

基于 Hopfield 神经网络的线性系统参数辨识*

宋轶民

(北京工业大学机电学院·北京·100022)

张策

(天津大学机械工程学院·天津·300072)

马文贵

(天津纺织工学院自动化系·天津·300160)

0235

摘要: 基于 Hopfield 神经网络的优化计算原理,提出了一种新的线性系统参数辨识方法,利用连续型 HNN 辨识线性系统 I/O 差分方程,计算系统的传递函数矩阵,最终获得了可观标准型的状态空间表达式,仿真结果证明了这种辨识方法的有效性。

关键词: Hopfield 神经网络; 线性系统; 参数辨识

文献标识码: A

人工神经网络

系统辨识

Parameter Identification of Linear Systems Using Hopfield Neural Networks

SONG Yimin

(School of Mechanical & Electrical Engineering, Beijing Polytechnic University·Beijing, 100022, P. R. China)

ZHANG Ce

(School of Mechanical Engineering, Tianjin University·Tianjin, 300072, P. R. China)

MA Wengui

(Department of Automation, Tianjin Institute of Textile Engineering·Tianjin, 300160, P. R. China)

Abstract: In this paper a novel parameter identification method for linear system is developed based on the optimization computing theory of Hopfield Neural Networks (HNN). The I/O difference equation is formulated and estimated using continuous HNN firstly. Then the transfer function matrix of the system is calculated. And finally the observable canonical form of the state space expression is constructed. Simulation results prove the validity of the proposed method.

Key words: Hopfield neural networks (HNN); linear system; parameter identification

1 引言 (Introduction)

近年来,人工神经网络以其独特的优点引起了人们的极大关注,其中以 Hopfield 网络 (HNN) 为代表的反馈型神经网络在联想记忆或分类、优化计算、人工智能等领域得到了广泛的研究与应用^[1]。由于 HNN 可以通过 VLSI 等硬件物理实现,这将使神经网络固有的信息并行处理能力得到充分发挥^[2]。这种潜在的应用前景对控制领域产生了极大的诱惑,为神经网络在系统辨识方面研究工作的开展提供了动力。1989 年,Chu^[3]率先提出了利用 HNN 辨识线性系统状态方程的方法,刘^[4]采用类似的方法,对双线性系统的状态方程进行了参数辨识。这些研究都是在系统状态、输入信息已知的前提下开展的,然而对于某些实际系统,状态信息的获取本身就存在一定的困难,经常需要借助于状态观测器理论^[5]。这显然为神经网络在系

统辨识方面的应用增加了难度。

本文提出了一种新的基于 Hopfield 神经网络的线性系统参数辨识方法。首先建立系统 I/O 差分方程,根据输入、输出历史数据,利用连续型 HNN 辨识出差分方程的系数矩阵,进而获得系统的传递函数矩阵,最终建立了线性系统可观标准型的状态空间表达式。与文献[3,4]相比,本文的方法无需重构系统的状态,以输入、输出信息即可辨识线性系统状态空间表达式的全部矩阵参数,方法更加完善。实践证明,神经网络学习迅速,方法具有很高的辨识精度。

2 I/O 差分方程的建立 (Formulation of I/O difference equation)

考虑离散线性定常系统

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k), \quad (1)$$

$$Y(k) = CX(k) + DU(k). \quad (2)$$

* 基金项目:国家自然科学基金(59675004)资助项目。

收稿日期:1997-11-4;收修改稿日期:1998-12-28

其中, $X(k) \in \mathbb{R}^n, U(k) \in \mathbb{R}^l, Y(k) \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态、输入与输出. 假定系统阶次已知, 矩阵 $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times l}, C \in \mathbb{R}^{m \times n}, D \in \mathbb{R}^{m \times l}$ 参数未知.

