

倒摆的简易模糊控制

231-234

赵海龙

(国防科技大学二系研究生队·长沙, 410073)

TP13

摘要: 运用简易模糊算法实现了倒摆的稳定控制, 并利用控制倒摆平衡位置不在竖直方向的方法实现了倒摆的定向运动和往复运动。

关键词: 倒摆; 模糊控制; 数学模型

文献标识码: A

多变量非线性系统

A Simple and Easy Fuzzy Control Method for Inverted Pendulum

ZHAO Hailong

(Department of Automatic Control, National University of Defence Technology, Changsha, 410073, P. R. China)

Abstract: This paper applies simple and easy fuzzy control method to inverted pendulum to keep it stable and to realize one-way movement and two-way movement by controlling the balance position of inverted pendulum not in the vertical direction.

Key words: inverted pendulum; fuzzy control; mathematical model

1 引言(Introduction)

倒摆控制系统是一个典型的多变量非线性系统, 由于它实现简单, 常在实验室里用来验证各种控制理论的实际应用效果。控制倒摆的方法很多, 这里介绍一种简易的模糊控制方法, 利用它可方便地实现倒摆的稳定控制和往复运动, 且效果很好。

2 系统结构及数学模型(System construction and mathematical model)

2.1 系统结构(System construction)

在本实验系统中, 使用的是摆杆倒摆实验装置, 其组成框图如图 1。

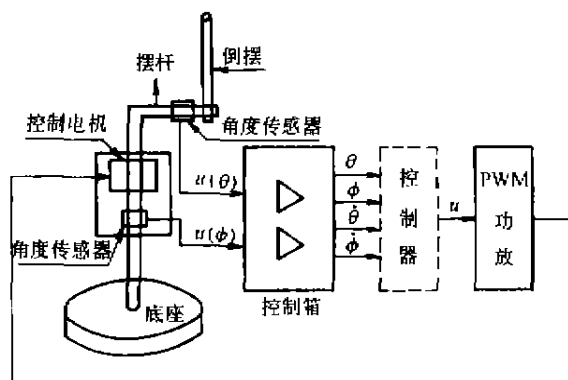


图 1 倒摆实验装置组成框图

Fig 1 Construction of inverted pendulum control system

各组成部分如下:

1) 摆杆倒摆。

控制对象。

2) 控制箱。

将测取的信号放大、滤波; 获取微分信号; 系统调零; 控制信号进行功率放大。

3) 控制器。

由 Mcs-51 单片机及其接口电路组成, 用于实现控制算法。

2.2 系统数学模型(System mathematical model)

为了建立倒摆的数学模型, 对系统作如下假设:

1) 倒摆及摆杆均为均质刚体;

2) 倒摆角度电位计轴处的摩擦力矩与角速度 $\dot{\theta}$ 成正比;

3) 电机输出力矩 M 与输入控制电压 u 成正比。

在以上假设条件下, 可推出系统动力学模型如下:

$$\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\ddot{\theta} + c\dot{\theta} - \frac{1}{2}m_2gl_2\sin\theta = -\frac{1}{2}m_2l_1l_2\cos\theta\ddot{\phi}, \quad (1)$$

$$\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\ddot{\phi} = M - \frac{1}{2}m_2l_1l_2\frac{d^2}{dt^2}(\sin\theta). \quad (2)$$

其中摆杆长度为 l_1 、质量为 m_1 、对质心转动惯量为 J_1 、倒摆长度为 l_2 、质量为 m_2 、对质心转动惯量为 J_2 、电机控制力矩为 $M = C_m \Phi I_a$ 、 C_m 是与电机结构有关的常数、 Φ 为每极磁通、 I_a 为电枢电流,在一定范围内可认为力矩 M 与控制电压 u 成正比,即 $M = Ku$ 、 c 为倒摆阻尼系数,可通过实验法确定。

