

一种采用三角化脉冲响应模型的鲁棒自适应预测控制器*

184-188

吴国华 席裕庚 张钟俊

(上海交通大学自动化研究所·上海, 200030)

T1273.2

摘要: 针对开环稳定的单变量系统, 提出了一种简单可行的三角化脉冲响应近似模型, 改进了 Aström 的简化模型. 进而设计鲁棒扩展时域预测控制器. 此控制器只需辨识一个脉冲响应值即可, 大大减少了计算量. 同时给出了在模型失配情况下保证闭环系统全局渐近稳定的预报长度范围和模型失配上限值. 仿真结果表明此方法的有效性和鲁棒性.

关键词: 自适应控制; 预测控制; 全局收敛性; 稳定性; 鲁棒性

文献标识码: A

A Robust Adaptive Predictive Controller Using Triangular Impulse Response Model

WU Guohua, XI Yugeng and ZHANG Zhongjun

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University · Shanghai, 200030, P.R. China)

Abstract: In this paper a simplified impulse response model is presented for approximating a stable system to improve Aström and Lu's methods. An extended horizon predictive controller can be designed based on this approximation model. Only one parameter should be estimated and much more computational effort can be reduced. Under model-plant mismatch the robustly asymptotic stability and global convergence of the resulting closed-loop system are guaranteed by selecting proper prediction horizon. Simulations show that the new controller is effective and works well even in time-varying and unknown constant disturbances environment.

Key words: adaptive control; predictive control; stability analysis; global convergence; robustness

1 引言 (Introduction)

在过程控制领域, 基于模型的控制已受到广泛的重视. 为了简化控制器结构, 在这类控制中有时可采用对象的简化模型. Aström^[1] 1980 年提出了一种针对具有单调阶跃响应对象的鲁棒控制器, 设计的控制律十分简易, 文中给出了保证这类控制系统闭环稳定的条件. 由于采用的简化模型与对象阶跃响应的细节无关, 因此具有较强的鲁棒性. 但是为了渐近稳定的条件, 采样周期必须选得较大, 这样控制效果不够理想. Lu 和 Kumar^[2] 1984 年扩展了 Aström 的方法, 给出了多变量系统的相应结论, 但控制器也存在同样的不足. 文[3]中针对开环稳定的系统, 提出了新的模型简化的方法, 即三角化脉冲响应模型. 大大减少了模型的参数, 降低了计算量. 使得在线自适应控制成为可能.

本文依据预测控制原理, 采用三角化脉冲响应

模型设计了一种新型的鲁棒自适应预测控制器, 这一方法与 Aström 和 Lu 的方法相比提高了建模精度并放松了对采样周期的约束. 由于简化模型中只有一个参数需要辨识, 可在线自适应控制. 文中证明了这一自适应预测控制律能保证闭环系统鲁棒渐近稳定和输出跟踪误差收敛为零, 定量给出了预测长度的范围和模型简化误差的上限. 仿真研究表明了这一新型控制器的有效性.

2 三角化脉冲响应模型 (Triangular impulse response model)

对于开环稳定对象, 其脉冲响应模型为:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{\infty} h(i)u(t-i) \approx \sum_{i=1}^N h(i)u(t-i), \quad (1)$$

这里 $u(t)$, $y(t)$ 分别为系统的输入和输出, $h(i)$ 为脉冲响应系数, N 为截断长度. 一般可以认为脉冲响

* 基金项目: 国家自然科学基金(69934020)和中国博士后科研基金资助.

收稿日期: 1997-09-26; 收修改稿日期: 1999-04-19.