为实现基于 Hopfield 神经网络的线性系统参数辨识, 首先需要构造系统 I/O 差分方程. 由式 (1), (2) 递推得

$$Y_{n-1}(k+1) = A_n Y_{n-1}(k) + B_n U_n(k). \quad (3)$$

其中,

$$\begin{aligned} Y_{n-1}(k) &= [Y^T(k) \ Y^T(k+1) \ \cdots \ Y^T(k+n-1)]^T \in \mathbb{R}^{nm}, \\ U_n(k) &= [U^T(k) \ U^T(k+1) \ \cdots \ U^T(k+n)]^T \in \mathbb{R}^{(n+1)l}, \\ A_n &= NAN^+, \quad B_n = P - A_n Q, \\ N &= [C^T \ (CA)^T \ \cdots \ (CA^{(n-1)})^T]^T, \\ P &= \begin{bmatrix} CB & D & \theta & \cdots & \cdots & \theta \\ CAB & CB & D & \theta & \cdots & \theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{(n-1)}B & CA^{(n-2)}B & \cdots & \cdots & CB & D \end{bmatrix}, \\ Q &= \begin{bmatrix} D & \theta & \cdots & \cdots & \cdots & \theta \\ CB & D & \theta & \cdots & \cdots & \theta \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ CA^{(n-2)}B & CA^{(n-3)}B & \cdots & \cdots & CB & D & \theta \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

其中, $A_n \in \mathbb{R}^{nm \times nm}, B_n \in \mathbb{R}^{nm \times (n+1)l}, P \in \mathbb{R}^{nm \times (n+1)l}, Q \in \mathbb{R}^{nm \times (n+1)l}, \theta \in \mathbb{R}^{m \times l}$ 为零矩阵, N^+ 为可观性矩阵 $N \in \mathbb{R}^{nm \times n}$ 的广义逆矩阵. 特别地, 当 $\text{rank}(N) = n$ 时, 有 $N^+ = (N^T N)^{-1} N^T$.

3 矩阵 (A, B, C, D) 的求解 (Solution of matrices (A, B, C, D))

显然, 根据系统输出、输入历史数据 $\{Y_{n-1}(k) \ U_n(k)\}$, 即可利用 Hopfield 神经网络辨识出线性系统 I/O 差分方程的系数矩阵 A_n, B_n . 如果对于任意时刻 $k, Y(k), Y(k+1), \dots, Y(k+n-1), U(k), U(k+1), \dots, U(k+n)$ 线性独立, 则矩阵 A_n, B_n 可以唯一确定. 由式 (3) 得

$$Y(k+n) = \sum_{i=1}^n (A_n)_{n,i} Y(k+i-1) + \sum_{j=1}^{n+1} (B_n)_{n,j} U(k+j-1). \quad (4)$$

其中, $(A_n)_{i,j} \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为 $n \times n$ 分块矩阵 A_n 的第 (i, j) 个子块, $(B_n)_{i,j} \in \mathbb{R}^{m \times l}$ 为 $n \times (n+1)$ 分块矩阵 B_n 的第 (i, j) 个子块.

则系统的传递函数矩阵为

$$W(s) = [s^n I - \sum_{i=1}^n (A_n)_{n,i} s^{i-1}]^{-1} [\sum_{j=1}^{n+1} (B_n)_{n,j} s^{j-1}]. \quad (5)$$

其中, $I \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为单位矩阵. 至此, 线性系统状态空间表达式矩阵 (A, B, C, D) 的辨识问题已化为系统传递函数矩阵的实现问题.

对于单输入单输出 (SISO) 系统, $(A_n)_{i,j} \in \mathbb{R}, (B_n)_{i,j} \in \mathbb{R}$. 其传递函数为

$$W(s) = \frac{(B_n)_{n,n+1} s^n + (B_n)_{n,n} s^{n-1} + \cdots + (B_n)_{n,2} s + (B_n)_{n,1}}{s^n - (A_n)_{n,n} s^{n-1} - \cdots - (A_n)_{n,2} s - (A_n)_{n,1}}. \quad (6)$$

其可观标准型实现为

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & \cdots & (A_n)_{n,1} \\ 1 & 0 & \cdots & \cdots & (A_n)_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 1 & (A_n)_{n,n} \end{bmatrix}, \\ B &= \begin{bmatrix} (B_n)_{n,1} + (A_n)_{n,1} (B_n)_{n,n+1} \\ (B_n)_{n,2} + (A_n)_{n,2} (B_n)_{n,n+1} \\ \vdots \\ (B_n)_{n,n} + (A_n)_{n,n} (B_n)_{n,n+1} \end{bmatrix}, \\ C &= [0 \ \cdots \ 1], \quad D = (B_n)_{n,n+1} \end{aligned}$$

