

一种推广的内模极点配置控制结构

刘华平 孙富春 郭木河

(清华大学计算机科学与技术系, 智能技术与系统国家重点实验室·北京, 100084)

摘要: 以动态的反馈滤波器代替原方法中的静态反馈增益, 使其能适用于对象分子多项式为一般情形的对象, 并提供了适用于纯滞后对象的改进措施. 文末给出了设计实例.

关键词: 内模控制; 极点配置; 多模型分解; 纯滞后

文献标识码: A

An Extended Internal Model Pole Placement Control

LIU Huaping, SUN Fuchun and GUO Muhe

(State Key Laboratory of Intelligent Technology and System, Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University·Beijing, 100084, P. R. China)

Abstract: Feedback filters are introduced to substitute feedback gain in the original algorithm of multi-model decomposition based method for the internal model pole placement control. This algorithm therefore can be applied for not only plants of which the numerators are the general cases, but also plants with time delay. A design example is given in the end of this paper.

Key words: internal model control; pole placement; multi-model decomposition; time delay

1 引言 (Introduction)

文献[1]提出的基于多模型分解的内模极点配置控制, 采用多重误差输出反馈, 以滤波器常数的取值来取代传统内模控制的控制器设计, 是一种新颖的思路, 但该方法应用范围有限. 本文对其作了改进, 使其能适用于一般的被控对象.

2 基于多模型分解的内模极点配置控制 (Multi-model decomposition based method for the model pole placement)

由于篇幅所限, 本文对原算法不作详细介绍, 仅提及一些相关部分, 详细内容参见文献[1]. 考虑模型分解方法采用时间延迟抽取分解, 控制结构采用纵向结构. 设对象模型为

$$G(z^{-1}) = B(z^{-1})/A(z^{-1}),$$

其中

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=1}^N b_i \cdot z^{-i}, \quad A(z^{-1}) = \sum_{i=0}^N a_i \cdot z^{-i},$$

且 $a_0 = 1, b_0 \neq 1$, 即只考虑由采样保持所产生的阶延迟. 当无模型失配时, 可得闭环系统输出量和控制量分别为:

$$Y(z^{-1}) =$$

$$\frac{G(z^{-1})R(z^{-1}) + \{1 - \sum_{i=1}^N [G_i(z^{-1}) \cdot \sum_{j=1}^N F_j]\} \cdot D(z^{-1})}{1 + \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \cdot \sum_{j=0}^{i-1} F_j}, \quad (1a)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{R(z^{-1}) - \sum_{i=0}^N F_i \cdot D(z^{-1})}{1 + \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \sum_{j=0}^{i-1} F_j}, \quad (1b)$$

期望闭环极点多项式为:

$$P(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^N p_i \cdot z^{-i}. \quad (2)$$

考虑下述分解:

$$\frac{P(z^{-1}) - A(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \sum_{i=1}^N \alpha_i \cdot G_i(z^{-i}), \quad (3)$$

这样, 为达到极点配置的输出误差反馈增益为:

$$\begin{cases} F_0 = \alpha_1, \\ F_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i, \quad (1 \leq i \leq N-1) \\ F_N = 1 - \alpha_N. \end{cases} \quad (4)$$

从而, 系统输出和控制量分别为:

$$Y(z^{-1}) = \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})} + [1 - \frac{B(z^{-1})}{P(z^{-1})}] \cdot D(z^{-1}), \quad (5a)$$

$$U(z^{-1}) = \frac{[R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot A(z^{-1})}{P(z^{-1})}. \quad (5b)$$

为保证无静差性,需满足:

$$P(z^{-1})|_{z=1} = B(z^{-1})|_{z=1}. \quad (6)$$

3 算法的改造(Improved algorithms)

3.1 存在的问题(Some problems)

由上节的介绍可以看出,此算法至少存在以下三方面的问题:

1) 为了保持无静差性,需要满足(6)式,这对于期望闭环极点多项式的选取无疑是极大的限制.

2) 由(3)式可以看出,为使闭环极点能任意配置,即多项式 $P(z^{-1})$ 的系数能任意选取,必须要求,所有子模型 $G_i(z^{-1})$ 均应恒不等于0.但显然,在多项式 $B(z^{-1})$ 中,如果某一系数 $b_i = 0$,则必导致 $G_i(z^{-1}) \equiv 0$,从而使得极点的配置受到限制.

3) 此算法不能应用于含大于一阶纯滞后的对象.

针对以上存在的问题,作者作了一些改进,其中对第1)个问题的解决方案可见文献[2],对后两个问题的解决方法均建立在此基础之上.

3.2 内模分子多项式为一般情形的研究(Study on general case of the numerator of the model)

在上述算法中,由(3)式可知,为使极点能任意配置,即 $P(z^{-1})$ 的系数任意配置,应要求 $G_i(z^{-1})$ 不恒为零.但显然,一旦 $b_i = 0$,则必导致 $G_i(z^{-1}) \equiv 0$,从而使极点的配置受到限制.

