文章编号：1000-8152(2000)01-0110-03

110-112,116

奇异摄动非线性系统的鲁棒自适应控制

秦　滨　施颂椒
(上海交通大学自动化系·上海，200030)

TP273.2　　O231

摘要：应用 Lyapunov 稳定性判据结合微分几何精确线性化理论，给出一种具有奇异摄动的可线性化非线性系统的鲁棒自适应性控制方法，并给出了仿真实例.

关键词：非线性系统；奇异摄动；鲁棒自适应控制；Lyapunov 方法；精确线性化
文献标识码：A

鲁棒控制

Robust Adaptive Control for Nonlinear Systems with Singular Perturbation

QIN Bin　and　SHI Songjiao
(Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University·Shanghai, 200030, P.R.China)

Abstract: A robust adaptive feedback control law is presented for a linearizable nonlinear systems with unknown parameters and unmodelled dynamics which is considered as singular perturbation. A simulation example is given to show the efficiency of the method in this paper.

Key words: nonlinear systems; singular perturbation; robust adaptive control; Lyapunov method; exactitude linearization

1　问题提出(Problem statement)

线性系统的自适应控制依赖"确定性等价"原理[1]，而非线性系统的自适应控制则有很大的区别. 在主要的方法中，如逼近方法[2]，基于精确线性化的方法[3~5]、预报控制方法，H_∞ 优化方法[6]等，参数估计的性质(收敛性，收敛速度，参数估计的变化域)都必须作为影响控制器的重要因素加以考虑. 本文在文[3,4]的基础上，改进了非线性系统间接自适应控制在解决鲁棒控制问题的不足.

考虑如下的非线性系统

$$\dot{x} = f_1(x,\theta^*) + F_1(x,\theta^*)z + G_1(x,\theta^*)u, \quad (1)$$

$$\mu\dot{z} = f_2(x,\theta^*) + F_2(x,\theta^*)z + G_2(x,\theta^*)u. \quad (2)$$

其中 $f_1, f_2, F_1, F_2, G_1, G_2$ 是可微的. 对 $\forall x \in B_x$，$\forall \theta^* \in B_\theta$，$B_x, B_\theta$ 是以原点为中心的开球. 并且 $f_1(0,\theta^*) = 0, f_2(0,\theta^*) = 0, \forall \theta^* \in B_\theta$. $x \in \mathbb{R}^n$，$u \in \mathbb{R}^m$，$z \in \mathbb{R}^p$，$\theta^* \in \mathbb{R}^q$，$\mu > 0$ 分别为系统的状态、控制输入和系统的未知参数.

自适应控制的目的为：寻找双级(two-level)控制律

$$\alpha(x,\theta) = u(x,\theta,v),\ \dot{\theta} = \Theta(x,\theta),$$

使相应的闭环系统是 Lyapunov 稳定的或 Lyapunov 渐近稳定的.

2　直接鲁棒自适应控制律(Directly robust adaptive control law)

2.1　降阶系统及线性化(Reduced order system and linearization)

对于系统(1),(2)可以引入降阶模型. 令 $\mu = 0$，则有

$$0 = f_2(x,\theta^*) + F_2(x,\theta^*)z + G_2(x,\theta^*)u. \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)可得

$$\dot{x} = f(x,\theta^*) + G(x,\theta^*)u. \quad (4)$$

其中

$$f(x,\theta^*) = f_1(x,\theta^*) - F_1(x,\theta^*)F_2^{-1}(x,\theta^*)f_2(x,\theta^*), \quad (5)$$

$$G(x,\theta^*) = G_1(x,\theta^*) - F_1(x,\theta^*)F_2^{-1}(x,\theta^*)G_2(x,\theta^*). \quad (6)$$

对于系统(4)可以进一步写成下面的形式

$$\dot{x} = f(x,\theta^*) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x,\theta^*)u.$$

这样就有如下的关于精确线性化的引理.

