

一类时滞非线性控制系统的输出调节*

余焱

张嗣瀛

(上海交通大学信息与控制工程系·上海, 200230) (东北大学自动控制系·沈阳, 110006)

摘要: 研究了一类单输入时滞非线性系统的输出调节问题, 首先通过精确线性化方法将其转化为一类特殊线性时滞系统对非线性系统的跟踪问题, 然后通过积分变换转化为无时滞的线性系统对非线性系统的跟踪, 新的精确线性化结果保证了经过积分变换后的系统仍然可控. 同时, 提出可解性的概念解决了线性系统对非线性系统的跟踪问题, 得到了时滞非线性系统输出调节问题的局部和全局的结果, 该结果对外部系统假设较弱.

关键词: 非线性系统; 时滞系统; 输出调节; 精确线性化

文献标识码: A

Output Regulation for a Class of Nonlinear Control Systems with Time Delay

SHE Yan

(Department of Information & Control Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, 200240, P. R. China)

ZHANG Siying

(Department of Automatic Control, Northeastern University, Shenyang, 110006, P. R. China)

Abstract: Output regulation problems for nonlinear control systems with time delay is discussed. First, diffeomorphic coordinate transformation is introduced to transform this system into the system that consists of a linear system with time delay and a nonlinear exosystem. A state integral transformation is then introduced to transform this system into the system without delay. To discuss the problems of a disturbed linear system to track a nonlinear system we defined the solvability of output regulation. It is shown that if the exosystem is solvable and the conditions of exact linearization are satisfied then the output regulation problem for nonlinear systems with time delay is solvable.

Key words: nonlinear systems; time delay systems; output regulation; exact linearization

1 引言(Introduction)

近二十年来, 非线性控制系统的几何理论取得了重要进展^[1], 应用于标准形^[2]、零动态^[3]、局部反馈镇定^[3,4]、大系统^[5]、时滞系统^[6]等在非线性控制系统的重要领域, 输出调节是控制系统设计的一个重要问题, 线性系统的输出调节有较圆满的结果^[7], 但非线性系统的相应问题则困难得多, 所得结果也弱得多^[7-10], 而实际应用中, 大量的控制系统既有非线性性, 又有时滞, 所以研究时滞非线性系统的输出调节问题有重要的理论意义和实际意义.

2 问题的陈述(Problems statement)

考虑系统:

$$\dot{x} = f(x, w) + g(x, w)u(t - \tau), \quad (1)$$

$$\dot{w} = s(w), \quad (2)$$

$$e = h(x, w). \quad (3)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $w \in \mathbb{R}^m$, $u \in \mathbb{R}$, $e \in \mathbb{R}^q$, f, g, s, h 是光滑函数, $f(0) = 0, s(0) = 0$, 当 $t < 0, x(t) = w(t) = 0$, 系统(1)是需要调节的系统, 受到了外部系统(2)的扰动, 系统(3)是系统(1)与系统(2)之间的输出误差.

输出调节问题 称系统(1)~(3)的局部输出调节问题可解, 如果存在反馈

$$u = k(x, w). \quad (4)$$

其中 $k(x, w)$, 且 $k(0, 0) = 0$ 光滑, 使得

I) 系统

$$\dot{x} = f(x, 0) + g(x, 0)k(x(t - \tau), 0) \quad (5)$$

在 $x = 0$ 点渐近稳定.

II) 存在原点的某邻域 $U \subset \mathbb{R}^{n+m}, \forall (x_0, w_0)$

$\in U$, 系统

$$\dot{x} = f(x, w) + g(x, w)k(x(t - \tau), w(t - \tau)), \quad (6)$$

* 基金项目: 上海交通大学青年基金(A9931002)、国家自然科学基金(69774005)资助项目.

收稿日期: 1998-04-20; 收修改稿日期: 1999-12-02.

$$\dot{w} = s(w) \quad (7)$$

的初值为 (x_0, w_0) 的解 $(x(t), w(t))$, 如果 $(x(t), w(t)) \subset U$, 则满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} h(x(t), w(t)) = 0. \quad (8)$$

称系统(1)~(3)的全局输出调节问题可解, 如果 $U = \mathbb{R}^{n+m}$.