应在 N 时刻后已充分小, 即:

$$h(i) \approx 0; \quad i > N. \quad (2)$$

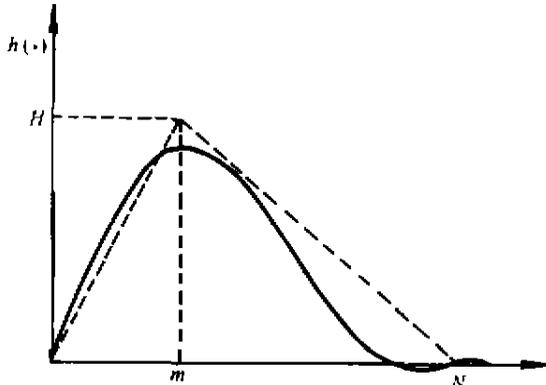


图1 对象脉冲响应曲线及三角化脉冲响应拟合
Fig. 1 The plant's impulse response and triangular impulse response

对象的脉冲响应曲线如图1所示, 其中 m 为最接近脉冲响应峰值的采样时刻, 对此现用三角形去拟合脉冲响应曲线. 假定 m 和 N 已知, 三角化脉冲响应系数如下:

$$h(i) = \begin{cases} \frac{H}{m}i, & 0 \leq i < m, \\ \frac{N-i}{N-m}H, & m \leq i \leq N. \end{cases} \quad (3)$$

定义模型失配误差:

$$\Delta h(i) = h(i) - h_m(i).$$

由式(1)和式(3)可得三角化脉冲响应模型输出:

$$y_m(t) = Hw(t-1), \quad (4)$$

式中

$$w(t-1) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m iu(t-i) + \frac{1}{N-m} \sum_{i=m+1}^N (N-i)u(t-i), \quad (5)$$

从中可看出此模型中只有一个参数需要辨识.

3 扩展时域预测控制器 (Extended horizon prediction controller)^[4,5]

以脉冲响应模型为基础设计预测控制时, 假设未来控制序列满足:

$$u(t) = u(t+1) = \dots = u(t+k-1), \quad (6)$$

要使 k 步超前输出预报 $\hat{y}(t+k)$ 尽可能接近给定值 $y^*(t+k)$, 即

$$\min J = [\hat{y}(t+k) - y^*(t+k)]^2. \quad (7)$$

由(4)可得 $y(t+k)$ 的最优预报为:

$$\hat{y}(t+k) = H \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m iu(t+k-i) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{N-m} \sum_{i=m+1}^N (N-i)u(t+k-1-i) \right] + d(t+k), \quad (8)$$

式中 $d(t+k)$ 为模型输出最优预报误差修正项, 它表示模型和对象失配和在 $t+k$ 时刻的外界干扰, 一般可取

$$d(t+k) = d(t) = y(t) - y_m(t). \quad (9)$$

为了把等式右边分解成为未来控制序列和已知控制序列两部分, 就 m 和 k 大小不同, 讨论以下几种情况:

1) 当 $k > m$ 时, 由(3)并结合条件(6)可得

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+k) = & H \left[\frac{m+1}{2} + \frac{(k-m)(2N-k-m-1)}{2(N-m)} \right] u(t) + \\ & \frac{H}{N-m} \sum_{i=k+1}^N (N-i)u(t+k-i) + y(t) - y_m(t), \end{aligned} \quad (10)$$

使 J 最小得到最优控制律

$$\begin{aligned} u(t) = & \frac{2(N-m)}{H[(m+1)(N-m) + (k-m)(2N-k-m-1)]} \cdot \\ & [y^*(t+k)] - \frac{H}{N-m} \sum_{i=t+1}^N (N-i)u(t+k-i) - \\ & y(t) + y_m(t); \end{aligned} \quad (11)$$

2) 当 $k \leq m$ 时, 由(3)并结合条件(6)可得

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+k) = & \frac{k(k+1)}{2m} Hu(t) + \\ & \frac{H}{m} \sum_{i=t+1}^m iu(t+k-i) + \\ & \frac{H}{N-m} \sum_{i=m+1}^N (N-i)u(t+k-i) + \\ & y(t) - y_m(t), \end{aligned} \quad (12)$$

得到最优控制律

$$\begin{aligned} u(t) = & \frac{2m}{k(k+1)H} [y^*(t+k) - \\ & \frac{H}{m} \sum_{i=k+1}^m iu(t+k-i) - \frac{H}{N-m} \cdot \\ & \sum_{i=m+1}^N (N-i)u(t+k-i) - y(t) + y_m(t)]. \end{aligned} \quad (13)$$