引理 1[7]　系统(4)可全局线性化的充要条件为：存在一组整数 $k_1 \geqslant k_2 \geqslant \cdots \geqslant k_m$ 使得在原点的某邻域中满足：

1) C 中的 n 个向量场均线性独立；
2) C_j 对合，$j \in m$；
3) $\mathrm{span}C_j = \mathrm{span}(C_j \cap C)$，$j \in m$.

收稿日期：1998-3-16；收修改稿日期：1998-12-21.

其中

$$C = \{g_1,(ad_f,g_1),\cdots,(ad_f^{k_1-1},g_1),\cdots,g_m,\cdots,(ad_f^{k_m-1},g_m)\},$$

$$C_j = \{g_1,(ad_f,g_1),\cdots,(ad_f^{k_1-2},g_1),\cdots,g_m,\cdots,(ad_f^{k_m-2},g_m)\}.$$

由引理1可以给出系统(4)的一个假设.本文的结论都是建立在这一假设之上的.

假设1 降阶系统(4)对 $\forall\theta^*\in B_\theta$ 引理1中的条件得以满足.即

1) 存在微分同胚

$$\zeta = T(x,\theta),\ T(0,\theta) = 0,\ \forall\theta\in B_\theta. \tag{7}$$

2) 存在反馈控制 $v(x,\theta^*)$,使得相应的闭环系统 $\dot\zeta = A\zeta$ 是能控制的,其中

$$\frac{\partial T}{\partial x}\dot x = \dot\zeta = A\zeta. \tag{8}$$

2.2 降阶系统的稳定自适应控制(Stable Adaptive Control for Reduced System)

由假设1及式(4)可得

$$\dot\zeta = \frac{\partial T(x,\theta)}{\partial x}[f(x,\theta)+G(x,\theta)v(x,\theta)] = AT(x,\theta),\ \forall\theta\in B_\theta. \tag{9}$$

假设存在 $u(x,\theta^*,\hat\theta)$,其中 $\hat\theta\in B_\theta$ 为未知参数的有效估值,使得对于 $\forall\theta\in B_\theta$ 下式成立

$$f(x,\theta)+G(x,\theta)v(x,\theta) = f(x,\hat\theta)+G(x,\hat\theta)u(x,\theta,\hat\theta). \tag{10}$$

将式(10)代入式(9)得

$$\frac{\partial T(x,\theta)}{\partial x}[f(x,\hat\theta)+G(x,\hat\theta)u(x,\theta,\hat\theta)] = AT(x,\theta). \tag{11}$$

定理1 对 $\forall\theta\in B_\theta$,控制律

$$\hat u = v(x,\theta)+[G^T(x,\hat\theta)G(x,\hat\theta)]^{-1}G^T(x,\hat\theta)\cdot[\Delta f(x,\theta,\hat\theta)+\Delta G(x,\theta,\hat\theta)v(x,\theta)]. \tag{12}$$

其中 $\Delta f(x,\theta,\hat\theta) = f(x,\theta)-f(x,\hat\theta)$,

$\Delta G(x,\theta,\hat\theta) = G(x,\theta)-G(x,\hat\theta)$.

使降阶系统(4)在微分同胚 $T(x,\theta)$ 的变换下转变成下面的形式:$\dot\zeta = A\zeta$.

证 由式(13)的中括号内加减 $f(x,\theta)+G(x,\theta)v(x,\theta)$ 得

$$\dot\zeta = A\zeta+\frac{\partial T(x,\theta)}{\partial x}\{G(x,\hat\theta)[u(x,\theta,\hat\theta)-v(x,\theta)]-\Delta f(x,\theta,\hat\theta)-\Delta G(x,\theta,\hat\theta)v(x,\theta)\}. \tag{13}$$

如果令

$$G(x,\hat\theta)[u(x,\theta,\hat\theta)-v(x,\theta)]-\Delta f(x,\theta,\hat\theta)-\Delta G(x,\theta,\hat\theta)v(x,\theta) = 0,$$

可得 $G(x,\hat\theta)[u(x,\theta,\hat\theta)-v(x,\theta)] = \Delta f(x,\theta,\hat\theta)+\Delta G(x,\theta,\hat\theta)v(x,\theta)$.