3 主要结果(Main results)

记 $\mathbb{R}^{n+m}$ 上的向量场

$$F(x, w) = \begin{pmatrix} f(x, w) \\ s(w) \end{pmatrix},$$

$$G(x, w) = \begin{pmatrix} g(x, w) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (后 } m \text{ 行为 } 0),$$

$$X_i = \text{adj} G(x, w) = (\underbrace{x, \dots, x, 0, \dots, 0}_{\text{后 } m \text{ 行为 } 0}), \quad i = 0, 1, \dots, n,$$

$$X_{n+j} = (\underbrace{x, \dots, x, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0}_{\text{后 } m \text{ 行除第 } n+j \text{ 行为 } 1 \text{ 外, 其余为 } 0}), \quad j = 1, \dots, m. \quad (9)$$

假设 1 1) 存在原点的某邻域 U , 及形如式(9)的向量场 $X_{n+j} (j = 1, \dots, m)$, 有: $\forall (x, w) \in U$, $[X_i, X_j] = 0, 0 \leq i, j \leq n+m, [F, D](x, w) = D \frac{\partial s(w)}{\partial w}$, 其中 $D = (X_{n+1}, \dots, X_{n+m})$;

2) $\dim \text{span} \{X_1, \dots, X_n\}(0) = n$;

3) $\forall (x, w) \in U, \text{adj} G(x, w) = 0$.

定理 1 假设 1 成立的充要条件是存在 $\mathbb{R}^{n+m}$ 中 0 点的局部微分同胚坐标变换 $\Phi_1(x, w) = \begin{pmatrix} T(x, w) \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ w \end{pmatrix}$, 使得系统(1), (2)在新的坐标下成为

$$\begin{cases} \dot{z} = Az + Bu(t - \tau), \\ \dot{w} = s(w), \\ e = h(\Phi_1^{-1}(z, w)). \end{cases} \quad (10)$$

其中 (A, B) 具有形式:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & & & \\ 1 & \ddots & & \\ & \ddots & 0 & \\ & & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

证 定理 1 的证明是精确线性化的一个标准例子, 注意到假设 1 中, $[F, D](x, w) = D \frac{\partial s(w)}{\partial w}$ 使得标准形中第一式与 w 无关, 而条件(3)则使得 (A, B) 具有特殊形式.

定理 2 存在状态变换 $\Phi_2(x(t), w(t)) = \begin{pmatrix} T(z(t)) \\ w(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta(t) \\ w(t) \end{pmatrix}$, 其中 $\eta(t) = T(z(t))$ 定义

为:

$$\eta(t) = z(t) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-s)} e^{-A\tau} ds \quad (11)$$

使得系统(10)成为

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \bar{A}\eta + \bar{B}u, \\ \dot{w} = s(w), \\ e = h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(\eta, w))). \end{cases} \quad (12)$$

其中 $(\bar{A}, \bar{B})$ 为能控对.

证 式(12)的第二式是显然的, 由式(11)及式(10), 记 $\bar{A} = A, \bar{B} = e^{-A\tau}B$, 可得第一式, 注意到 $(\bar{B}, \bar{A}\bar{B}, \dots, \bar{A}^{n-1}\bar{B}) =$

$$(e^{-A\tau}B, Ae^{-A\tau}B, \dots, A^{n-1}e^{-A\tau}B) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \times & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \times & \cdots & \times & 1 \end{pmatrix},$$

所以, $(\bar{A}, \bar{B})$ 为能控对, 定理得证.

由于 $(\bar{A}, \bar{B})$ 为能控对, 所以存在正则反馈 $u = K_1\eta + K_2v$, 及非奇异线性变换 $\eta = M\omega$, 系统(12)成为

$$\begin{cases} \dot{\omega} = \bar{A}\omega + \bar{B}v, \\ \dot{w} = s(w), \\ e = h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w))). \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{A} = M^{-1}(\bar{A} + \bar{B}K_1)M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & 0 & \ddots & \\ & & \ddots & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \\ \bar{B} = M^{-1}\bar{B}K_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (14)$$

定义 1 设 $h(z, w)$ 是 $\mathbb{R}^{n+m}$ 上的函数, 称 $h(z, w)$ 关于 z 一致连续, 如果 $\forall \varepsilon > 0, \forall w \in \mathbb{R}^m, \exists \delta > 0$, 使得当 $|z_1 - z_2| < \delta$, 有 $|h(z_1, w) - h(z_2, w)| < \varepsilon$.

