

## 基于观测器的 $l^1$ 鲁棒故障检测方法\*

方华京

(华中理工大学控制科学与工程系·武汉, 430074)

**摘要:** 基于参数化的控制系统输出观测器, 将鲁棒控制理论中的  $l^1$  最优化方法用于故障检测技术, 提出一种新的控制系统鲁棒故障检测方法. 通过求解一个混合 0-1 型整数线性规划问题, 可得出  $l^1$  优化残差函数. 仿真结果验证了所提方法的有效性.

**关键词:** 故障检测; 鲁棒性;  $l^1$  最优化

**文献标识码:** A

## Observer Based $l^1$ Robust Fault Detection

FANG Huajing

(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074, P. R. China)

**Abstract:** Based on the factorization of control system output observer, a new robust fault detection strategy has been presented by using the  $l^1$  optimization theory. The  $l^1$  optimal residual function can be obtained by solving a mixed 0-1 type integer linear programming problem. The validity of the new strategy was proved by simulation results.

**Key words:** fault detection; robustness;  $l^1$  optimization

### 1 引言(Introduction)

在日益大型化和复杂化的生产过程中, 如何保证安全生产和环境保护是一个必须加以重视的问题. 生产过程中的故障不仅影响产品的质量和产量, 而且可能发展成严重的人身、设备事故和环境污染. 控制系统的故障检测与诊断技术为提高控制系统的安全性和可维修性提供了一顶重要的途径.

自 1971 年 MIT 的 R. Beard<sup>[1]</sup> 发表他的早期工作以来, 基于系统模型的故障检测与诊断技术由于实时性好, 便于利用关于系统内部的先验知识定位故障等特点, 得到了相当深入的研究, 已经形成了多种方法. 对于这些方法, R. J. Patton<sup>[2]</sup>, P. M. Frank<sup>[3]</sup> 等在他们发表的综述文章中都曾经做了很好的概括.

与控制系统设计一样, 基于系统模型的故障检测与诊断技术也需要考虑鲁棒性问题. 所谓控制系统鲁棒故障检测与诊断技术, 是要考虑如何设计故障检测与诊断算法使之对外界的不确定扰动和系统模型中不确定性具有最小的敏感性, 同时对系统中发生的故障具有最大的敏感性.

控制系统的  $H^\infty$  优化理论和  $l^1$  优化理论作为控制系统鲁棒分析与综合的重要工具经过近二十年的

发展, 已经形成了相当完整的理论体系, 现在扩展其应用领域是必然的趋势. 本论文将控制系统  $l^1$  优化理论用于鲁棒故障检测技术, 提出一种不同于文献[4]中已有算法的  $l^1$  鲁棒故障检测新方法. 为避免涉及的符号过于复杂, 下面仅以标量系统为例进行介绍. 对于 MIMO 系统, 思想方法和结论是类似的.

### 2 问题的描述(Problem statement)

用  $A$  表示全体稳定的离散系统脉冲传递函数, 考虑如下系统

$$y(z) = [G_p(z) + \delta G_p]u(z) + G_d(z)d(z) + G_f(z)f(z). \quad (1)$$

其中  $y(z)$  是观测信号,  $u(z)$  是输入信号,  $d(z)$  是外界扰动信号,  $f(z)$  表示故障;  $G_p(z)$  是  $z$  的实有理函数, 代表系统理想名义模型的传递函数,  $\delta G_p$  是系统模型摄动, 实际系统为  $\tilde{G}_p(z) = G_p(z) + \delta G_p$  (用  $W_1(z)$  表示模型摄动的权函数, 加摄动时  $\delta G_p = W_1(z)\Delta_p$ , 乘摄动时  $\delta G_p = G_p(z)W_1(z)\Delta_p$ ,  $\Delta_p$  稳定),  $G_f(z)$  是故障分布传递函数,  $G_d(z)$  是扰动分布传递函数 ( $G_d(z) = \bar{G}_d W_2(z)$ ,  $\bar{G}_d(z)$  是由系统结构决定的扰动传递函数,  $W_2(z)$  是表明扰动分布特性的权函数. 假定  $G_f(z)$ ,  $G_d(z)$  稳定).

\* 基金项目: 国家自然科学基金(69774014)资助项目.

收稿日期: 1998-12-21; 收修改稿日期: 2000-01-18.