上式两边同时乘 $G^T(x,\hat\theta)$,并且假设 $[G^T(x,\hat\theta)G(x,\hat\theta)]^{-1}$ 存在,则有

$$\hat u = v(x,\theta)+[G^T(x,\hat\theta)G(x,\hat\theta)]^{-1}G^T(x,\hat\theta)\cdot[\Delta f(x,\theta,\hat\theta)+\Delta G(x,\theta,\hat\theta)v(x,\theta)]. \tag{14}$$

其中 $\Delta f(x,\theta,\hat\theta) = f(x,\theta)-f(x,\hat\theta)$,

$\Delta G(x,\theta,\hat\theta) = G(x,\theta)-G(x,\hat\theta)$.

因此上面的控制律可使闭环系统经 $T(x)$ 变换后具有下面的形式:$\dot\zeta = A\zeta$. 证毕.

将控制律(14)代入降阶系统(4)可得闭环系统

$$\dot x = f(x,\theta^*)+G(x,\theta^*)\hat u. \tag{15}$$

对闭环系统引入二次型 Lyapunov 函数[8]

$$V(x,\hat\theta) = T^T(x)P_sT(x)+(\theta^*-\hat\theta)^T\Gamma^{-1}(\theta^*-\hat\theta). \tag{16}$$

其中 Γ 是正定对称矩阵,P_s 由下式定义

$$P_sA+A^TP_s = -I. \tag{17}$$

假设2 对于系统(1),其中 $f(x,\theta)$ 和 $g(x,\theta)$ 分别具有下面的形式

$$f(x,\theta) = f_0(x)+\sum_{i=1}^{s}\theta_if_i(x) = f_0(x)+\theta^T\Phi_1(x),$$

$$g(x,\theta) = g_0(x)+\sum_{i=1}^{s}\theta_ig_i(x) = g_0(x)+\theta^T\Phi_2(x).$$

定理2 如果 $\hat\theta$ 的更新率 $\dot{\hat\theta}$ 满足

$$\dot{\hat\theta} = \Gamma^T(\Phi_1+\Phi_2\hat u), \tag{18}$$

那么闭环系统(15)是 Lyapunov 渐近稳定的.

证 由式(16)得(为书写方便,式中 T,Γ 省略自变量 $(x,\hat\theta)$)

$$\dot V(x,\hat\theta)= 2T^TP_s(\frac{\partial T}{\partial x})\dot x-2(\theta^*-\hat\theta)\Gamma^{-1}\dot{\hat\theta} = T^TP_s\Big[\frac{\partial T}{\partial x}\Big]\dot x+\dot x^T\Big[\frac{\partial T}{\partial x}\Big]^TP_sT-2(\theta^*-\hat\theta)^T\Gamma^{-1}\dot{\hat\theta} \tag{19}$$

将式(15)右边加减 $f(x,\hat\theta)+G(X,\hat\theta)\hat u$,由式(9),(11)整理后得

$$\dot x = \Big[\frac{\partial T}{\partial x}\Big]^{-1}AT+\Delta f(x,\theta^*,\hat\theta)+\Delta G(x,\theta^*,\hat\theta)\hat u(x,\theta,\hat\theta).$$

将上式代入式(19)得

$$\dot V(x,\hat\theta) = -T^TT+2T^TP_s\Big[\frac{\partial T(x)}{\partial x}\Big][\Delta f(x,\theta^*,\hat\theta)+$$

$$\Delta G(x,\theta^*,\hat\theta)\hat u - (\theta^* - \hat\theta)^{\mathrm T}\Gamma^{-1}\dot{\hat\theta}]. \quad (20)$$

