

SGCMG 系统框架角轨迹跟踪自适应补偿控制*

吴 忠

吴宏鑫 李 勇

(铁道部科学研究院机车车辆研究所·北京, 100081) (北京控制工程研究所·北京, 100080)

摘要: 作为应用在航天器上的惯性执行机构, 单框架控制力矩陀螺(SGCMG)系统框架角空间的轨迹跟踪性能对航天器姿态控制(或稳定)精度有着极大的影响. 为提高 SGCMG 系统框架角轨迹跟踪性能, 本文在轨迹跟踪控制中, 采用了“PD+自适应补偿”的控制器结构. 通过分析可以发现, 此种控制器不但可使轨迹跟踪误差收敛至零, 实现有限时间跟踪控制, 而且可使轨迹跟踪误差每一分量的绝对值指数收敛. 对应用在航天器上的金字塔形 4-SGCMG 系统框架角空间轨迹跟踪控制的仿真结果表明, 上述控制算法是可行的.

关键词: 控制力矩陀螺; 轨迹跟踪; 自适应补偿

文献标识码: A

Adaptive Compensation Control of Trajectory Tracking in Gimbal Angle Space for Single Gimbal Control Moment Gyroscope Systems

WU Zhong

(Locomotive and Car Research Institute, China Academy of Railway Sciences · Beijing, 100081, P. R. China)

WU Hongxin and LI Yong

(Beijing Institute of Control Engineering · Beijing, 100081, P. R. China)

Abstract: As inertial actuators mounted on the spacecraft, single gimbal control moment gyroscope (SGCMG) systems can affect the attitude control accuracy to a great extent. In order to improve the trajectory tracking performance in gimbal angle space for SGCMG systems, an adaptive compensation controller is adopted, which has three terms, i. e., proportional, differential, and adaptive compensation ones. This controller not only can realize finite-time tracking control in gimbal angle space, but also can make the tracking error converge to zero exponentially. Simulation results of a certain pyramid-type 4-SGCMG system indicate that the control algorithm presented above is feasible.

Key words: control moment gyroscopes; trajectory tracking; adaptive compensation

1 引言(Introduction)

单框架控制力矩陀螺(SGCMG)是应用在航天器上的一类惯性执行机构, 主要通过动量交换产生内部力矩, 以对航天器进行姿态控制(或稳定). 为满足航天器姿态三轴控制的要求, 通常在姿态控制系统中采用三个或以上的 SGCMG, 组成 SGCMG 系统. 为操纵 SGCMG 系统产生姿态控制所需的期望力矩, 必须使 SGCMG 系统能快速、准确地跟踪期望的框架角轨迹. 因此, 可以说 SGCMG 系统框架角空间的轨迹跟踪控制是 SGCMG 系统非奇异操纵的重要组成部分, 并和 SGCMG 系统的逆运动学求解算法一起, 实现了 SGCMG 系统的操纵.

由于 SGCMG 系统的框架运动同时受到了航天器姿态运动引起的反作用力矩的影响, 因此其框架

角轨迹跟踪控制和一般的伺服系统相比, 又有很大的不同. 正是由于航天器姿态运动对 SGCMG 系统的这种影响, 使得 SGCMG 系统框架角空间的轨迹跟踪控制复杂化. 对于应用在航天器上的 SGCMG 系统框架角空间的轨迹跟踪控制, 文献[1]虽然针对框架伺服系统的控制进行了分析和探讨, 但其中对 SGCMG 间耦合作用影响没有考虑, 且文中 PI 型的控制器显然不能很好地处理框架扰动力矩及耦合力矩的影响; 文献[2]虽然对 SGCMG 系统的动力学特性进行了较为全面的分析, 但并没有考虑框架角空间的轨迹跟踪控制, 仅是在其基于加速度的逆运动学求解中, 考虑了 SGCMG 系统及星体间耦合力矩的影响; 文献[3]为改善 SGCMG 框架伺服系统的控制性能, 曾设计了扰动力矩观测器, 以对摩擦力矩、

* 基金项目: 国家自然科学基金(69584008)及航天工业总公司预研课题资助项目.

收稿日期: 1999-03-22; 收修改稿日期: 2000-01-14.