对于多输入多输出 (MIMO) 系统, 须将系统的传递函数矩阵化为严格的真有理分式^[5], 即

$$W(s) = W^*(s) + \lim_{s \rightarrow 0} W(s), \quad (7)$$

$$W^*(s) = \frac{\beta_{n-1} s^{n-1} + \beta_{n-2} s^{n-2} + \cdots + \beta_1 s + \beta_0}{s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \cdots + \alpha_1 s + \alpha_0}. \quad (8)$$

式中, $\beta_i \in \mathbb{R}^{m \times l}, \alpha_i \in \mathbb{R}$, 分母多项式即为系统传递函数矩阵的特征多项式. MIMO 系统的可观标准型实现为^[5]

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_1 & \cdots & \cdots & -\alpha_0 I \\ I & \theta_1 & \cdots & \cdots & -\alpha_1 I \\ \theta_1 & I & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \theta_1 & \cdots & \cdots & I & -\alpha_{n-1} I \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{n-1} \end{bmatrix}, \\ C &= [\theta_1 \ \theta_1 \ \cdots \ I], \quad D = \lim_{s \rightarrow 0} W(s). \end{aligned}$$

式中, $\theta_i \in \mathbb{R}^{m \times m}, I \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 分别为零矩阵与单位矩阵.

4 HNN 优化计算原理 (Optimization computing theory of HNN)

Hopfield 网络是一个单层全互连反馈型神经网络

络,神经网络的状态可在有界区间内取连续值或离散值^[2].连续型 HNN 神经元的动态方程为

$$\frac{du_i}{dt} = \sum_{j=1}^n T_{ij} V_j + I_i, \quad (9)$$

$$V_i = g(u_i), \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (10)$$

其中, u_i , V_i , I_i 分别为神经元 i 的状态、输出与阈值, T_{ij} 为神经元 i 与神经元 j 的连接权值.神经元的激活函数取为双曲正切函数,即

$$g(x) = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}. \quad (11)$$

通常,定义 HNN 动态系统的 Lyapunov 能量函数为

$$E = -\frac{1}{2} V^T T V - I^T V. \quad (12)$$

其中, T , I , V 分别为 HNN 的权值矩阵、阈值向量及输出向量.

若权值满足对称性条件

$$T_{ij} = T_{ji}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (13)$$

$$\text{则} \quad \frac{dE}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial E}{\partial V_i} \frac{dV_i}{dt}. \quad (14)$$

由于

$$\frac{\partial E}{\partial V_i} = -\sum_{j=1}^n T_{ij} V_j - I_i = -\frac{du_i}{dt}, \quad (15)$$

则

$$\frac{dE}{dt} = -\sum_{i=1}^n \frac{du_i}{dt} \frac{dV_i}{dt} = -\sum_{i=1}^n \left(\frac{dV_i}{dt} \right)^2 \frac{d}{dV_i} g^{-1}(V_i). \quad (16)$$

由于非线性函数 $g^{-1}(V_i)$ 单调递增,其导数处处为正,故 $\frac{dE}{dt} \leq 0$. 当且仅当 $\frac{dV_i}{dt} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 时, $\frac{dE}{dt} = 0$. 由 Lyapunov 定理^[5]可知 HNN 动态系统是渐近稳定的,且系统的平衡点即为能量函数 E 的极小点.

可见,如果将优化问题的目标函数表示为 HNN 的能量函数 E ,令神经元的输出 V 对应优化问题的自变量,确定相应的权值 T 及阈值 I ,调整 HNN 最终达到稳态,则此时神经元的输出 V^* 即为优化问题的最优解.