对系统名义模型 \$G\_p(z)\$ 进行 \$A\$ 中的双互质分解<sup>[5]</sup>,

$$G_p(z) = N_r(z)M_r^{-1}(z) = M_l^{-1}(z)N_l(z),$$

$$\begin{bmatrix} Y_r(z) & X_r(z) \\ -N_l(z) & M_l(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_r(z) & -X_l(z) \\ N_r(z) & Y_l(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}.$$

其中, \$N\_r(z), M\_r(z), N\_l(z), M\_l(z), X\_r(z), Y\_r(z), X\_l(z), Y\_l(z) \in A\$. 当 \$G\_p(z)\$ 是标量系统时, 它的左互质分解和右互质分解可以相等.

记 \$y\_p(z) = G\_p(z)u(z)\$, 文献[6]给出了它的渐近输出观测器.

$$\bar{y}(z) = L(z)u(z) + R(z)y(z) \quad (2)$$

满足 \$\lim\_{t \rightarrow \infty} (y\_p(t) - \bar{y}(t)) = 0\$.

其中,

$$R(z) = N_r(z)X_r(z) + Q(z)M_l(z),$$

$$L(z) = N_r(z)Y_r(z) - Q(z)N_l(z), \quad Q(z) \in A.$$

\$\bar{y}(z)\$ 收敛速度由 \$M\_l(z)\$ 的极点位置决定.

构造残差函数 \$r(z) = y(z) - \bar{y}(z)\$ 并将式(1)、(2)代入, 整理后可得到

$$r(z) = y(z) - [L(z)u(z) + R(z)y(z)] =$$

$$[Y_l(z) - Q(z)][M_l(z)y(z) - N_l(z)u(z)] =$$

$$P(z)M_l(z)[\delta G_u(z) + G_d(z)d(z) + G_f(z)f(z)].$$

(3)

其中 \$P(z) = [Y\_l(z) - Q(z)] \in A\$ 是稳定的任意传递函数.

式(3)的残差函数在系统无故障、无扰动、无模型摄动的理想状态下渐近为零. 当系统发生故障时它将出现偏离, 这时可根据一定的评判策略对故障作出报警. 但是实际系统中不可避免地存在扰动和模型摄动, 使得残差函数在系统无故障时也不为零, 这将会造成误报或漏报. 为可靠地检测系统中的故障, 应设法选择式(3)中自由参量 \$P(z)\$ 使残差函数对故障信号的敏感度尽可能大, 同时对系统外界扰动和模型的不确定性不敏感. 下面通过 \$l^1\$ 最优化的方法确定 \$P^\*(z)\$.

### 3 残差函数的 \$l^1\$ 最优化 (\$l^1\$ optimization of residual function)

为简化叙述, 先假设系统无模型摄动, 这时的残差函数为

$$r(z) = [P(z)M_l(z)G_d(z)]d(z) +$$

$$[P(z)M_l(z)G_f(z)]f(z),$$

构造优化问题

$$\mu = \min_{P(z) \in A} \frac{\|P(z)M_l(z)G_d(z)\|_A}{\|P(z)M_l(z)G_f(z)\|_A}. \quad (4)$$

其中 \$\|\cdot\|\_A\$ 是传递函数的 \$l^1\$ 范数, \$\|P(z)M\_l(z)G\_d(z)\|\_A, \|P(z)M\_l(z)G\_f(z)\|\_A\$ 的意义是当扰动和故障信号为任意有界信号时相应的传递函数具有的最大增益, 可分别表示残差函数对系统扰动和系统故障的敏感性的一种度量.

这是一种特殊的 \$l^1\$ 优化问题, 与鲁棒控制理论中标准的 \$l^1\$ 优化问题并不一样, 下面设法对它进行求解.

**定理 1** 优化问题(4)等价于如下极小化问题

$$\mu = \min_{P(z) \in A} \|P(z)M_l(z)G_d(z)\|_A, \quad (5)$$

$$\text{s.t. } \|P(z)M_l(z)G_f(z)\|_A = 1.$$

证 用反证法, 设优化问题(5)的最优解 \$(P^\*(z), \mu^\*)\$ 不是问题(4)的最优解. 而存在 \$P'(z) \in A\$, 使得

$$\frac{\|P'(z)M_l(z)G_d(z)\|_A}{\|P'(z)M_l(z)G_f(z)\|_A} = \mu' < \mu^*,$$

于是可取 \$\bar{P}(z) = P'(z)/\|P'(z)M\_l(z)G\_f(z)\|\_A \in A\$, 有

$$\|\bar{P}(z)M_l(z)G_f(z)\|_A = 1,$$

$$\|\bar{P}(z)M_l(z)G_d(z)\|_A = \mu' < \mu^*$$

与 \$P^\*(z)\$ 是优化问题(5)的最优解相矛盾, 故问题(5)的最优解一定是问题(4)的最优解.

