01 的正态分布高斯白噪声. 取 $N_1 = N_2 = 17$, $K_v = \text{diag}\{10, 10\}$, $\mu = 1.15$, $\gamma = 0.05$, $\hat{g} = 0.3$, $k = 0.1$, $s = 10$, $M_f = \text{diag}\{20, 20\}$, $M_{g_i} = 15$, $i = 1, 2$. $\hat{W}_f(0) = 0$, $\hat{w}_{g_i}(0) = 0.75$, $j = 1, 2, \cdots, N_i$, 使 $\hat{g}_i(0) \geq \hat{g}$, $i = 1, 2$. 仿真结果见图 1. 由图可以看出, 当输出端无噪声时, 系统输出能够快速准确地跟踪要求输出; 当输出端有噪声时, 系统输出虽然也能够快速跟踪要求输出, 但跟踪性能变差.

参考文献 (References)

- [1] Yesildirek A and Lewis F L. Feedback linearization using neural networks[J]. Automatica, 1995, 31(11): 1659 - 1664
- [2] 邓志东, 孙增圻, 张再兴. 一种模糊 CMAC 神经网络[J]. 自动化学报, 1995, 21(3): 288 - 294
- [3] Jagannathan S, Commuri S and Lewis F L. Feedback linearization using CMAC neural networks[J]. Automatica, 1998, 34(5): 547 - 557

附录 A 定理 1 的证明

(Appendix A: Proof for Theorem 1)

限于篇幅, 仅给出定理证明的思路和主要结果. 选李雅普诺夫函数为

$$V = \frac{1}{2} r^T r + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{W}_f^T M_f^{-1} \tilde{W}_f\} +$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \text{tr}\{\tilde{w}_{g_i}^T M_{g_i}^{-1} \tilde{w}_{g_i}\}.$$

在区域 1: $\|\hat{g}_i\| \geq \hat{g}$, 且 $\|u_c\| \leq s$. 当 $\mu \geq 1$ 时, $\|r\|$ 和 $\|\tilde{W}_f\|$ 的界分别为

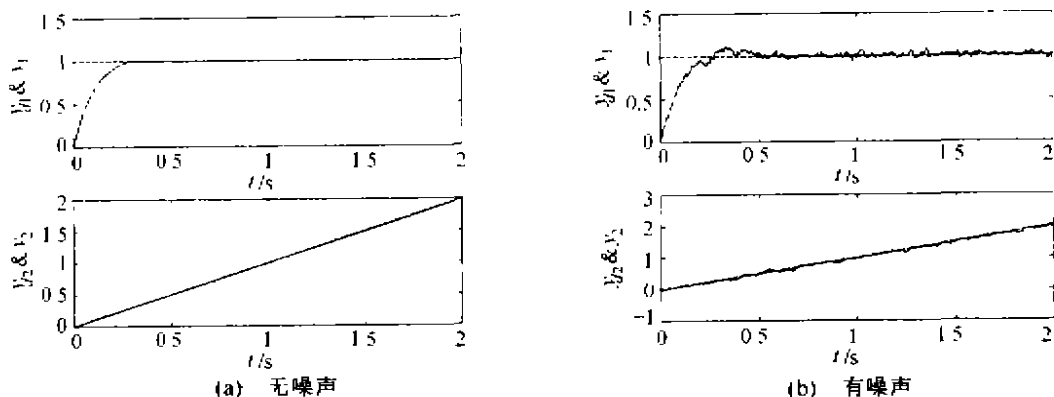


图 1 仿真曲线:----期望输出,——实际输出.
Fig. 1 Simulation curve:----the desired output;——the actual output

$$\delta_{r_1} = D_1/k_{\min}, \quad \delta_{f_1} = 0.5W_{f\max} + \sqrt{D_1/k}. \quad (A1)$$

其中

$$D_1 = \varepsilon_{fN} + s \sum_{i=1}^m \varepsilon_{g_i} N + b_d + \frac{1}{4} k (W_{f\max}^2 + s \sum_{i=1}^m W_{g_i}^2 \max),$$

$\|\tilde{w}_{g_i}\|$ 的界可由文献[1]的方法确定.

在区域 2, 它含 3 个子区域, 即子区域 1: $|\dot{g}_1| \geq \underline{g}$, 且 $\|u_c\| > s$; 子区域 2: $|\dot{g}_1| < \underline{g}$, 且 $\|u_c\| \leq s$; 子区域 3: $|\dot{g}_1| < \underline{g}$, 且 $\|u_c\| > s$.

在子区域 1 内, 当 $\mu \geq \mu_0$ 时, $\|r\|$ 和 $\|\tilde{w}_f\|$ 的界分别为

$$\delta_{r_{21}} = D_2/k_{\min}, \quad \delta_{f_{21}} = 0.5W_{f\max} + \sqrt{D_2/k} \quad (A2)$$

其中

$$D_2 = \varepsilon_{fN} + b_d + \frac{1}{4} kW_{f\max}^2,$$

$$\mu_0 \equiv 1 + 2\max\{|\dot{g}_1|, |\dot{g}_2|, \dots, |\dot{g}_m|\}/\underline{g}.$$

在子区域 2 内, 当 $\gamma < (\ln 2)/s$ 时, $\|r\|$ 和 $\|\tilde{w}_f\|$ 的界分别为

$$\begin{cases} \delta_{r_{22}} = D_4/(k_{\min} - D_3), \\ \delta_{f_{22}} = 0.5W_{f\max} + \sqrt{D_4/k}, \end{cases} \quad (A3)$$

其中

$$D_3 \equiv \frac{1}{2}s(2 + e^{\alpha s}) \sum_{i=1}^m c_{1,i},$$

$$D_4 \equiv \varepsilon_{fN} + b_d + \frac{1}{4} kW_{f\max}^2 + \frac{1}{2}s(2 + e^{\gamma s}) \sum_{i=1}^m c_{0,i}.$$

$C_{0,i}$ 和 $c_{1,i}$ 为正常数, 而且要求 $k_{\min} > D_3$.

在子区域 3 内, 当 $\mu > \mu_1 \equiv 3\underline{g}/\min\{|\dot{g}_1|, |\dot{g}_2|, \dots, |\dot{g}_m|\}$ 时, 得到的界同 (A2).

综上所述, 当 μ 满足 (A4) 时, $\|r\|$, $\|\tilde{w}_f\|$ 和 $\|\tilde{w}_{g_i}\|$ 均为有界, 进而易知 $\|u\|$ 有界.

$$\mu \geq \max\{1, \mu_0, \mu_1\}. \quad (A4)$$

本文作者简介

张友安 1963 年生, 海军航空工程学院 301 教研室副教授, 飞行器设计专业博士, 研究方向为神经控制及应用.

陈善本 1956 年生, 控制理论及其应用专业博士, 现任哈尔滨工业大学教授, 博士生导师, 目前研究领域有鲁棒控制, 最优控制, 机器人焊接智能化相关的理论与应用等.

周绍磊 1963 年生, 海军航空工程学院自动控制系主任, 教授, 研究方向为飞行器控制.

杨 滢 1937 年生, 哈尔滨工业大学飞行器设计专业教授, 博士生导师, 研究方向为飞行器建模与控制.