脉动力矩、耦合力矩等扰动力矩进行补偿,但框架伺服系统的控制精度并没有达到较为理想的程度,且难以给出有关系统渐近稳定性的理论证明。

由文献[4]可知,SGCMG 系统的动力学模型可以用一个多输入多输出(MIMO)的非线性系统来描述,并且可以发现,此模型与机械臂的动力学模型相似,只是在 SGCMG 系统的动力学模型中,惯量阵是解耦的,而在机械臂中,其惯量阵却是强耦合的。正是由于这种相似性,在 SGCMG 系统框架角空间的轨迹跟踪控制中,可以借鉴机械臂关节角空间轨迹跟踪控制的相关研究成果。在机械臂关节角空间的轨迹跟踪控制研究中,多采用了自适应控制方法[5~17],并各有优劣。文献[5]曾提出了一种不需大量参数辨识的自适应控制方法,且此种方法不需对对象模型的详细描述,并能很好地处理模型的不确定性,但系统的跟踪误差并不能在理论上收敛至零值,而是一个待定的区域;文献[6~12]曾提出了一种“PD + 自适应补偿”结构的控制器,虽然此种控制器在已知对象模型结构的条件下,可方便地应用于实际控制中,但控制器中的待估计参数要收敛至真值,需要持续激励条件,且只能保证系统跟踪误差在 $t \rightarrow \infty$ 时收敛至零,而不能保证跟踪控制的动态性能。

因此,为提高 SGCMG 系统框架角空间轨迹跟踪控制性能,本文在借鉴机械臂关节角空间轨迹跟踪控制相关研究的基础上,采用“PD + 自适应补偿”的控制器结构,并对系统轨迹跟踪控制的动态过程作了进一步的分析。

2 SGCMG 系统动力学模型及基本假设

(Dynamics and assumptions of SGCMG systems)

对于应用在航天器上的 n -SGCMG 系统,其动力学模型可以描述为[4]:

$$I_G \ddot{\sigma} + D \dot{\sigma} + \bar{G}(\bar{\sigma}, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) + \bar{\tau}_f(\bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}}) + \bar{\tau}_r(t) = \bar{\tau}, \quad (1)$$

其中, $I_G = \text{diag}(I_{G1}, \dots, I_{Gn})$ 为系统的惯量阵, $D = \text{diag}(D_1, \dots, D_n)$ 为系统的阻尼阵, $\bar{G}(\bar{\sigma}, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) = [G_1(\sigma_1, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}), \dots, G_n(\sigma_n, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}})]^T$, $\bar{\tau}_f(\bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}}) = [\tau_{f1}(\sigma_1, \dot{\sigma}_1), \dots, \tau_{fn}(\sigma_n, \dot{\sigma}_n)]^T$ 为系统摩擦力矩, $\bar{\tau}_r(t) = [\tau_{r1}(t), \dots, \tau_{rn}(t)]^T$ 为系统的脉动力矩, $\bar{\tau} = (\tau_1, \dots, \tau_n)^T$ 为系统的控制力矩, $\bar{\sigma} = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)^T$ 为系统的框架角,且框架运动方程通过非线性项 $\bar{G}(\bar{\sigma}, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}})$ 中的星体角速度 $\bar{\omega}$ 和星体角加速度 $\dot{\bar{\omega}}$

耦合在一起。

为分析方便起见,不妨作以下基本假设:

假设 1 框架角 $\bar{\sigma}$ 和框架角速度 $\dot{\bar{\sigma}}$ 是可量测的。

假设 2 $\tau_{fi}(\dot{\sigma}_i) = [a_0 + a_1 e^{-\beta_1 |\dot{\sigma}_i|} + a_2 (1 - e^{-\beta_2 |\dot{\sigma}_i|})] \text{sgn}(\dot{\sigma}_i)$, $\|\bar{\tau}_r(t)\| \leq a_3$, $a_0, a_1, a_2, a_3, \beta_1, \beta_2$ 皆为大于零的常数, $\dot{\sigma}_i$ 为第 i 个 SGCMG 的框架角速度, $i = 1, \dots, n$ 。