同样, 若 \$(P^\*(z), \mu^\*)\$ 是优化问题(4)的最优解, 但不是问题(5)的最优解, 则存在 \$P'(z) \in A\$, 使得

$$\|P'(z)M_l(z)G_f(z)\|_A = 1,$$

$$\|P'(z)M_l(z)G_d(z)\|_A = \mu' < \mu^*,$$

于是有

$$\frac{\|P'(z)M_l(z)G_d(z)\|_A}{\|P'(z)M_l(z)G_f(z)\|_A} = \mu' < \mu^*$$

与 \$(P^\*(z), \mu^\*)\$ 是优化问题(4)的最优解相矛盾, 故问题(4)的最优解一定是问题(5)的最优解, 即两个优化问题等价. 证毕.

下面根据 \$l^1\$ 范数的定义和 \$l^1\$ 优化理论<sup>[7]</sup>等, 将优化问题(5)展开.

令 \$K(z) = P(z)M\_l(z)\$, 则 \$P(z) = K(z)M\_l^{-1}(z)\$. 为使 \$P(z) \in A\$, 应取 \$K(z) \in A\$, 且在 \$M\_l(z)\$ 的单位圆外的零点处 \$K(z)\$ 全部等于零. 设 \$M\_l(z)\$ 在单位圆外有 \$n\$ 个零点 \$\theta\_i, i = 1, 2, \dots, n\$, 为简化叙述不妨设 \$\theta\_i, i = 1, 2, \dots, n\$ 互异, 又设 \$\rho\_l, l = 1, 2, \dots, l\$ 是 \$\{\theta\_i\}\$ 中的实数零点; \$\rho\_{l+j}, j = 1, 2, \dots, m\$ 及其共轭复数是 \$\{\theta\_i\}\$ 中的复数零点, \$l+2m = n\$, 于是 \$P(z) \in A\$ 的条件是, \$K(z) \in A\$, 且 \$K(\theta\_i) = 0, i = 1, 2, \dots, n\$.

将各传递函数按单位脉冲响应序列展开,

$$G_d(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i^d z^{-i}, \quad G_f(z) = \sum_{i=0}^{\infty} g_i^f z^{-i},$$

$$K(z) = P(z)M_l(z) = \sum_{i=0}^{\infty} k_i z^{-i},$$

$$B_f(z) = P(z)M_l(z)G_f(z) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i^f z^{-i},$$

$$B_d(z) = P(z)M_l(z)G_d(z) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i^d z^{-i}.$$

这些都是稳定的传递函数,相应的脉冲响应序列随时间趋近于零.取有限数据观测时间长度  $\tau$ , 记

$$B_d = \begin{bmatrix} b_0^d \\ b_1^d \\ \vdots \\ b_{\tau-1}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0^d & 0 & \cdots & 0 \\ g_1^d & g_0^d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{\tau-1}^d & g_{\tau-2}^d & \cdots & g_0^d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \vdots \\ k_{\tau-1} \end{bmatrix} = G_d K,$$

$$B_f = \begin{bmatrix} b_0^f \\ b_1^f \\ \vdots \\ b_{\tau-1}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0^f & 0 & \cdots & 0 \\ g_1^f & g_0^f & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{\tau-1}^f & g_{\tau-2}^f & \cdots & g_0^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \vdots \\ k_{\tau-1} \end{bmatrix} = G_f K,$$

$$E = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1^{-1} & \cdots & \rho_1^{-(\tau-1)} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 1 & \rho_l^{-1} & \cdots & \rho_l^{-(\tau-1)} \\ 1 & \operatorname{Re}[\rho_{l+1}^{-1}] & \cdots & \operatorname{Re}[\rho_{l+1}^{-(\tau-1)}] \\ 0 & \operatorname{Im}[\rho_{l+1}^{-1}] & \cdots & \operatorname{Im}[\rho_{l+1}^{-(\tau-1)}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \operatorname{Re}[\rho_{l+m}^{-1}] & \cdots & \operatorname{Re}[\rho_{l+m}^{-(\tau-1)}] \\ 0 & \operatorname{Im}[\rho_{l+m}^{-1}] & \cdots & \operatorname{Im}[\rho_{l+m}^{-(\tau-1)}] \end{bmatrix},$$