4 自适应控制 (Adaptive controller)

对于模型参数未知或发生变化, 需要采用自适应控制策略. 由式(3)和式(4)知:

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+k) = & w(t+k-1)\hat{H}(t+k-1) + \\ & y(t) - y_m(t). \end{aligned} \quad (14)$$

定义估计误差为

$$e(t) = [y(t) - y(t - k) + y_m(t - k)] - w(t - 1)\hat{H}(t - 1). \quad (15)$$

采用方差重新设定的 RLS 辨识算法如下

$$\hat{H}(t) = \hat{H}(t - 1) + \frac{p(t - 2)w(t - 1)}{1 + p(t - 2)w^2(t - 1)} e(t), \quad (16)$$

$$p(0) = k_0, \quad 0 < k_0 < \infty. \quad (17)$$

设 $T = \{t_1, t_2, \dots\}$ 为方差 p 重新设定的时刻, 如果 $t \notin T$ 时, 方差 p 按如下更新

$$p(t - 1) = p(t - 2) - \frac{p^2(t - 2)w^2(t - 1)}{1 + p(t - 2)w^2(t - 1)}. \quad (18)$$

否则, $t \in T, p(t_i - 1)$ 为

$$p(t_i - 1) = k_0. \quad (19)$$

自适应控制律可根据 $k > m$ 或 $k \leq m$ 的情况, 分别取为(11)或(13), 只是其中的 H 由辨识的参数代替.

综合上述, 自适应控制算法可总结如下:

- Step 1 已知 m 和 N , 选择适当的 k .
- Step 2 利用式(5), 计算辅助输入 $w(t - 1)$.
- Step 3 利用辨识算法(16)~(19)在线辨识参数 H .
- Step 4 利用式(11)或(13), 计算控制律 $u(t)$.
- Step 5 使 $t = t + 1$, 返回 Step 2.

5 鲁棒稳定性和全局收敛性分析 (Robust stability and global convergence analysis)

下面定量研究上节算法的鲁棒稳定性和全局收敛性. 由于采用了简化模型, 系统必然存在着固有的模型失配误差. 为此采用文献[6]中的闭环预测, 它可以在模型失配和常值干扰时有效地消除静差. 先给出两个引理:

引理 1^[7] 参数辨识算法(16)~(19)满足下列特性:

$$1) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} [\hat{H}(t) - \hat{H}(t - k)] = 0,$$

这里 k 为任意整数;

$$2) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{e^2(t)}{1 + k_0 w^2(t - 1)} = 0.$$

引理 2^[8] 如果实系数多项式

$$A(z^{-1}) = \sum_{i=0}^n a_i z^{-i}$$

满足

$$\inf_{|z| \geq 1} |a(z^{-1})| > 0,$$

那么此多项式是渐近稳定的.

我们已经证明如果三角化脉冲响应近似模型的参数已知, 则闭环系统鲁棒渐近稳定^[3]. 下面给出采用自适应控制算法时系统的鲁棒稳定性.

定理 对于开环稳定的系统(1), 假设系统的截断长度 N 和参数 m 已知, 如果用三角化脉冲响应近似模型(3)描述对象, 并采用第四节的自适应预测控制算法, 选择预测长度 k 如下:

$$1) \text{ 当 } m < \frac{N}{2} - 1 \text{ 时,}$$

$$k > N - \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{N(N-m)}{2} + \frac{1}{4}}, \quad (20)$$

$$\sum_{i=1}^n |\Delta h(i)| < \frac{2N+4Nk-2k^2-2k-Nm-N^2}{2(N-m)} \hat{H}; \quad (21)$$

$$2) \text{ 当 } m \geq \frac{N}{2} - 1 \text{ 时,}$$

$$\sqrt{\frac{mN}{2} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} < k \leq m, \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^n |\Delta h(i)| < \frac{2k^2+2k-Nm}{2m} \hat{H}. \quad (23)$$

这里 $\Delta h(i) = h(i) - h_m(i)$, 那么此自适应预测控制使得系统有下列特性:

- S₁) 闭环系统鲁棒渐近稳定;
- S₂) $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y^*(t)] = 0$.