5 参数辨识算法 (Algorithm for parameter identification)

定义辨识误差为

$$e(k) = Y_{n-1}(k+1) - A_n Y_{n-1}(k) - B_n U_n(k). \quad (17)$$

定义参数辨识的目标函数为

$$J = \frac{1}{2} e^T(k) e(k). \quad (18)$$

构造 HNN 的输出向量 V 为

$$V = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{nm} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{nm}]^T. \quad (19)$$

其中, $V \in \mathbb{R}^{nm[nm+(n+1)]}$ 的第 j 个元素对应 HNN 第 j 个神经元的输出 V_j , $a_i^T \in \mathbb{R}^{nm}$, $b_i^T \in \mathbb{R}^{(n+1)}$ 分别为矩阵 A_n 和 B_n 的行向量, $i = 1, \dots, nm$.

利用输入、输出数据构造 HNN 的权值矩阵 T 及阈值向量 I 为

$$T = -[P_A \ P_B]^T [P_A \ P_B], \quad (20)$$

$$I^T = [I_A \ I_B]. \quad (21)$$

其中

$$P_A = \begin{bmatrix} Y_{n-1}^T(k) & & \\ & \ddots & \\ & & Y_{n-1}^T(k) \end{bmatrix},$$

$$P_B = \begin{bmatrix} U_n^T(k) & & \\ & \ddots & \\ & & U_n^T(k) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} I_A &= [Y_1(k+1)Y_{n-1}^T(k) \ \dots \ Y_m(k+1)Y_{n-1}^T(k) \\ &\quad Y_1(k+2)Y_{n-1}^T(k) \ \dots \ Y_m(k+2)Y_{n-1}^T(k) \ \dots \\ &\quad Y_1(k+n)Y_{n-1}^T(k) \ \dots \ Y_m(k+n)Y_{n-1}^T(k)], \\ I_B &= [Y_1(k+1)U_n^T(k) \ \dots \ Y_m(k+1)U_n^T(k) \\ &\quad Y_1(k+2)U_n^T(k) \ \dots \ Y_m(k+2)U_n^T(k) \ \dots \\ &\quad Y_1(k+n)U_n^T(k) \ \dots \ Y_m(k+n)U_n^T(k)]. \end{aligned}$$

式中,矩阵 $T \in \mathbb{R}^{nm[nm+(n+1)] \times nm[nm+(n+1)]}$ 的第 i 行第 j 列元素对应于 HNN 的权值 T_{ij} , 向量 $I \in \mathbb{R}^{nm[nm+(n+1)]}$ 的第 i 个元素对应于 HNN 的阈值 I_i . $Y_j(k+i)$ 为输出向量 $Y(k+i) \in \mathbb{R}^m$ 的第 j 个元素,且 $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$.

由式(18)得

$$J = J_0 + J_1. \quad (22)$$

其中

$$J_0 = -\frac{1}{2} V^T T V - I^T V, \quad (23)$$

$$J_1 = \frac{1}{2} Y_{n-1}^T(k+1) Y_{n-1}(k+1). \quad (24)$$

由于 $\frac{\partial J_1}{\partial A_n} = 0$, $\frac{\partial J_1}{\partial B_n} = 0$, 则目标函数简化为 J_0 .

至此,线性系统 L/O 差分方程的参数辨识问题已化为 HNN 的优化计算问题.

6 数值仿真 (Numerical simulation)

6.1 确定性系统 (Deterministic system)

不失一般性,仅考虑以下 SISO 系统

$$X(k+1) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} U(k),$$

$$Y(k) = [1 \ 0] X(k) + U(k).$$

显然,在本例中 $A_n \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$, $B_n \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$, 并且

$$Y_{n-1}(k) = [Y^T(k) \ Y^T(k+1)]^T.$$

$$U_n(k) = [U^T(k) \ U^T(k+1) \ U^T(k+2)]^T.$$

取 HNN 神经元的输出向量为

$$V = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2]^T \in \mathbb{R}^{10}.$$

其中, $a_i^T \in \mathbb{R}^2$, $b_i^T \in \mathbb{R}^3$.