$$\|P(z)M_l(z)G_d(z)\|_A = \sum_{i=0}^{\tau-1} |b_i^d|,$$

$$\|P(z)M_l(z)G_f(z)\|_A = \sum_{i=0}^{\tau-1} |b_i^f|.$$

可将优化问题(5)展开为

$$\mu = \min \sum_{i=0}^{\tau-1} |b_i^d|, \quad (6a)$$

$$\text{s.t. } EG_d^{-1}B_d = 0, \quad (6b)$$

$$G_d^{-1}B_d = G_f^{-1}B_f, \quad (6c)$$

$$\sum_{i=0}^{\tau-1} |b_i^f| = 1. \quad (6d)$$

式(6)中的目标函数和约束方程均含有绝对值运算,是一个非线性优化问题,不易求解,需进行变换.下面的定理表明问题(6)可等价为混合 0-1 型整数线性规划问题.

引入变量  $x_i^d \geq 0, y_i^d \geq 0, x_i^f \geq 0, y_i^f \geq 0, i = 1, 2, \dots, \tau-1$ , 记

$$X_d = [x_0^d \ x_1^d \ \cdots \ x_{\tau-1}^d]^T,$$

$$Y_d = [y_0^d \ y_1^d \ \cdots \ y_{\tau-1}^d]^T, \quad B_d = X_d - Y_d;$$

$$X_f = [x_0^f \ x_1^f \ \cdots \ x_{\tau-1}^f]^T,$$

$$Y_f = [y_0^f \ y_1^f \ \cdots \ y_{\tau-1}^f]^T, \quad B_f = X_f - Y_f,$$

于是有

**定理 2** 设  $X_d^*, Y_d^*, X_f^*, Y_f^*$  是如下混合 0-1 型整数线性规划问题的最优解,

$$\min \sum_{i=0}^{\tau-1} (x_i^d + y_i^d) \quad (7a)$$

$$\text{s.t. } [EG_d^{-1} - EG_f^{-1}] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} = 0, \quad (7b)$$

$$[G_d^{-1} - G_f^{-1}] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} - [G_f^{-1} - G_f^{-1}] \begin{bmatrix} X_f \\ Y_f \end{bmatrix} = 0, \quad (7c)$$

$$\sum_{i=0}^{\tau-1} (x_i^f + y_i^f) = 1, \quad (7d)$$

$$x_i^f \leq Ms_i, \ y_i^f \leq M(1-s_i), \ i = 0, 1, \dots, \tau-1. \quad (7e)$$

其中  $s_i = 0$  或  $1, M$  是充分大的正数,  $X_d, Y_d, X_f, Y_f \geq 0$ . 则  $B_d^* = X_d^* - Y_d^*, B_f^* = X_f^* - Y_f^*$  是问题(6)的最优解,并且

$$\mu^* = \sum_{i=0}^{\tau-1} |b_i^{d*}| = \sum_{i=0}^{\tau-1} (x_i^{d*} + y_i^{d*}).$$

证 因  $B_d = X_d - Y_d, B_f = X_f - Y_f$ , 约束方程(7b)、(7c)与优化问题(6)相应的约束方程(6b)、(6c)相同.

约束条件(7e)可保证有关系  $x_i^f y_i^f = 0, i = 0, 1, \dots, \tau-1$ , 这使得  $|b_i^f| = x_i^f + y_i^f$ , 于是约束方程(7d)、(7e)与问题(6)中的约束方程(6d)等价.