证 S₁) 分下列两种情况讨论.

1° 当 $k > m$, 从式(11)得到系统的特征方程

$$\hat{H}T(z^{-1})u(t) = y^*(t + k), \quad (24)$$

特征多项式为

$$T(z^{-1}) = \frac{N + 2Nk - k^2 - k - Nm}{2(N - m)} + \frac{1}{N - m} \sum_{i=k+1}^N (N - i)z^{k-i} + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta h(i)}{H} z^{-i}. \quad (25)$$

根据引理 2 知, 要使

$$\inf_{|z| \geq 1} |T(z^{-1})| > \frac{N + 2Nk - k^2 - k - Nm}{2(N - m)} - \frac{1}{N - m} \sum_{i=k+1}^N (N - i) - \sum_{i=1}^k \frac{|\Delta h(i)|}{H} > 0, \quad (26)$$

只须

$$\sum_{i=1}^k |\Delta h(i)| < \frac{2N + 4Nk - 2k^2 - 2k - Nm - N^2}{2(N - m)} \hat{H}. \quad (27)$$

同时上式不等式右边的多项式应能大于零,即

$$2N + 4Nk - 2k^2 - 2k - Nm - N^2 > 0. \quad (28)$$

易证当

$$k > N - \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{N(N-m)}{2} + \frac{1}{4}} \quad (29)$$

时确保(28)成立. 易证

$$N - \frac{1}{2} > N - \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{N(N-m)}{2} + \frac{1}{4}} > m.$$

2° 当 $k \leq m$ 时, 从式(13)得到系统的特征方程

$$\hat{H}T(z^{-1})u(t) = y^*(t+k), \quad (30)$$

特征多项式

$$T(z^{-1}) = \frac{k^2 + k}{2m} + \frac{1}{m} \sum_{i=k+1}^m iz^{k-i} + \frac{1}{N-m} \sum_{i=m+1}^N (N-i)z^{k-i} + \sum_{i=1}^k \frac{\Delta h(i)}{H} z^{-i}. \quad (31)$$

根据引理2知, 要使

$$\inf_{|z| \geq 1} |T(z^{-1})| > \frac{k^2 + k}{2m} - \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m-k} (k+i) - \frac{1}{N-m} \sum_{i=k+1}^{N-k} (N-k-i) - \sum_{i=1}^k \frac{|\Delta h(i)|}{H} > 0. \quad (32)$$

只须

$$\sum_{i=1}^k |\Delta h(i)| < \frac{2k^2 + 2k - Nm}{2m} \hat{H}, \quad (33)$$

上式不等式右边的多项式有可能大于零, 即

$$2k^2 + 2k - Nm > 0. \quad (34)$$

易知当

$$k > \sqrt{\frac{mN}{2} + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \quad (35)$$

时确保(34)成立. 因为 $m \geq k$, 知

$$m \geq \frac{N}{2} - 1. \quad (36)$$

综合1°和2°知, 不论 H 为何值(不等于零), 只要式(20)和(22)满足, 闭环系统是鲁棒渐近稳定. 故 S_1 得证.

S_2 定义

$$\bar{H} = H(t-1), \quad \hat{H} = H(t), \quad (37)$$

由式(15)知

$$e(t) = y(t) - \bar{H}w(t-1) - y(t-k) + y_m(t-k) = y(t) - \bar{H} \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m iu(t-i) + \frac{1}{N-m} \sum_{i=m+1}^N (N-i) \cdot u(t-i) \right] - y(t-k) + y_m(t-k). \quad (38)$$

由(11)和(38)得

$$e(t) = y(t) - y^*(t) + [\hat{H} - \bar{H}] \frac{1}{N-m} \cdot \sum_{i=k+1}^N (N-i)u(t-i) + [\hat{H} - \bar{H}] \cdot \left[\frac{m+1}{2} + \frac{(k-m)(2N-k-m-1)}{2(N-m)} \right] \cdot u(t-k) + \frac{\hat{H}}{m} \left[\sum_{i=1}^m iz^{-k} - \sum_{i=1}^m iz^{-i} \right] u(t) + \frac{\bar{H}}{N-m} \left[\sum_{i=m+1}^k (N-i)z^{-k} - \sum_{i=m+1}^k (N-i)z^{-i} \right] u(t). \quad (39)$$