由 $\Delta f(x,\theta^*,\hat\theta)$,$\Delta G(x,\theta^*,\hat\theta)$ 的定义及假设2得

$$\dot V(x,\hat\theta) = -T^{\mathrm T}T + 2T^{\mathrm T}P_s\left[\frac{\partial T(x)}{\partial x}\right]\cdot$$

$$(\theta^*,\hat\theta)^{\mathrm T}(\Phi_1 + \Phi_2\hat u - \dot{\hat\theta}^{\mathrm T}\Gamma^{-1}).$$

令 $\Phi_1 + \Phi_2\hat u - \dot{\hat\theta}^{\mathrm T}\Gamma^{-1} = 0$,则有 $\dot{\hat\theta} = \Gamma^{\mathrm T}(\Phi_1 + \Phi_2\hat u)^{\mathrm T}$. 因此,当 $\dot{\hat\theta} = \Gamma^{\mathrm T}(\Phi_1 + \Phi_2\hat u)^{\mathrm T}$ 时有 $\dot V(X,\hat\theta) < 0$,即系统是渐近稳定的. 证毕.

综合以上的结果可以得到下面的自适应控制器

$$\hat u = v(x,\theta) + [G^{\mathrm T}(x,\hat\theta)G(x,\hat\theta)]^{-1}G^{\mathrm T}(x,\hat\theta)\cdot [\Delta f(x,\theta,\hat\theta) + \Delta G(x,\theta,\hat\theta)v(x,\theta)], \quad (21)$$

$$\dot{\hat\theta} = \Gamma^{\mathrm T}[\Phi_1 + \Phi_2\hat u]^{\mathrm T}. \quad (22)$$

其中

$$f(x,\theta) = f_0(x) + \sum_{i=1}^{r}\theta_i f_i(x) = f_0(x) + \theta^{\mathrm T}\Phi_1(x),$$

$$g(x,\theta) = g_0(x) + \sum_{i=1}^{r}\theta_i g_i(x) = g_0(x) + \theta^{\mathrm T}\Phi_2(x).$$

2.3 完整系统的鲁棒自适应控制(Robust adaptive control for the integrate system)

将式(21),(22)代入系统(1)可以得到如下的闭环系统

$$\dot x = f(x,\theta^*) + G(x,\theta^*)\hat u + F_1(x,\theta^*)\eta. \quad (23)$$

其中

$\eta = z - h(x,\theta^*,\theta)$,

$h(x,\theta^*,\theta) = -F_2^{-1}(x,\theta^*)[f_2(x,\theta^*) + G_2(x,\theta^*)\hat u]$.

$f(x,\theta^*)$,$G(x,\theta^*)$ 的定义同式(4). $h(x,\theta^*,\theta)$ 通常被称为控制 $\hat u$ 下的摄动流形函数.

对闭环系统引入二次型 Lyapunov 函数

$$V(x,\hat\theta,\eta) = c_1[T^{\mathrm T}P_sT + (\theta^*,\hat\theta)^{\mathrm T}\Gamma^{-1}(\theta^* - \hat\theta)] + c_2\eta^{\mathrm T}P_f(x,\theta^*)\eta. \quad (24)$$

其中 $c_1 > 0, c_2 > 0$,P_f 由 $P_f(x,\theta^*)F_2(x,\theta^*) + F_2^{\mathrm T}(x,\theta^*)P_f(x,\theta^*) = -I$ 定义,其它定义同式(16).显然有

$$\dot V(x,\hat\theta,\eta) = -c_1T^{\mathrm T}T + 2c_1T^{\mathrm T}P_s[\frac{\partial T(x)}{\partial x}]F_1\eta + 2c_2[\eta^{\mathrm T}P_f\dot\eta + \eta^{\mathrm T}\dot P_f\eta]. \quad (25)$$

由式(23)及式(2)得

$$\mu\dot\eta = F_2\eta - \mu\dot h.$$

将上式代入式(25)可得

$$\dot V(x,\hat\theta,\eta) = c_1[-T^{\mathrm T}T + 2T^{\mathrm T}P_s[\frac{\partial T(x)}{\partial x}]F_1\eta + c_2[-\frac{1}{\mu}\eta^{\mathrm T}\eta + \eta^{\mathrm T}\dot P_f\eta - 2\eta^{\mathrm T}P_f\dot h].$$

定理3 如果 $\mu \in (0,\frac{1}{c_1c_2 + c_3})$,其中 c_1,c_2,c_3 分别由下式给出.

