文章编号：1000 - 8152(2001)01 - 0017 - 04

模糊逻辑系统的 GA + BP 混合学习算法

王宏伦 吕庆风 佟明安
（南京航空航天大学无人驾驶飞机研究所·南京，210016） （西北工业大学电子工程系·西安，710072）

摘要：提出一种在 GA 中融入 BP 算法的混合学习算法以实现模糊逻辑系统的自学习．利用遗传算法的全局最优性在大范围内搜索可能的极值，而用 BP 算法的误差梯度下降特性在极值点附近快速搜索，从而达到了全局最优与快速搜索的有机结合．仿真结果表明，这种混合算法的学习效率无论是相对于 GA 还是 BP 均有显著提高．

关键词：模糊逻辑系统；自学习；BP 算法；遗传算法
文献标识码：A

A Hybrid GA-BP Self-Learning Algorithm for Fuzzy Logic System

WANG Honglun and LÜ Qingfeng
(Institute of Remotely Piloted Aerial Vehicle, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics·Nanjing, 210016, P.R.China)
TONG Ming'an
(Department of Electronic Engineering, Northwestern Dolytechnical Uniuersity · Xi'an, 710072, P.R.China)

Abstract: A new algorithm, in which back propagation (BP) algorithms of various learning-rate are used to produce a little parts of population for genetic algorithm (GA), is introduced for the self-learning of fuzzy logic system. In particular, the global convergent characteristic of the genetic algorithm is used to find the possible extremums in the whole area, and the great feature of the BP algorithm, that is, error descend in the direction of grads, is used to fast search about the extremums. Thus, the better combination of global convergence and fast search is obtained. Simulation results show that the hybrid algorithm is far more efficient not only than the GA but also than the back BP.

Key words: fuzzy logic system; self-learning; BP algorithm; genetic algorithm

1 引言(Introduction)

模糊逻辑系统能以任意精度一致逼近 L_2 上的非线性函数[1]，这为非线性系统的辨识与控制提供了一种途径．然而，这种万能逼近性质仅仅表明了其存在性，如何尽快找到这样的模糊逻辑系统仍是一个值得研究的问题．文献[2]采用误差反向传播学习算法(BP 算法)实现模糊逻辑系统的自学习，取得了较好的效果．但 BP 算法毕竟是一种梯度算法，对于复杂的非线性问题容易陷入局部极值，且需要上千次的迭代，往往令人感到美中不足．模拟自然界生物进化过程的遗传算法(GA)具有不依赖于求解问题本身、以概率全局收敛的特点[3]，但遗传算法学习的最后阶段，靠交叉和变异产生更高适应性的个体的概率减小，其搜索的效率会显著降低．

本文提出一种在遗传算法的种群中融入部分由 BP 算法生成的个体的混合学习算法，利用遗传算法的全局收敛性在整个空间搜索可能的极值，而利用 BP 算法在极值点附近的误差最速下降方向快速搜索，从而达到全局收敛与快速搜索的有机结合．仿真结果有力地证明了该混合算法的有效性．

2 模糊逻辑系统(Fuzzy logic system)

具有单值模糊产生器、高斯型隶属函数、乘积推理规则和平均模糊消除器的模糊逻辑系统的输入输出关系可用(1)式来表示[1]：

$$f(x)=\frac{\sum_{l=1}^{M}\bar{y}^{l}\prod_{k=1}^{n}\exp\left[-\left(\frac{x_k-\bar{x}_k^{l}}{\sigma_k^{l}}\right)^2\right]}{\sum_{l=1}^{M}\prod_{k=1}^{n}\exp\left[-\left(\frac{x_k-\bar{x}_k^{l}}{\sigma_k^{l}}\right)^2\right]}. \quad (1)$$

其中，$x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^{\mathrm{T}}$ 为系统输入，M 为规则数，$\bar{x}_k^{l},\sigma_k^{l}$ 分别为第 l 条规则中输入变量 x_k 对应的高斯型隶属函数的中心值和方差，$\bar{y}^{l}$ 为第 l 条规则对应的输出变量在隶属函数取最大时的值．

文献[1]证明了对于任意 L_2 上的非线性函数，必然存在形如(1)式的模糊逻辑系统，该系统能以任

收稿日期：1999 - 06 - 30；收修改稿日期：2000 - 02 - 29．

意精度一致逼近该函数.这虽然仅仅是一存在性定理,却为模糊逻辑系统通过学习实现对非线性系统的逐步逼近提供了理论依据.模糊逻辑系统学习的本质在于通过不断调整待定参数 $\theta = \{\bar{x}_k^l, \sigma_k^l, \bar{y}^l,\ k = 1,2,\cdots,n; l = 1,2,\cdots,M\}$,使得系统对于样本数据达到所需精度的逼近.