这样,问题(7)的可行域与问题(6)的可行域等价,若再能设法证明对于最优解  $X_d^*, Y_d^*$ , 存在关系

$$x_i^{d*} y_i^{d*} = 0, \ i = 0, 1, \dots, \tau-1, \text{ 便可有 } \sum_{i=0}^{\tau-1} (x_i^{d*} + y_i^{d*}) = \sum_{i=0}^{\tau-1} |b_i^{d*}|, \text{ 即两个问题等价.}$$

设存在某个  $k$ , 有  $x_k^{d*} y_k^{d*} \neq 0$ . 不失一般性, 设  $x_k^{d*} - y_k^{d*} > 0$ . 构造向量  $X', Y'$  使  $i \neq k$  时,  $x_i' = x_i^{d*}, y_i' = y_i^{d*}$ ;  $i = k$  时,  $x_i' = x_i^{d*} - y_i^{d*}, y_i' = 0$ . 由问题(7)约束方程的结构, 可知  $X', Y', X_f^*, Y_f^*$  仍然在问题(7)的可行域中. 但是, 这时有

$$\sum_{i=0}^{r-1} (x_i' + y_i') =$$

$$\sum_{i=0}^{r-1} (x_i^{d*} + y_i^{d*}) - 2y_k^{d*} < \sum_{i=0}^{r-1} (x_i^{d*} + y_i^{d*}) = \mu^*$$

与 \$X\_d^\*, Y\_d^\*, X\_f^\*, Y\_f^\*\$ 是优化问题(7)的最优解矛盾, 故有 \$x\_k^{d\*} y\_k^{d\*} = 0\$. 证毕.

混合 0-1 型整数线性规划问题(7) 可选用成品软件求解. 在实际的计算过程中, 若数据观测时间长度 \$\tau\$ 较小(比如 \$\tau < 10\$), 也可按下面的步骤利用穷举法通过解 \$2^\tau\$ 个线性规划问题得到最优解.

用 \$r = r\_{\tau-1} r\_{\tau-2} \cdots r\_2 r\_1 r\_0\$ 代表一个 \$\tau\$ 位的二进制数, 其中 \$r\_i\$ 是 \$r\$ 的第 \$i\$ 位, 取值为 0 或者 1. 记

$$B = [b_0 \ b_1 \ \cdots \ b_{\tau-1}],$$

其中 \$b\_i \geq 0, i = 0, 1, 2, \cdots, \tau-1\$

$$B_f =$$

$$[(-1)^{r_0} b_0 \ (-1)^{r_1} b_1 \ \cdots \ (-1)^{r_{\tau-1}} b_{\tau-1}] =$$

$$\text{diag}[(-1)^{r_0}, \cdots, (-1)^{r_{\tau-1}}] B,$$

\$r\$ 遍取 \$r = 000 \cdots 0\$ 到 \$r = 111 \cdots 1\$ 所有的二进制数, 便代表了 \$B\_f\$ 中元素所有可能的符号组合. 用穷举法求解问题(7)的具体步骤为:

步 1 令 \$r = 000 \cdots 0, \mu = \$ 足够大的正数, \$B\_d = 0, B\_f = 0\$;

步 2 求解标准线性规划问题

$$\min \sum_{i=0}^{r-1} (x_i^d + y_i^d)$$

$$\text{s.t.} [EG_d^{-1} \quad -EG_d^{-1}] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} = 0,$$

$$[G_d^{-1} \quad -G_d^{-1}] \begin{bmatrix} X_d \\ Y_d \end{bmatrix} - G_f^{-1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} (-1)^{r_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (-1)^{r_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (-1)^{r_{\tau-1}} \end{bmatrix} B^T = 0,$$

$$\sum_{i=0}^{r-1} b_i = 1, X_d, Y_d, B \geq 0,$$

得到它的最优解 \$\mu', X\_d', Y\_d', B'\$.

步 3 若 \$\mu > \mu'\$, 则令 \$\mu = \mu', B\_d = X\_d' - Y\_d', B\_f = \text{diag}[(-1)^{r\_0}, \cdots, (-1)^{r\_{\tau-1}}] B'\$, 然后转步 4; 若 \$\mu \leq \mu'\$, 直接转步 4;

步 4 若 \$r = 111 \cdots 1\$, 则停止计算, \$\mu, B\_d, B\_f\$ 即是所需的最优解; 否则, 令 \$r = r + 1\$ (二进制运算), 然后转步 2.

系统模型中存在加摄动时, 记

$$G_d(z)d(z) + W_1(z)\Delta_p u(z) = [G_d(z) \quad G_\Delta(z)] \begin{bmatrix} d(z) \\ \Delta_p u(z) \end{bmatrix}.$$

其中 \$G\_\Delta(z) = W\_1(z)\$.