$\|h\| \leqslant k_1\|T\| + k_2\|\eta\|$, $\|h_xT_x^{-1}A\| \leqslant -k_1$, $h_x = \frac{\partial h}{\partial x}$,

$T_x = \frac{\partial T}{\partial x}$, $\|h_xF_1\| \leqslant k_2$, $\|P_f\|k_1 \leqslant \frac{1}{2}c_1$,

$\|P_sT_xF_1\|k_1 \leqslant \frac{1}{2}c_2$, $2\|P_f\|k_2 + \|\dot P\| \leqslant c_3$.

依控制律(21),(22)得到完整的闭环系统是渐近稳定的.

3 仿真实例(Simulation example)

例1 考虑如下具有线性参数的奇异摄动非线性系统

$$\dot x_1 = x_2 + \sin x_1,$$
$$\dot x_2 = (x_2 + \sin x_2)^3\theta^* - (x_2 + \sin x_1)\cos x_1 + 2z - u,$$
$$\mu\dot z = -z + u.$$

其降阶模型为:

$$\begin{cases}\dot x_1 = x_1 + \sin x_1,\\ \dot x_2 = (x_2 + \sin x_1)^3\theta^* - (x_2 + \sin x_1)\cos x_1 + u.\end{cases}$$

如果选择微分同胚,$\zeta_1 = x_1$,$\zeta_2 = x_2 + \sin x_1$,则可以得到

$$\begin{cases}\dot\zeta_1 = x = \zeta_2,\\ \dot\zeta_2 = \theta^*\zeta_2^3 + v.\end{cases}$$

控制律为:

$$v = k_1\zeta_1 + k_2\zeta_2 - \theta^*\zeta_2^3.$$

其中 k_1,k_2 可选择为 -0.5,-1,将上式代入式(21)得

$$\hat u = k_1x_1 + k_2x_2 + k_2\sin x_1 + (\theta^* - \hat\theta)(x_2 + \sin x_1).$$

$$\dot{\hat\theta} = \Gamma^{\mathrm T}(\Phi_1(x) + \Phi_2(x)\hat u)^{\mathrm T} = \Gamma^{\mathrm T}\begin{pmatrix}0\\(x_2 + \sin x_3)^3\end{pmatrix}.$$

仿真结果如图1所示.

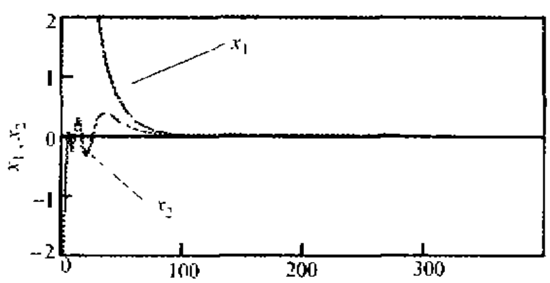

图1 状态的变化曲线

Fig 1 Curve of states

(下转第116页)

系统的设定值由起始的0变为1,经过50步后,又由1变为-1,分别采用CRHPC和改进的CRHPC进行控制,其结果见图1和图2,其中(a)为系统输出,(b)为控制输入和控制增量.当系统设定值从0变为1时,由于输入受到限制,采用一般的CRHPC,系统输出不能稳定跟踪设定值,而且系统不稳定.而采用改进的CRHPC进行控制时,系统输出渐近跟踪设定值且系统稳定.通过比较还可看出,虽然改进算法趋于稳定的速度比一般的CRHPC要稍慢一些,但它减小了系统的超调.