设 $\theta = 0$ 在倒摆竖直平衡位置,当 θ 在 $\theta = 0$ 附近小范围内变化时,有 $\sin\theta \approx \theta$, $\cos\theta \approx 1$, 这时上述方程可简化为:

$$\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\ddot{\theta} + c\dot{\theta} - \frac{1}{2}m_2gl_2\theta = -\frac{1}{2}m_2l_1l_2\ddot{\phi}, \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\ddot{\phi} = Ku - \frac{1}{2}m_2l_1l_2\ddot{\theta}. \quad (4)$$

对方程进行线性变换,得

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) - \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)^2 \right] \ddot{\theta} + c\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\dot{\theta} - \\ & \frac{1}{2}m_2gl_2\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\theta = \\ & -\frac{1}{2}m_2l_1l_2Ku, \quad (5) \\ & \left[\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) - \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)^2 \right] \ddot{\phi} - c \cdot \frac{1}{2}m_2l_1l_2\dot{\theta} + \\ & \frac{1}{2}m_2gl_2 \cdot \frac{1}{2}m_2l_1l_2\theta = \left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)Ku. \quad (6) \end{aligned}$$

设状态变量 $X = [\phi \ \theta \ \dot{\phi} \ \dot{\theta}]^T$, 可得如下状态方程:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu, \quad Y = CX, \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_{32} & 0 & a_{34} \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix}, \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7) \\ a_{32} &= \left(-\frac{1}{2}m_2gl_2 \cdot \frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)/a, \\ a_{34} &= \left(c \cdot \frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)/a, \\ a_{42} &= \left[\frac{1}{2}m_2gl_2\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\right]/a, \\ a_{44} &= \left[-c\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right)\right]/a, \end{aligned}$$

$$b_3 = \left[K\left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\right]/a,$$

$$b_4 = \left(-\frac{1}{2}m_2l_1l_2K\right)/a,$$

其中

$$a = \left(\frac{1}{4}m_2l_2^2 + J_2\right)\left(\frac{1}{4}m_1l_1^2 + J_1 + m_2l_1^2\right) - \left(\frac{1}{2}m_2l_1l_2\right)^2.$$

本实验装置系统参数如下:

$$l_1 = 0.115\text{m}, \quad l_2 = 0.6\text{m}, \quad m_1 = 0.19\text{kg},$$

$$m_2 = 0.128\text{kg}, \quad J_1 = \frac{1}{12}m_1l_1^2,$$

$$J_2 = \frac{1}{12}m_2l_2^2, \quad c \approx 0.00157.$$

3 模糊控制算法(Fuzzy control algorithm)

3.1 倒摆的稳定控制(Stabilization control of inverted pendulum)

倒摆的稳定控制,实际上是一个单输入单输出系统,这时的输入量是电机的控制电压 u ,输出量是倒摆竖直方向的角度 θ ,可对方程(5)和(6)进行变换,消去 ϕ ,得到 θ 和 u 之间的输入输出方程,它是一个不稳定的二阶系统.倒摆稳定控制的方法很多,基于状态方程的有最优控制、极点配置等方法,基于输入输出方程的有 PID 算法等.实际控制时一般要对上述状态变量的输入经过加权运算后得到电机控制电压 u .

采用模糊控制时,首先要对精确量 θ 、 $\dot{\theta}$ 、 ϕ 、 $\dot{\phi}$ 进行离散化和 Fuzzy 化,并根据实际操作经验,建立控制规则.其控制规则可描述为:

if θ and $\dot{\theta}$ and ϕ and $\dot{\phi}$ then u

一般事先通过离线计算得出 Fuzzy 控制算法的查询表,存入计算机中.实时控制时,把采样的 θ 、 $\dot{\theta}$ 、 ϕ 和 $\dot{\phi}$ Fuzzy 化,并和查询表中的数据比较,得到 u 对应的输出.这样的 Fuzzy 控制器是一个多输入单输出结构,对于由单片机控制的倒摆系统来说,编程量很大.考虑到采样和控制的周期很短,可以略去 $\dot{\theta}$ 、 ϕ 和 $\dot{\phi}$ 的影响,仅根据误差 θ 来调节控制量 u ,构成一维 Fuzzy 控制器.从算法上看,这样的控制精度将降低,但由于采用了下面的非线性量化曲线法,从实际控制效果上看,同样可以达到很高的稳态精度.