本文将输出反馈增益代之以动态环节——输出反馈滤波器,有助于这一问题的解决.

在(5a)、(5b)式中,将 F_i 换为 $F_i(z^{-1})$, $F_i(z^{-1})$ 的阶数待定.显然,文献[1]即为 $F_i(z^{-1})$ 为常数时的特例.

假设在内模中有: $b_{m+1} = b_{m+2} = \dots = b_{m+n} = 0$, 而 $b_m \neq 0, b_{m+n+1} \neq 0, 1 \leq m \leq m+n+1 \leq N$.

则相应地, $G_{m+1}(z^{-1}) = G_{m+2}(z^{-1}) = \dots = G_{m+n}(z^{-1}) \equiv 0$, 且 $G_m(z^{-1}), G_{m+n+1}(z^{-1})$ 不恒为零.本文将此种情况称为有一组“长度为 n 的连续为零的系数”.显然,此时若存在 i 满足 $m+1 \leq i \leq m+n$ 且 $p_i - a_i \neq 0$ 时,从(3)式可知输出误差反馈增益无法确定,为此,本文提出解法如下:

分解式

$$\begin{aligned} \frac{P(z^{-1}) - A(z^{-1})}{A(z^{-1})} = & \alpha_1 \cdot G_1(z^{-1}) + \dots + \alpha_m \cdot G_m(z^{-1}) + \\ & \alpha_{m+1} \cdot z^{-1}G_m(z^{-1}) + \dots + \\ & \alpha_{m+n} \cdot z^{-n}G_m(z^{-1}) + \dots + \\ & \alpha_{m+n+1} \cdot G_{m+n+1}(z^{-1}) + \dots + \alpha_N \cdot G_N(z^{-1}) = \\ & \alpha_1 \cdot G_1(z^{-1}) + \dots + (\alpha_m + \alpha_{m+1}z^{-1} + \dots + \\ & \alpha_{m+n}z^{-n}) \cdot G_m(z^{-1}) + \dots + \\ & \alpha_{m+n+1} \cdot G_{m+n+1}(z^{-1}) + \dots + \alpha_N \cdot G_N(z^{-1}) = \\ & \sum_{i=1}^N \bar{\alpha}_i \cdot G_i(z^{-1}). \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_m &= \alpha_m + \alpha_{m+1} \cdot z^{-1} + \dots + \alpha_{m+n} \cdot z^{-n}, \\ \bar{\alpha}_{m+1} &= \bar{\alpha}_{m+2} = \dots = \bar{\alpha}_{m+n} = 0. \end{aligned}$$

而 $\bar{\alpha}_i = \alpha_i (1 \leq i \leq m-1, m+n+1 \leq i \leq N)$.

求得输出误差反馈滤波器为:

$$\begin{cases} F_0(z^{-n}) = \bar{\alpha}_1, \\ F_i(z^{-n}) = \bar{\alpha}_{i+1} - \bar{\alpha}_i, (1 \leq i \leq N-1) \\ F_N(z^{-n}) = 1 - \bar{\alpha}_N. \end{cases} \quad (8)$$

对于有多组“连续为零的系数”的情形可作类似推导,由于没有任何理论上的困难,故在此不再赘述.

3.3 适用于纯滞后对象的改进算法(Algorithm to deal with time delay plant)

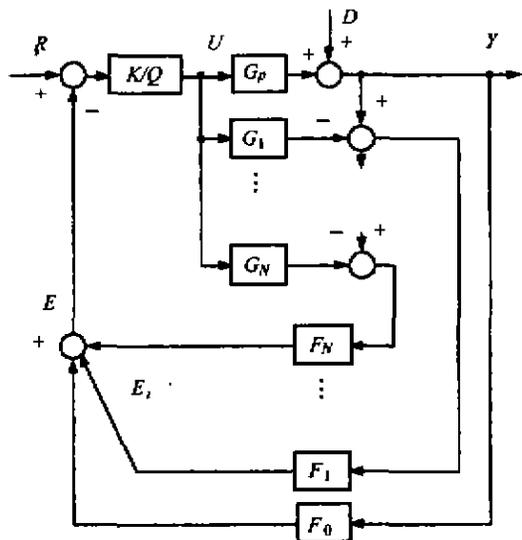


图1 滞后对象控制结构图

Fig. 1 Control structure for plant with time-delay

由(3)式可知,当开环系统存在大于一拍的纯滞后,闭环系统的极点无法任意配置.为此,本文沿用经典的传递函数极点配置法^[3]来进行改进.改进的控制结构见图1.图中,比例环节 K 为消除静差而设

置,这样可以避免原算法中消除静差与极点任意配置的矛盾,即可不必满足(5)式,其原因可详见文献[2].而 $Q(z^{-1})$ 则为待定多项式,为控制纯滞后对象而引入.