3 GA + BP 混合学习算法(The hybrid GA – BP learning algorithm)

3.1 混合学习算法的引入(Introducing the hybrid learning algorithm)

模糊逻辑系统的混合学习算法提出的目的在于有效地综合遗传算法和 BP 算法的优点,加快收敛的速度,同时避免陷入局部极值.因而有必要首先对 BP 算法和 GA 的优、缺点加以分析.

BP 算法本质上是一种误差梯度下降算法.对于复杂的非线性寻优问题来讲,最大的缺点在于容易陷入局部极值.另外,其学习因子的确定缺乏理论指导,只能按照经验来给定,而不合适的学习因子往往导致学习效率的降低,如出现收敛过慢、振荡、发散等现象.但是,误差梯度下降算法毕竟是按误差最速下降方向在搜索,只要有较为合适的学习因子,其搜索的效率应该是很高的.

GA 是一种随机搜索算法,能在概率的意义上收敛到全局最优点,其收敛过程不是 BP 算法的渐变式,而往往带有突变式的特点.GA 的缺点在于收敛到一定程度的时候,通过交叉、变异算子产生更高适应性的个体的概率显著降低,从而收敛速度受到制约.另外,GA 用于模糊逻辑系统的自学习时,运算量较大,在时间上也不允许过多的进化代数.

在 GA 与 BP 的混合算法中,GA 与 BP 算法并行工作.BP 算法从 GA 最好的个体处开始以不同的步长(学习率)搜索,所得结果融入 GA 的种群中,形成部分个体.当 GA 中出现更好的个体时,BP 算法转到该个体处重新搜索.这样一来,一方面可以发挥 GA 全局和突变式收敛的特点,另一方面,为 BP 算法提供了多个可选的学习因子,有利于在误差的最速下降方向上以较快的速度收敛.

3.2 混合学习算法描述(Hybrid algorithm statement)

模糊逻辑系统的 GA + BP 混合学习算法从总体上看是在 GA 中融入一些由 BP 算法生成的个体.其学习按以下步骤进行(如图 1 所示):

a) 初始化规模为 S 的种群,其各个个体分别对应于模糊逻辑系统特定参数集合 $\theta = \{\bar{x}_k^l, \sigma_k^l, \bar{y}^l,\ k = 1,2,\cdots,n; l = 1,2,\cdots,M\}$ 的不同初始值,从而对应于不同的模糊逻辑系统.

b) 对于每个个体,根据其对应的模糊逻辑系统对于样本数据的逼近误差计算其适应值,并据此确定生存概率.

c) 利用赌盘模型[3]从当前种群中选择 S-s 个个体,置入选择槽中.与此同时,对于适应值最高的个体(当前最优个体)采用 BP 算法分别对 s 个不同学习率学习若干次,形成 s 个新的个体,置入选择槽中,而这 s 个新的个体也直接成为新一代种群的成员.

d) 交叉算子从选择槽中的 S 个个体中随机选择 S-s 个个体执行交叉操作,再经过变异算子形成新一代种群的 S-s 个个体.

e) 检查新一代种群是否满足给定的精度要求,当满足时,取最优个体对应参数为待求参数,否则转 b)继续进行.