定义 2 称 $\dot{w} = s(w)$ 关于 $h(z, w)$ 是 n 阶可解, 如果存在 C^{m+1} 类函数 $a_1: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}, a_1(0) = 0$, 使得

$$h(a(w), w) = 0. \quad (15)$$

其中向量值函数 $a: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n, a(w) = (a_1(w), \dots, a_n(w))$ 如下定义:

$$a_{j+1}(w) = \frac{\partial a_j(w)}{\partial w} s(w), \quad j = 1, \dots, n-1.$$

定理 3 设 $\dot{w} = s(w)$ 关于 $h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w)))$ 为 n 阶可解, $h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w)))$ 关于 ω 一致连续, 则系统(13)的全局输出调节问题可解, 反馈控制律为

$$v = c(w) + K_3(\omega - a(w)).$$

其中 K_3 是使得 $\bar{A} + \bar{B}K_3$ 稳定的任意矩阵.

上述定理的证明参见文献[10]定理.

定理 4 设系统(1)~(3)满足:

1) 假设 1 成立;

2) $\dot{w} = s(w)$ 关于 $h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w)))$ 为 n 阶可解;

3) $h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w)))$ 关于 ω 一致连续. 则系统(13)的局部输出调节问题可解, 控制律为

$$u(t) = (K_1 + K_2 K_3 M^{-1})[T(x, w) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-\tau)} e^{-A\tau} B u(s) ds] + K_2 c(w) - K_2 K_3 a(w). \quad (16)$$

证 将上式代入系统(1)~(3), 经过坐标变换 Φ_1, Φ_2 , 及线性变换 $\eta = M\omega$, 闭环系统成为:

$$\dot{\omega} = \bar{A}\omega + \bar{B}[c(w) + K_3[\omega - a(w)]] \quad (18)$$

$$\dot{w} = s(w) \quad (19)$$

$$e = h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega', w))). \quad (20)$$

由定理 3, 上述系统满足 ORP 的第二个条件, 要证第一个条件, 只需将 $w = 0$ 代入式(16):

$$u(t) = (K_1 + K_2 K_3 M^{-1})[T(x, 0) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-\tau)} e^{-A\tau} B u(s) ds].$$

将上式代入式(1), 经过坐标变换 Φ_1, Φ_2 , 及线性变换 $\eta = M\omega$, 闭环系统成为: $\dot{\omega} = (\bar{A} + \bar{B}K_3)\omega$, 显然渐近稳定, 由于坐标变换不改变系统拓扑性质, 所以, 定理得证.

定理 5 设系统(1)~(3)满足:

1) 假设 1 成立, 且对应的坐标变换 Φ_1 在 $\mathbb{R}^{n+m}$ 上全局成立;

2) $\dot{w} = s(w)$ 关于 $h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w)))$ 为 n

阶可解;

3) $h(\Phi_1^{-1}(\Phi_2^{-1}(M\omega, w)))$ 关于 ω 一致连续. 则系统(13)的局部输出调节问题可解, 控制律由式(16)定义.

定理 5 的证明类似于定理 4.

参考文献(References)

- [1] Cheng Daizhan. Geometry Theory of Nonlinear System [M]. Beijing: Science Press, 1988 (in Chinese)
- [2] She Yan and Zhang Siying. Relative degree and normal form for general nonlinear control systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(4): 570 - 572 (in Chinese)
- [3] She Yan and Zhang Siying. The zero dynamics, normal form and Local feedback asymptotic stabilization for general nonlinear control system [J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(6): 820 - 824 (in Chinese)
- [4] She Yan and Zhang Siying. Local feedback asymptotic stabilization for general nonlinear systems [J]. Control and Decision, 1998, 13(6): 624 - 628 (in Chinese)
- [5] She Yan and Zhang Siying. Decentralized exact linearization and decentralized for nonlinear large-scale systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(5): 585 - 592
- [6] Su Hongye and Zhu Jian. The design of the stabilized control systems with time delay [J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(1): 30 - 36 (in Chinese)
- [7] Francis B A. The linear multivariable regulator problem [J]. SIAM J. Control Optimization, 1977, 15: 486 - 505
- [8] Isidori A and Bymes C I. Output regulation for nonlinear systems [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1990, 35(2): 131 - 140
- [9] Huang J and Rugh W J. Stabilization on zero-error manifolds and nonlinear servomechanism problem [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1992, 37(7): 1009 - 1013
- [10] She Yan and Zhang Siying. Global output regulation for nonlinear control systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1999, 25(2): 184 - 190 (in Chinese)

本文作者简介

余 薇 1968 年生, 1995 年获武汉大学数学系博士学位, 同年入东北大学自动控制博士后流动站进行博士后研究工作, 1997 年任上海交通大学副教授, 研究领域包括: 非线性系统, 大系统等.

张嗣鑫 见本刊 2001 年第 1 期第 30 页.