设 $U(k) = 1 - 0.5^k$, $X(0) = [0 \ 0]^T$. 求得待辨识系统的输出、输入历史数据 $\{Y_{n-1}(k) \ U_n(k)\}$, 构造 HNN 的权值矩阵 $T \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ 与阈值向量 $I \in \mathbb{R}^{10}$. 训练表明, 当 $k = 78$ 时, 神经网络的输出即已达到稳态, 此时的辨识结果为

$$A_n = \begin{bmatrix} 1.357638\text{E} - 7 & 9.995677\text{E} - 1 \\ -3.000781\text{E} 0 & -3.999564\text{E} 0 \end{bmatrix},$$

$$B_n = \begin{bmatrix} 1.163782\text{E} - 7 & 7.675420\text{E} - 7 & -3.871432\text{E} - 8 \\ 4.963004\text{E} 0 & 4.076041\text{E} 0 & 9.895743\text{E} - 1 \end{bmatrix}.$$

则待辨识 SISO 系统的可观标准型实现为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -3.000781\text{E} 0 \\ 1 & -3.999564\text{E} 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1.993508\text{E} 0 \\ 1.181753\text{E} - 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [0 \ 1], \quad D = 9.895743\text{E} - 1.$$

不难验证, 两种状态空间表达式的传递函数是相同的.

6.2 实际控制系统 (Real control system)

文献[6]采用连续型 HNN 对弹性连杆机构动力学系统的线性化模型进行了参数辨识. 曲柄转速 $\bar{\omega} = 120\text{r/min}$ 时, 运动弹性动力学 (KED) 理论模型、HNN 参数辨识模型及实际机构的动态响应分别如图 1 中曲线 1~3 所示. 图中, 横坐标表示运动周期内弹性连杆机构的离散位置, 纵坐标表示机构输出点的动态应变. 显然, 与 KED 理论模型相比, HNN 参数辨识模型比更接近于实际系统. 篇幅所限, 详细资料请参考文献[6].

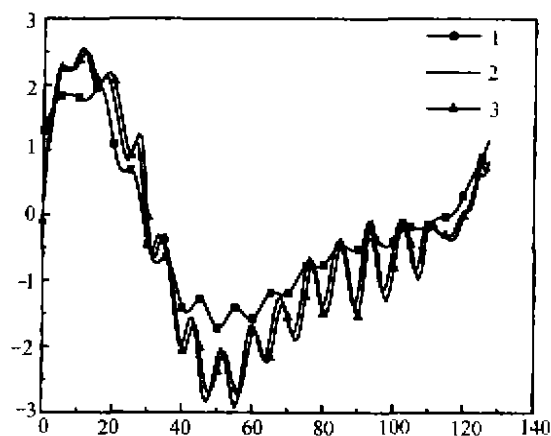


图 1 模型比较

Fig. 1 Comparison of different models

7 结论 (Conclusion)

本文采用连续型 HNN 辨识了线性系统 I/O 差分方程, 进而得到系统的传递函数矩阵, 最终建立了线性系统可观标准型的状态空间表达式. 这种辨识方法无需重构系统状态, 以输入、输出信息即可辨识出线性系统状态空间表达式的全部矩阵参数 (A, B, C, D). 仿真结果证明了这种辨识方法的有效性.

参考文献 (References)

- [1] Hopfield J J. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities[A]. Proceedings of National Academy of Science, [C], USA, 1982, 79: 2554 - 2558
- [2] 杨行峻, 郑君里. 人工神经网络[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992
- [3] Chu S R, Shoureshi R and Tmorio. M Neural Networks for System Identification[A]. Proceedings of American Control Conference[C], 1989, 1: 916 - 921
- [4] 刘华, 黄田, 管子平. 基于神经网络的一类非线性系统参数估计[J]. 天津大学学报, 1994, 27(5): 563 - 566
- [5] 刘豹. 现代控制理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 1989
- [6] 宋轶民, 马文贵, 张策. 基于 HNN 的弹性连杆机构振动主动控制系统参数估计[J]. 机械科学与技术, 1998, 17(5): 782 - 784

本文作者简介

宋轶民 1971 年生 北京工业大学机械工程流动站做博士后研究工作 研究领域为机器动力学, 神经网络与智能控制

张策 1941 年生. 天津大学机械工程学院院长, 教授, 博士生导师. 近期主要研究领域为机器动力学与振动控制.

马文贵 1938 年生. 天津纺织工学院教授. 近期主要研究领域为自适应控制与智能控制.