由(13)和(38)得

$$e(t) = y(t) - y^*(t) + [\hat{H} - \bar{H}] \frac{1}{m} \sum_{i=1}^k iu(t-k) + [\hat{H} - \bar{H}] \left[\frac{1}{m} \sum_{i=k+1}^m iz^{-i} - \frac{1}{N-m} \sum_{i=m+1}^N (N-i)z^{-i} \right] u(t) + \frac{\bar{H}}{m} \left[\sum_{i=1}^m iz^{-k} - \sum_{i=1}^m iz^{-i} \right] u(t). \quad (40)$$

由 S_1 知闭环系统是鲁棒渐近稳定, 故 $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$ 存在, 由引理1, 从式(39)和(40)知

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y^*(t)] = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0. \quad (41)$$

至此, 完成了定理的证明.

注1 用三角脉冲响应模型去拟合对象的脉冲响应曲线, 不管辨识参数如何精确, 都必然存在固有的拟合误差. 只要它满足定理中的条件, 此控制器是鲁棒稳定的. 所以它的鲁棒性不是通过自适应控制来达到的^[3]. 同时, 此控制器允许存在建模误差 $d(t) = y(t) - y_m(t)$, 不影响闭环系统的特性. 因为采用闭环输出预测, 并不要求 $d(t) \rightarrow 0 (t \rightarrow \infty)$, 只要 $d(t+k) - d(t) \rightarrow 0$ 即可.

注2 定理定量给出了可保证闭环系统鲁棒稳定的预测长度的范围和模型误差的上限, 这个条件是充分条件, 实际上预测长度还可以取得小一点, 只要闭环系统是稳定的, 小的预测长度可以提高闭环系统的响应速度.

6 仿真研究(Simulation study)

被控对象的传递函数 $G(s)$ 和在系统输出的常值干扰 $d(t)$ 为

$$G(s) = \begin{cases} \frac{3}{(s+1)^6}, & t \leq 100, \\ \frac{1}{(s+1)^5}, & 100 < t \leq 200, \end{cases}$$

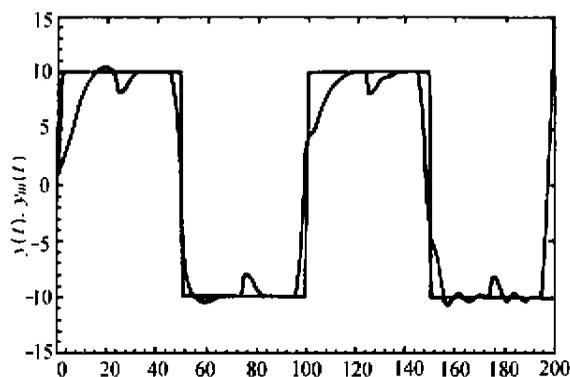
$$d(t) = \begin{cases} 1, & t \in (0, 25), (75, 125), (175, 200), \\ -1, & t \in (25, 75), (125, 175). \end{cases}$$

对此对象,用三角化脉冲响应模型去近似它,合理地选择 $m = 5, N = 13$,根据定理,由于 $m < \frac{N}{2} - 1$,所以

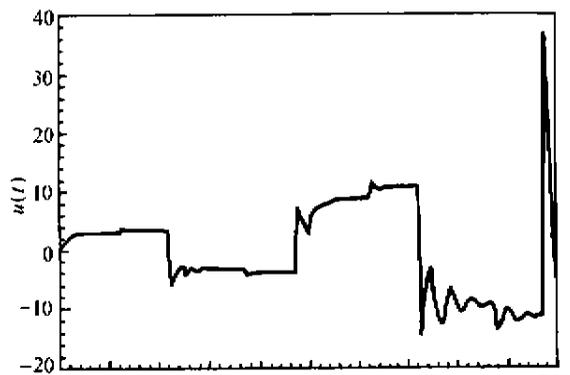
选择 $k > N - \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{N(N-m)}{2}} + \frac{1}{4} = 5.27$. 这里