非线性量化曲线法体现操作者手动控制的特点,即在误差较大时进行粗调,误差较小时进行细调,在调节过程中既防止出现大的超调,又可以达到

被控过程要求的任意稳态误差.对于倒摆控制系统来说,误差 θ 的量化分档取 $n = 3$ 即可.为达到较高的控制精度,误差 θ 的最低档和此时的控制电压 u 很关键.在倒摆实现稳定控制后,其稳态误差 θ 和电机控制电压 u 就在最低档之间徘徊.这两个值越小,系统的稳态精度越高,倒摆晃动的幅度越小. θ 和 u 的最低档可通过实际调试确定.首先选一个较小的误差和较大的控制电压,然后逐步减小控制电压,直至系统在最低档处失控的临界状态.控制电压的最小值选取比临界值稍大即可. θ 和 u 的高档值可适当大些,这样就能既在大范围内控制倒摆稳定,又能保证较高的稳态精度.采样周期在 $0.5\text{ms} \sim 2\text{ms}$ 之间均可.

硬件 ϕ 和 θ 角度传感器输出电压 $-5\text{V} \sim +5\text{V}$, 经电平转换电路转换成 $0\text{V} \sim +5\text{V}$ 信号,由 ADC 0809 进行采样.输出部分由 DAC 0832 输出 $0\text{V} \sim +5\text{V}$ 信号,经电平转换电路转换为 $-5\text{V} \sim +5\text{V}$ 信号,经 PWM 功放后送给控制电机.这样输入和输出的 0V 对应数字量 128, -5V 对应 0, $+5\text{V}$ 对应 255.程序流程图如图 2;

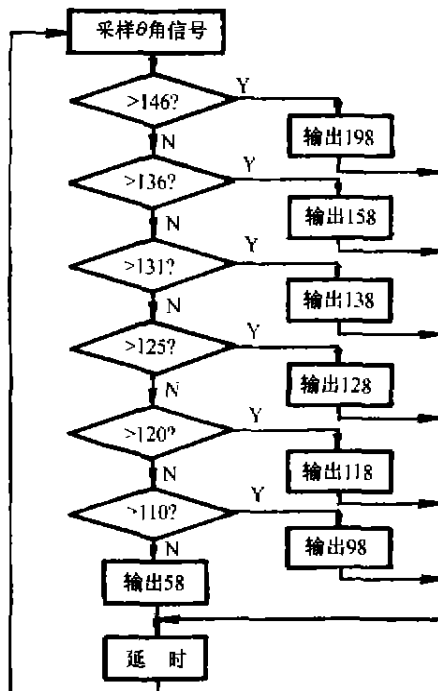


图 2 倒摆稳定控制程序流程图

Fig. 2 Program flow diagram of stabilization control

3.2 倒摆的定向运动和往复运动控制 (One-way movement and two-way movement control of inverted pendulum)