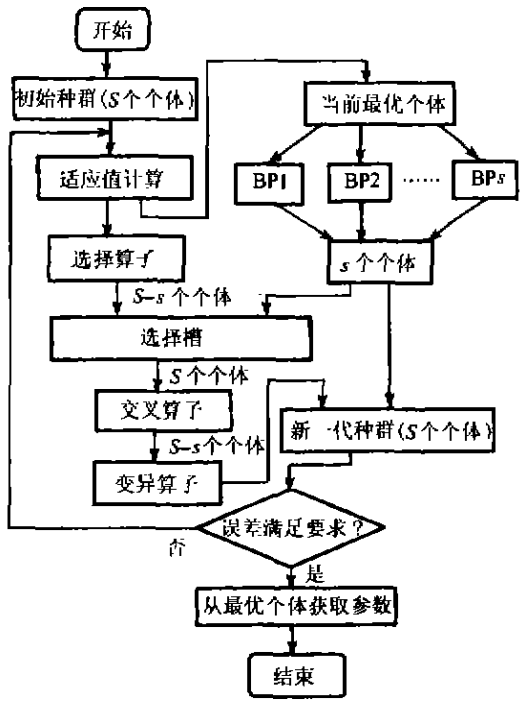

图 1 GA 与 BP 混合学习算法流程图

Fig. 1 Flow diagram of the hybrid GA-BP learning algorithm

3.3 混合学习算法中的基因编码和有关操作(Gene encoding and involved operations in the hybrid learning algorithm)

3.3.1 基因编码(Gene encoding)

假设(1)式中的规则数 M 已经确定、由于可调参数 $\bar{y}^l, \bar{x}_k^l, \sigma_k^l \in \mathbb{R}(k = 1,2,\cdots,n;\ l = 1,2,\cdots,M)$,采用文献[4,5]中的实值编码方法,每个个体的染色体链具有如下形式:

$\bar{x}_1^1$	σ_1^1	$\cdots$	$\bar{x}_n^1$	σ_n^1	$\bar{y}^1$	$\cdots$	$\bar{x}_1^M$	σ_1^M	$\cdots$	$\bar{x}_n^M$	σ_n^M	$\bar{y}^M$

即每条染色体链包括 $(2n + 1) \cdot M$ 个实值基因.

3.3.2 初始种群的生成(Population initializing)

混合学习算法中的初始种群可象一般遗传算法一样,随机产生.但从提高收敛速度的角度出发,结合模糊逻辑系统的特性,可按如下步骤生成:

Ⅰ)在输入的可能范围内,对系统随机施加 M 个均匀分布的激励 $x^l = (x_1^l, x_2^l, \cdots, x_n^l)^T, l = 1,2,\cdots,M$,获取系统的响应 y^l,并取 $\sigma_k^l (k = 1,2,\cdots,n)$ 为零均值的正态随机数.

Ⅱ)由 $x_k^l, \sigma_k^l, y^l (k = 1,2,\cdots,n; l = 1,2,\cdots,M)$ 构成一个初始个体.

Ⅲ)重复步骤Ⅰ),Ⅱ)直到形成 S 个初始个体.

显然,这样的初始种群完全分布在搜索空间中对系统的逼近误差较小的位置上,包含了较多的有利模式,与一般的随机生成法相比,排除了搜索空间中与问题无关的多余部分,从而可以有效地提高搜索效率.

3.3.3 选择策略(Selection strategy)

设种群中个体 i 对应的模糊逻辑系统的参数集合为 θ_i,定义该模糊逻辑系统对训练样本集合的误差指标为

$$e(\theta_i) = \lambda \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}[\hat{y}_k(\theta_i) - y_k]^2} + (1-\lambda)\cdot \max_{k=1}^{N} |\hat{y}_k(\theta_i) - y_k| . \quad (2)$$

式中,N 为样本个数,$\hat{y}_k(\theta_i)$ 为模糊逻辑系统的输出,y_k 为样本输出,$0 \leqslant \lambda \leqslant 1$ 为均衡系数.

个体的适应值可用误差指标来衡量,为此定义如下适应函数:

$$F(\theta_i) = \max_{k=1}^{S} e(\theta_k) - e(\theta_i),$$

其中,S 为种群规模.显然,这样的适应函数满足不小于零的条件.

从而,个体 i 的生存概率为 $p_i = F(\theta_i)/\sum_{k=1}^{S} F(\theta_k)$,采用赌盘模型[3]进行选择.