存在乘摄动, 且 \$G\_p(z)\$ 稳定时, 记

$$G_d(z)d(z) + G_p(z)W_1(z)\Delta_p u(z) = [G_d(z) \quad G_\Delta(z)] \begin{bmatrix} d(z) \\ \Delta_p u(z) \end{bmatrix}.$$

其中 \$G\_\Delta(z) = G\_p(z)W\_1(z)\$.

设 \$u(t)\$ 是有界信号, 因 \$\Delta\_p\$ 稳定, 故可将 \$[d(z) \quad \Delta\_p u(z)]^T\$ 整个视为有界的扰动信号, 这时可将扰动传递函数定义为 \$\bar{G}\_d(z) = [G\_d(z) \quad G\_\Delta(z)]\$.

取优化的指标

$$\mu = \min_{P(z) \in A} \frac{\|P(z)M_l(z)[G_d(z) \quad G_\Delta(z)]\|_A}{\|P(z)M_l(z)G_f(z)\|_A}.$$

记

$$B_\Delta(z) = P(z)M_l(z)G_\Delta(z) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i^\Delta z^{-i},$$

$$B_\Delta = \begin{bmatrix} b_0^\Delta \\ b_1^\Delta \\ \vdots \\ b_{\tau-1}^\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0^\Delta & 0 & \cdots & 0 \\ g_1^\Delta & g_0^\Delta & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g_{\tau-1}^\Delta & g_{\tau-2}^\Delta & \cdots & g_0^\Delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \vdots \\ k_{\tau-1} \end{bmatrix} = G_\Delta K.$$

这时仅需将优化问题(6)的指标函数更换为 \$\mu\$

$$= \min \sum_{i=0}^{r-1} (|b_i^d| + |b_i^\Delta|) \text{ 并增加约束方程 } G_d^{-1}B_d = G_\Delta^{-1}B_\Delta, \text{ 其余的讨论与无模型摄动时一样.}$$

#### 4 仿真与结果(Simulation and conclusions)

考虑系统

$$y(z) = [G_p(z) + W_1(z)\Delta_p]u(z) + G_d(z)d(z) + G_f(z)f(z).$$

其中 \$G\_p(z) = \frac{z+2}{z+0.4}, W\_1(z) = 0.6, G\_d(z) = \frac{0.1z+0.5321}{z-0.3679}, G\_f(z) = \frac{z-0.9}{z}\$, 采样周期 \$T\_s = 1\$ 秒.

对 \$G\_p(z)\$ 进行双互质分解, 有

$$N_r(z) = N_l(z) = \frac{z+2}{z-0.1},$$

$$M_r(z) = M_l(z) = \frac{z+0.4}{z-0.1},$$

$$X_r(z) = X_l(z) = \frac{0.1562}{z-0.1},$$

$$Y_r(z) = Y_l(z) = \frac{z-0.7563}{z-0.1}.$$

取数据观测时间长度 \$\tau = 4\$, 进行 \$l^1\$ 优化计算后得到 \$\mu\_4 = 0.4942\$.

$$K(z) = P(z)M_l(z) =$$

$$(-0.06087z^3 + 0.3463z^2 - 0.1192z + 6.952e-14)/z^3,$$

$$Q(z) = Y_l(z) - P(z) =$$

$$(1.061z^4 - 0.7147z^3 - 0.1135z^2 - 0.02729z +$$

$$0.001192)/(z^4 + 0.3z^3 - 0.04z^2),$$

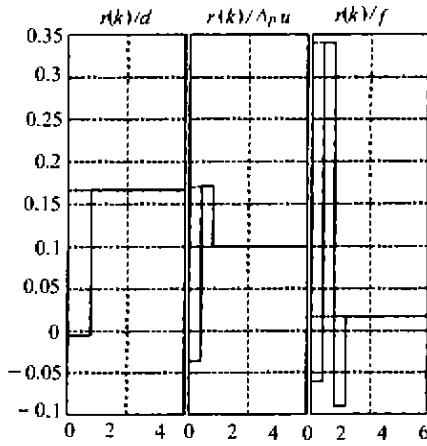
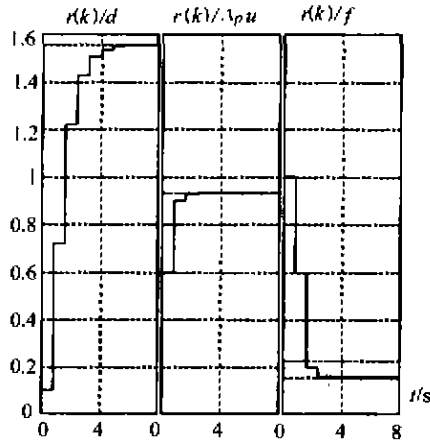
图 1  $l^1$  优化残差函数的输出Fig. 1 The output of  $l^1$  optimal residual function