参考文献(References)

[1] Clarke D W, Mohtadi C and Tuffs P S. Generalised predictive control - part I: the basic algorithm and Part II: extensions and interpretations[J]. Automatica, 1987, 23(2): 137 - 160

[2] Clarke D W adn Scattelme R. Constrained receding-horizon predictive control[J]. IEE Proc -D, 1991, 138(4): 347 - 354

[3] Scokaert P O M and Clarke D W. Stabilising properties of constrained predictive control[J]. IEE Proc. -D, 1994, 141(5): 295 - 304

[4] Scokaert P O M and Clarke D W. Stability and feasibility in constrained predictive control[J]. Advances in Model-Based Predictive Control[M]. Oxford: University Press, 1994: 217 - 229

[5] Rossiter J A, Kouvantakis B and Gossner J R. Stable generalized Predictive control in the presence of constraints and bounded disturbances [A]. Proceedings of the Europe Control Conference [C]. Rome, 1995, 3241 - 3246

[6] Tsang T T C and Clarke D W. Generalised predictive control with input constraints[J]. IEE Proc. -D, 1988, 135(6): 451 - 460

本文作者简介

杨建军 1972年生.1994年东北大学本科毕业.目前在东北大学自动化中心攻读博士学位.主要研究方向为广义预测控制理论及应用.

王 伟 1955年生.1988年获东北大学工学博士学位,1990年至1992年在挪威工学院从事博士后研究.现为东北大学教授,博士生导师,东北大学自动化研究中心副主任.主要研究方向为自适应控制,广义预测控制,计算机控制及其工业应用.

(上接第112页)

4 结论(Conclusion)

本文方法是基于降阶方法提出的,具有较强的适用.在该方法的推导过程中增加了一些假设.其中的第一个假设是关于降阶模型的线性化的假设.在直接和间接自适应控制中这一假设是必不可少的.另一个假设是关于线性参数的假设.

参考文献(References)

[1] Goodwin G C and Sin K S. Adaptive Filtering Prediction and Control [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1984

[2] 秦滨,韩志刚. MIMO非线性系统的线性自适应控制[J]. 控制理论与应用,1996,14(1):131 - 133

[3] Kanellakopoulos I, Kokotovic P and Marino R. An extended direc scheme for robust adaptive nonlinear control[J]. IEEE Trans. Automat Contr, 1991, 36(2): 247 - 255

[4] Taylor D G, Koktovic P V, Marino R and Kanellakopoulos I. Adaptive regulation of nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. IEEE Trans. Automat. Contr, 1989, 34(4): 405 - 412

[5] 秦滨,韩志刚.一种非线性系统自适应控制及其收敛性分析[J].控制理论与应用,1996,13(5):657 - 662

[6] 秦滨,施颂椒,席裕庚.参数不确定非线性系统的自适应控制和鲁棒控制[J].控制与决策,1996,13(2):103 - 108

[7] 高为炳.非线性控制系统导论[M].北京:科学出版社,1988

[8] Saberi A and Khalil H. Quadratic-type Lyapunov function for singularly perturbed systems[J]. IEEE Trans. Automat. Contr, 1984, 29(4): 542 - 550

[9] Pomet J and Praly L. Adaptive nonlinear regulation: estimation from the Lyapunov equation[J]. IEEE Trans Automat Contr, 1992, 37(6): 729 - 740

本文作者简介

秦 滨 1966年生.分别于1991年和1996年在黑龙江大学应用数学研究所和东北大学自动控制系获得硕士和博士学位.1996至1998年在上海交通大学自动化系从事博士后研究工作.研究兴趣:非线性系统鲁棒自适应控制,系统辨识与机器人控制.

施颂椒 1933年生.1956年毕业于上海交通大学电力工程系.现为上海交通大学自动化系教授,博士生导师.目前主要研究领域有鲁棒控制,自适应控制及非线性系统等.