3.3.4 BP操作(BP operator)

将(1)式的模糊逻辑系统表示成一三层前向网络[2],采用误差梯度下降算法,并引入动量项,可得如下的误差反向传播学习算法:

$$\Delta\bar{y}^l(k+1) = \alpha \cdot \frac{y-\hat{y}}{b} z^l + \beta \cdot \Delta\bar{y}^l(k), \quad (3)$$

$$\Delta\bar{x}_i^l(k+1) = \alpha \cdot \frac{y-\hat{y}}{b}(\bar{y}^l(k) - \hat{y}) z^l \frac{2(x_i - \bar{x}_i^l(k))}{\sigma_i^{l2}(k)} + \beta \cdot \Delta\bar{x}_i^l(k), \quad (4)$$

$$\Delta\sigma_i^l(k+1) = \alpha \cdot \frac{y-\hat{y}}{b}(\bar{y}^l(k) - \hat{y}) z^l \frac{2(x_i - \bar{x}_i^l(k))^2}{\sigma_i^{l3}(k)} + \beta \cdot \Delta\sigma_i^l(k) \quad (5)$$

式中,α 为学习因子,β 为记忆因子,x_i 为样本输入的第 i 个分量,$z^l = \prod_{i=1}^{n} \exp[-(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l})^2]$,$b = \sum_{l=1}^{M} z^l, i = 1,2,\cdots,n; l = 1,2,\cdots,M; k = 0,1,2,\cdots$.

BP操作针对 s 个不同的(α,β)取值,分别用上述BP算法对样本数据连续学习 L 次,形成 s 个新个体,置入选择槽和新一代种群中.

3.3.5 交叉与变异算子(Crossover and mutation operators)

设个体 i 与个体 j 在位置 m 处的基因分别为 $G_i(m)$ 和 $G_j(m)$,$m \in [1,(2n+1)M]$,且以概率 p_c 在随机的位置 m_c 处进行一点交叉,则在 $m > m_c$ 处 $G_i(m)$ 和 $G_j(m)$ 互换,而在 m_c 处满足:

$$\begin{cases} G_i(m_c) = \alpha_c \cdot G_i(m_c) + (1-\alpha_c)\cdot G_j(m_c), \\ G_j(m_c) = \alpha_c \cdot G_j(m_c) + (1-\alpha_c)\cdot G_i(m_c). \end{cases}$$

其中,α_c 为区间[0,1]上均匀分布的随机数。

变异算子可描述为:以概率 p_m 执行变异操作 $G_i(m) = G_i(m) + n(0, C_V)$.其中 $n(0, C_V)$ 为零均值、方差为 C_V 的正态随机数[4].C_V 的大小视具体问题而定.

4 仿真分析(Simulation and analysis)

用模糊逻辑系统对如下的非线性系统进行辨识:

$$y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + g[(u(k)].$$

式中未知函数为

$$g(u) = 0.6\sin(\pi u) + 0.3\sin(3\pi u) + 0.1\sin(5\pi u).$$

采用下式的串行-并行辨识模型:

$$\hat{y}(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + \hat{f}[(u(k)].$$

式中 $\hat{f}(*)$ 采用式(1)的形式,并取 $M = 30$.

令训练样本的输入为 $u(k) = -1 + 2\cdot(k-1)/49, 0 < k \leqslant 50$.采用本文提出的GA+BP混合学习算法及种群初始化方法.各参数的取值为:$p_c = 0.85, p_m = 0.03, C_V = 0.02, \lambda = 0.25$,按(2)式定义的误差限为0.01,种群规模 $S = 50$,BP操作生成的个体数 $s = 5$,对应的(α,β)分别为(0.01,0)、(0.03,0)、(0.08,0)、(0.2,0)和(0.6,0.3),连续迭代次数 $L = 10$.经过50次仿真的结果是,平均进化代数:23,对样本的平均均方根误差:0.0022.相比之下,分别用上述5组(α,β)值的BP算法经50次仿真的平均迭代次数为1300(相当于130代GA+BP),平均均方根误差为0.0060,而用同样参数的GA进化100代的平均均方根误差仍达0.0150.可

见,本文提出的模糊逻辑系统的 GA + BP 混合算法的学习效率无论是相对于 GA 还是 BP 算法均有显著的提高.