图 2 使用 Luenberger 观测器的残差函数的输出

Fig. 2 The output of residual function with Luenberger observer

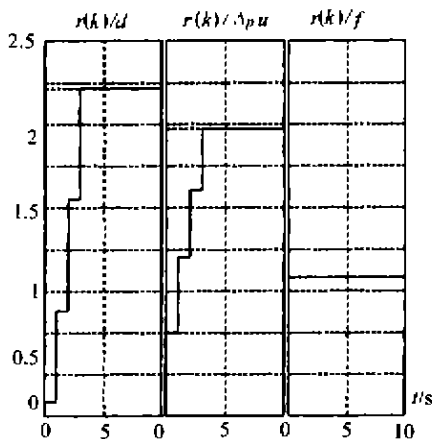


图 3 文献 [4] 中残差函数的输出

Fig. 3 The output of residual function in reference [4]

$$L(z) = N_r(z)Y_r(z) - Q(z)N_l(z) =$$

$$(-0.06087z^3 + 0.2246z^2 + 0.5734z - 0.2383)/(z^3 + 0.4z^2),$$

$$R(z) = N_r(z)X_r(z) + Q(z)M_l(z) =$$

$$(1.061z^2 - 0.3463z + 0.1192)/z^2.$$

$d(z)$ ,  $\Delta_p u(z)$ ,  $f(z)$  分别为单位阶跃函数时,  $l^1$  优化残差函数的响应如图 1 所示. 作为比较, 图 2 给出了使用 Luenberger 观测器构造的残差函数响应曲线. 由图可见 Luenberger 观测器残差函数对扰动信号的输出幅值大于对故障信号的输出幅值, 难以从残差信号中识别出故障. 将文献 [4] 提供的方法用于此例, 对应于不同的权系数仅可得出两种解: 故障到残差输出的传递函数  $B_f(z) = 0$  或者  $B_f(z) = 1$ .  $B_f(z) = 0$  时, 残差函数对系统中的故障不能作出反映, 故障检测系统失败;  $B_f(z) = 1$  时, 残差函数响应曲线如图 3 所示, 同样难以从残差信号中区分出故障. 而图 1 所示本文的  $l^1$  优化残差函数对故障信号产生的输出幅值明显大于扰动信号产生的输出幅值, 这增加了残差函数对不确定扰动的鲁棒性, 表明该方法的有效性.

### 参考文献 (References)

- [1] Beard R V. Failure accommodation in linear system through self-reorganization [D]. Cambridge MA, USA: Massachusetts Institute of Technology, 1971
- [2] Patton R J. Robustness in model-based fault diagnosis: the 1995 situation [A]. In: Proceedings of IFAC On-Line Fault Detection and Supervision in the Chemical Process Industries [C]. Newcastle upon Tyne, UK, 1995. 45 - 67
- [3] Frank P M and Dign X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems [J]. J. of Process Control, Elsevier, 1997, 7(6): 403 - 424
- [4] Fatah Y E and Kantor J C. Residual generation and fault detection for discrete-time systems using an  $l_\infty$  technique [J]. Int. J. Control, 1996, 64(1): 155 - 174
- [5] Francis B A. A Course in  $H_\infty$  Control Theory [M]. New York: Springer-Verlag, 1987
- [6] Ding X and Frank P M. Fault detection via factorization approach [J]. Systems & Control Letters, 1990, 14(4): 431 - 436
- [7] Fang Huajing. Control system  $l^1$  optimization theory and application [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 1991 (in Chinese)

### 本文作者简介

方华京 1955 年生, 分别于 1982, 1984, 1991 年获工业自动化专业学士, 硕士, 博士学位. 现为华中理工大学控制科学与工程系教授, 博士生导师. 主要研究领域为鲁棒控制理论与应用, 控制系统故障诊断与容错控制技术等.