经过类似推导,可得如下关系:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})Q(z^{-1}) + K \cdot A(z^{-1}) \cdot \sum_{i=1}^N G_i(z^{-1}) \cdot \sum_{j=0}^{i-1} F_j(z^{-1}).$$

考虑到 $G_i(z^{-1})$ 的意义以及(8)式,上式即为

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})Q(z^{-1}) + K \cdot \sum_{i=1}^N \bar{a}_i(z^{-1}) \cdot b_i \cdot z^{-i}. \quad (9)$$

控制系统的设计最终归结于上式的求解,下面提供一种求解上式的算法.

首先考虑如下 Diophantine 方程:

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1})Q(z^{-1}) + W(z^{-1})B(z^{-1}). \quad (10)$$

这里假设 $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ 互质.

其中

$$Q(z^{-1}) = q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_{n_q} z^{-n_q},$$

$$W(z^{-1}) = w_0 + w_1 z^{-1} + \dots + w_{n_w} z^{-n_w}.$$

为得到最小阶解,可令

$$n_q = \deg B - 1, \quad n_w = \deg A - 1.$$

由(10)式解得 $Q(z^{-1}), W(z^{-1})$ 后,对比(9)、(10)式得:

$$W(z^{-1})B(z^{-1}) = K \cdot \sum_{i=1}^N \bar{a}_i(z^{-1}) \cdot b_i \cdot z^{-i},$$

由此即可解得 $\bar{a}_i(z^{-1})$.

再由(8)式即可完成控制系统的设计.

闭环系统最终具有下列关系:

$$Y(z^{-1}) = \frac{K \cdot B(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})} + \left[1 - \frac{K \cdot B(z^{-1})}{P(z^{-1})}\right] \cdot D(z^{-1}),$$

$$U(z^{-1}) = \frac{K \cdot [R(z^{-1}) - D(z^{-1})] \cdot A(z^{-1})}{P(z^{-1})}.$$

注记 设对象有 d 阶纯滞后,即: $b_1 = b_2 = \dots = b_d = 0$, 故可令

$$\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \dots = \bar{a}_d = 0,$$

从而可得

$$F_0(z^{-1}) = \bar{a}_1(z^{-1}) = 0,$$

$$F_i(z^{-1}) = \bar{a}_{i+1}(z^{-1}) - \bar{a}_i(z^{-1}) = 0, \quad 1 \leq i \leq d-1,$$

$$F_d(z^{-1}) = \bar{a}_{d+1}(z^{-1}) - \bar{a}_d(z^{-1}) = \bar{a}_{d+1}(z^{-1}).$$

由于

$$G_1(z^{-1}) = G_2(z^{-1}) = \dots = G_d(z^{-1}) = 0,$$

故输出反馈滤波器并非 $F_0(z^{-1}) = 0$, 而是

$$F_0(z^{-1}) + F_1(z^{-1}) + \dots + F_d(z^{-1}) = \bar{a}_{d+1}(z^{-1}).$$

可见算法对纯滞后对象进行极点配置的机理.

4 设计实例(Design example)

例 1 考虑离散对象为:

$$\frac{z^{-1} + z^{-4}}{1 + 0.3z^{-1} + 0.2z^{-2}},$$

设期望闭环特征多项式为:

$$P(z^{-1}) = 1 - 0.2z^{-1}.$$

显然,此时 $K = P(1)/B(1) = 0.4$, 由 3.2 节的算法得:

$$F_0(z^{-1}) = -1.25 - 0.5z^{-1},$$

$$F_1(z^{-1}) = 1.25 + 0.5z^{-1}, \quad F_2(z^{-1}) = 0,$$

$$F_3(z^{-1}) = 0, \quad F_4(z^{-1}) = 1.$$

进一步的设计实例可参见文献[2].

参考文献(References)

- [1] Hua Jianxing and Xi Yugeng. A multi-model decomposition based method for the internal model pole placement control [J]. Control Theory and Applications, 1999, 16(1):113-116(in Chinese)
- [2] Liu Huaping. Researches on control structure based on internal model [D]. Shanghai: Tongji University, 2000 (in Chinese)
- [3] Li Qingquan. Adaptive Control System Theory, Design and Applications [M]. Beijing: Science Press, 1990 (in Chinese)
- [4] Xi Yugeng. Predictive Control [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1993(in Chinese)

本文作者简介

刘华平 1976年生,2000年3月于同济大学电气工程系获工学硕士学位.现为清华大学计算机科学与技术系攻读博士学位研究生.研究领域为:智能自动化技术.

孙富春 1964年生,1998年在清华大学计算机应用专业获博士学位,其后至2000年3月在清华大学自动控制博士后流动站从事空间机器人及智能控制方面的研究.以第一作者在IEEE汇刊等发表论文20余篇.有4篇论文收入SCI光盘版,近20篇论文收入EI.研究领域为神经模糊系统及机器人.

郭木河 1939年生,1964年毕业于清华大学自动控制系.现为清华大学计算机科学与技术系教授.研究领域为:自主车技术,视觉导航与计算机应用.