图 2 为经过 21 代的 GA + BP 混合学习后,系统的输出(实线)和辨识模型的输出(虚线).其输入为:

$0 < k \leqslant 80$ 时,

$$u(k) = -1 + \mathrm{mod}(k,50)/25;$$

$80 < k \leqslant 130$ 时,

$u(k)$ 为[-1,1]上均匀分布的随机数;

$130 < k \leqslant 250$ 时,

$$u(k) = -1 + \mathrm{mod}(k,120)/60;$$

$250 < k \leqslant 350$ 时,

$$u(k) = \sin(\pi k/60).$$

图 3 中的虚线为 $\hat{f}(u) \sim u$ 的关系曲线,实线为 $g(u) \sim u$ 的关系曲线.

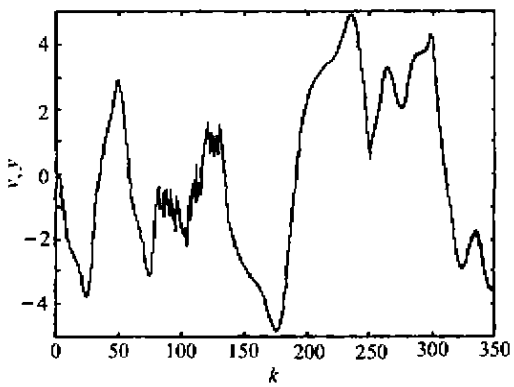

图 2 系统输出与辨识模型输出

Fig. 2 Output of the system and its identification model

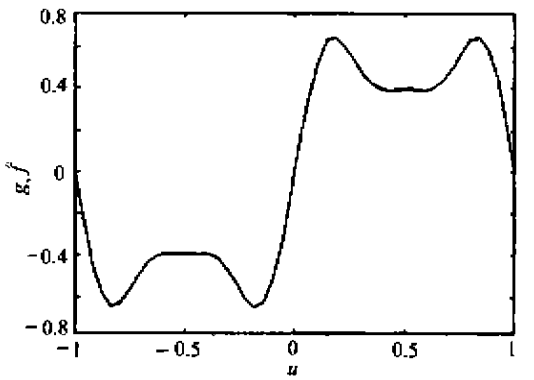

图 3 系统的非线性部分的 I/O 关系

Fig. 3 I/O relation of the system's nonlinear part

由图 2 和图 3 可见,经过 GA + BP 混合学习的模糊逻辑系统对于非线性系统有相当好的逼近效果.

5 结论(Conclusion)

在 GA 中融入 BP 算法的混合学习算法能够充分利用遗传算法的全局最优性在大范围内搜索可能的极值,并适时选择最佳的学习因子,以利于 BP 算法沿误差最速下降方向在极值点附近快速搜索,从而达到了全局最优与快速搜索的有机结合.仿真结果表明,这种混合算法的学习效率无论是相对 GA 还是 BP 均有显著提高.

参考文献(References)

[1] Wang L X. Fuzzy systems are universal approximators [A]. Proc. IEEE International Conf. on Fuzzy Systems [C], San Diego, 1992, 1163 - 1170

[2] Wang L X and Mendel J M. Back-propagation fuzzy systems as nonlinear dynamic system identifiers [A]. Proc. IEEE International Conf. on Fuzzy Systems [C], San Diego, 1992, 1409 - 1418

[3] Liu Yong, Kang Lishan and Cheng Yuping Genetic Algorithms [M]. Beijing: Science Publishing Company, 1997(in Chinese)

[4] Zhang Xiaohui, Dai Guanzhong and Xu Naiping. Study on diversity of population in genetic algorithms [J]. Control Theory and Applications, 1998, 15(1): 17 - 22(in Chinese)

[5] Huang Xiaofeng, Pan Lideng and Chen Biaohua. Efficiency analysis of crossover operation in real-coded genetic algorithm [J]. Control and Decision, 1998, 13(S): 496 - 499(in Chinese)

本文作者简介

王宏伦 1970 年生.1998 年于西北工业大学获得博士学位.现在南京航空航天大学无人驾驶飞机研究所从事博士后研究工作.研究方向为智能控制,最优控制,飞行器制导与控制等.

吕庆风 1935 年生.1958 年毕业于南京航空学院.现为南京航空航天大学教授,博士生导师,无人驾驶飞机研究所总工程师.研究方向为无人驾驶飞行器总体设计.

佟明安 1936 年生.1960 年毕业于哈尔滨军事工程学院.现为西北工业大学教授,博士生导师.研究方向为自动控制理论与应用,火力控制,作战效能分析.