选择 $k = 6$,则 $\Delta_{\max} = \max_{i=1}^k \Delta h(i) = 1.25H$,可

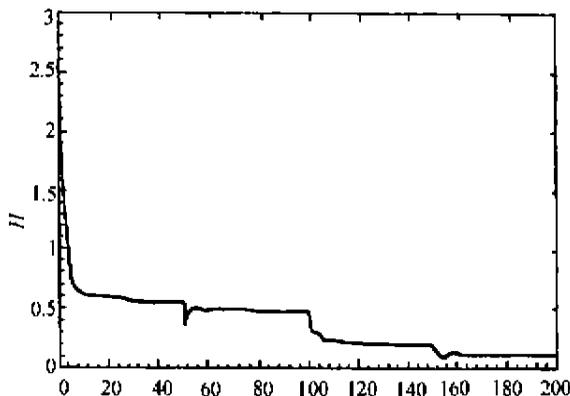
保证闭环系统鲁棒稳定.辨识时参数初值为零, p 在



(a) 系统的输出 $y(t)$



(b) 系统输入



(c) 辨识参数 $\hat{H}(t)$

图2 仿真结果

Fig. 2 The results of simulation

$t = 0, 50, 100, 150$ 时重新定为 $p = 100000$,采用此自适应预测控制算法,仿真结果见图2所示,它表明只有一个参数辨识,大大减少了计算量;同时有效消除模型失配和分段常值干扰,控制效果令人满意.

7 结论(Conclusion)

本文针对开环稳定的单变量系统提出了一种简单实用的三角化脉冲响应简化模型以及在它基础上的自适应鲁棒预测控制算法.三角化脉冲响应只有一个模型参数,与 Åström 的方法相比具有建模精度高的特点,从根本上克服了 Åström 和 Lu 方法的不足.以此简化模型为基础进行自适应预测控制的设计,可定量地给出选择预测长度的范围以及建模误差的上限,保证闭环系统的鲁棒稳定.仿真结果表明它具有良好的鲁棒性,此方法为基于脉冲响应模型的多变量系统自适应预测控制研究开辟了新的途径.

参考文献(References)

- [1] Åström K J. A robust sample regulator for stable systems with monotone step responses[J]. Automatica, 1980, 16(3):313-315
- [2] Lu W S and Kumar K C. A staircase model for unknown multivariable systems and design of regulators[J]. Automatica, 1984, 20(1): 109-112
- [3] Wu G H, Xi Y G and Zhang Z J. Robust controller design based on simplified triangular model[J]. Automatica, 1998, 34(4):319-325
- [4] Scattolini R and Bittanti S. On the choice of the horizon in long-range predictive control-some simple criteria[J]. Automatica, 1990, 26(5):917-917
- [5] Ydstie B E. Extended horizon adaptive control[C]. 9th IFAC World Congress, Budapest, 1984
- [6] 席裕庚. 预测控制[M]. 北京:国防工业出版社,1993
- [7] Goodwin G C and Sin K S. Adaptive Filtering, Predictive and Control[M]. New Jersey:Prentice-Hall, Inc., 1984
- [8] Desoer C A and Vidyasagar M. Feedback Systems: Input-Output Properties[M]. San Diego:Academic Press, 1975

本文作者简介

吴国华 1966年生,1988年毕业于武汉钢铁学院自动化系,1993年在东北大学自动化系获博士学位,同年进入上海交通大学自动控制博士后流动站,1995年出站到中国国际航空公司计算机中心工作,任高级工程师.主要研究领域为自适应控制和预测控制.

席裕庚 见本刊2000年第1期第18页.

张钟俊 1915年生,美国麻省理工学院博士,前中国科学院院士,我国自动控制学科著名的老一辈学术带头人,上海交通大学自动控制系创始人,于1995年12月因病去世.