倒摆的定向运动和往复运动控制,则是典型的单输入双输出系统,控制量是 u , 输出量是 θ 和 ϕ . 对

于定向运动来说, θ 要保持在 0 附近, ϕ 要连续增大或减小,对于往复运动, ϕ 要周期性地增大和减小,这样 θ 和 ϕ 之间就构成了强烈的耦合关系,两者的耦合关系可说明如下:假若在某一时刻,为控制倒摆的稳定(使 θ 误差减小),需要有一个正的控制电压 $+u$,而为了让摆杆做定向运动(ϕ 增大或减小),又需要有一个负的控制电压 $-u$,这样倒摆的稳定控制和摆杆的定向运动之间就出现耦合.从生活实例中我们得到启示:人走路时身体要前倾,同样倒摆定向运动时也要偏向前进方向.在上述倒摆稳定控制的基础上,可利用输出控制电压 u 的 0 档和重力的作用巧妙地实现它.即控制倒摆的平衡位置偏离竖直方向一个角度,这样,当倒摆处于平衡位置时,电机的控制电压为 0,在重力作用下,倒摆要倾倒.在下一个控制周期内,系统采样到偏差,电机输出力矩控制摆杆向前运动,以控制倒摆回到平衡位置.这样作用的结果,就使摆杆带动倒摆向某一方向连续运动.系统的动态控制过程可描述为:倒摆处于平衡位置 $\rightarrow$ 重力作用产生偏差 $\rightarrow$ 摆杆前移,倒摆回到平衡位置 $\rightarrow$ 重力作用又产生偏差 $\rightarrow \dots$. 控制倒摆的平衡位置偏向另一方向,就可实现倒摆的反向运动.这样,就由一路 θ 角输入实现了倒摆的定向运动.倒摆的往复运动则根据 ϕ 角信号的大小来控制.当 ϕ 在某一范围内时,控制倒摆正转,超出此范围时,则控制倒摆反转,即 ϕ 仅用于倒摆往复运动中限定摆杆的活动范围,不参与倒摆的稳定控制,从而避免了两者的耦合.

在实际应用中,可编正转和反转两个子程序,根据情况调用.主程序框图如图 3.

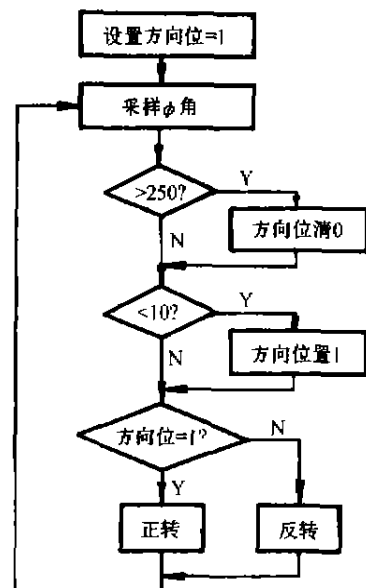


图 3 倒摆往复运动主程序框图

Fig. 3 Main program flow diagram of two-way movement control

正转子程序的平衡位置在 $128 + 15$ 处, 反转子程序的平衡位置在 $128 - 15$ 处. 正转子程序的流程图如图 4.

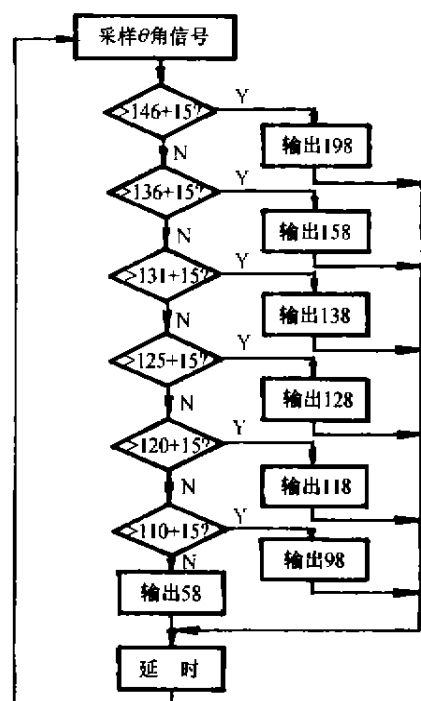


图 4 倒摆正转子程序框图

Fig. 4 Program flow diagram of one-way movement control

在摆杆运动的转向处, 由于控制由正转突变为反转, 倒摆会产生一个很大的冲击力量, 当摆杆活动范围较小时, 易产生振荡. 为此可在上述程序的基础上在转向处首先控制倒摆处于竖直平衡位置, 然后再反转, 这样转向过程就比较平稳了.

3.3 实验结果及分析(Experiment results and analysis)

上述的简易模糊控制算法, 虽然仅采用了一路输入, 但仍能取得很好的控制效果. 笔者曾和极点配置的状态反馈法进行比较, 采用状态反馈时, 由于数学模型及线性化误差、微分信号获取的误差以及输出限幅等原因, 使得电机控制电压基本上在 $-5V$ 和 $+5V$ 之间跳跃, 成了 bang-bang 控制, 倒摆晃动的幅

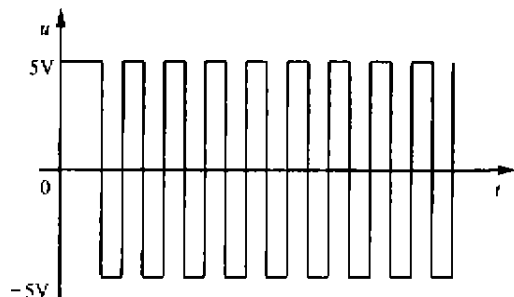


图 5 极点配置算法动态控制曲线

Fig. 5 Dynamic control curve of pole assignment algorithm

度很大, 控制效果不理想. 采用上述简易模糊控制时, 倒摆控制的精度很高, 已基本上看不出倒摆的左右晃动. 两种算法的电压输出动态控制曲线分别如图 5 和图 6 所示.

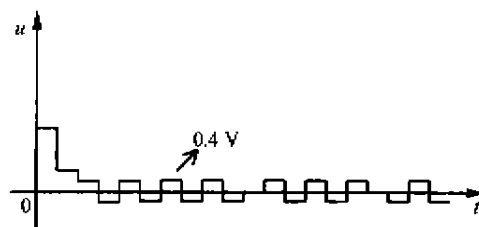


图 6 模糊控制算法动态控制曲线

Fig. 6 Dynamic control curve of fuzzy control algorithm

为进一步提高控制效果, 可考虑采用多路输入的 Fuzzy 控制算法. 这样可以加快倒摆的稳定过程, 但不一定能提高稳态精度. 因为倒摆自身不能保持平衡, 时刻处于调整过程中, 倒摆的稳态误差不为 0, 其稳态误差取决于输入误差的最低档和此时的控制电压. 如前所述, 这种考虑已包含在单输入的 Fuzzy 控制算法中.

倒摆的定向运动和往复运动控制, 则采用了人工控制的思维方法, 不但可以控制摆杆的定向运动, 同样也能保证倒摆的稳态精度. 其动态控制曲线如图 7 所示.

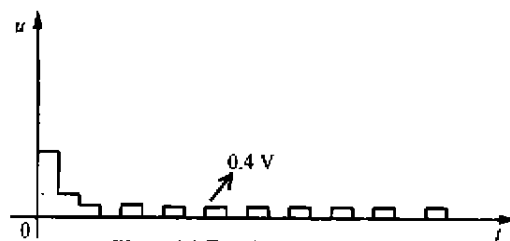


图 7 倒摆定向运动控制曲线

Fig. 7 One-way movement dynamic control curve

4 结论(Conclusion)

本文用简易模糊控制算法实现了倒摆的稳定控制, 并巧妙地利用控制倒摆平衡位置不在竖直方向的方法实现了倒摆的定向运动和往复运动. 实践证明, 上述方法不但简单易行, 而且控制效果很好.

参考文献(References)

- [1] 李友善, 李军. 模糊控制理论及其在过程控制中的应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1993
- [2] 国防科技大学 305 教研室摆杆倒摆实验装置说明书[Z].

本文作者简介

赵海龙 1970 年生, 1992 年毕业于郑州大学, 现为国防科技大学自动控制系统硕士研究生. 研究方向为武器装备自动化.