假设 3 式(1)的左端可以表示成 $W(\bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}}, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) \cdot \bar{\theta}$, $\bar{\theta}$ 为系统的物理参数。

假设 4 系统的物理参数 $\bar{\theta}$ 不确定,但知其存在于一个有界区域内。

如设 $\bar{\sigma}_d(t)$ 为期望的框架角轨迹,且 $\dot{\bar{\sigma}}_d(t)$, $\ddot{\bar{\sigma}}_d(t)$ 存在并有界, $\bar{e}(t) = \bar{\sigma}_d(t) - \bar{\sigma}(t)$, 那么 SGCMG 系统框架角空间的轨迹跟踪控制问题可以描述为:

对于满足假设 1 ~ 假设 4 的 n -SGCMG 系统(1),在适当的控制作用下,任给 $\epsilon_s > 0, \epsilon_p > 0$,存在有限时间 $t_s \geq t_0, t_p \geq t_0$,使得当 $t \geq t_s$ 时, $\|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\| \leq \epsilon_s$, 当 $t \geq t_p$ 时, $\|\bar{e}\| \leq \epsilon_p$, 其中 t_0 为初始时间, $\beta > 0$ 为常数, $\|\cdot\|$ 表示 $(\cdot)$ 的 2-范数(在此省去其下标 2,下同)。

3 框架角轨迹跟踪自适应补偿控制 (Adaptive compensation control of trajectory tracking in gimbal angle space)

定理 1 对 n -SGCMG 系统(1),如果施加控制

$$\bar{\tau} = K_p \bar{e} + K_d \dot{\bar{e}} + W_d(\dot{\bar{\sigma}}_d, \ddot{\bar{\sigma}}_d, \bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}}) \bar{\theta}, \quad (2a)$$

$$\dot{\bar{\theta}} = \Gamma^{-1} W_d^T(\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}), \quad (2b)$$

且 $K_p > 0, K_d > 0$ 适当选择,则

$$\begin{aligned} & \cdot \bar{e} \in L_\infty \cap L_2, \dot{\bar{e}} \in L_\infty \cap L_2, \ddot{\bar{e}} \in L_\infty; \\ & \cdot \bar{\theta} \in L_\infty. \end{aligned}$$

其中, $W_d(\dot{\bar{\sigma}}_d, \ddot{\bar{\sigma}}_d, \bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}}) \bar{\theta} = I_G \ddot{\bar{\sigma}}_d + D \dot{\bar{\sigma}}_d + G(\bar{\sigma}, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}, t) + \bar{\tau}_f(\bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}})$, $\beta > 0$ 为适当选择的常数, Γ 为适当选择的对称正定阵, $\bar{\theta} = \bar{\theta} - \hat{\theta}$ 。

证 将式(2a)代入式(1),可得 n -SGCMG 系统的误差方程为

$$I_G \ddot{\bar{e}} + (K_d I_{n \times n} + D) \dot{\bar{e}} + K_p \bar{e} = W_d \bar{\theta}, \quad (3a)$$

$$\dot{\bar{\theta}} = -\Gamma^{-1} W_d^T(\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}). \quad (3b)$$

其中 $I_{n \times n}$ 为 $n \times n$ 的单位阵。对式(3)中的状态 $(\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta})$, 选择 Lyapunov 函数

$$V(\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta}) = \frac{1}{2} [\bar{e}^T \quad \dot{\bar{e}}^T] \begin{bmatrix} \beta^2 I_{\alpha} + \gamma & \beta I_{\alpha} \\ \beta I_{\alpha} & I_{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{e} \\ \dot{\bar{e}} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \bar{\theta}^T \Gamma \bar{\theta} > 0, \quad (4)$$

其中 $\gamma > 0$. 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta}) = & (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e})^T (I_{\alpha} \ddot{\bar{e}} + \beta I_{\alpha} \dot{\bar{e}}) + \bar{e}^T \gamma \dot{\bar{e}} + \bar{\theta}^T \Gamma \dot{\bar{\theta}} = \\ & (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e})^T (-K_p \bar{e} - K_d \dot{\bar{e}} - D \dot{\bar{e}} + \\ & \beta I_{\alpha} \dot{\bar{e}} + W_d \bar{\theta}) + \bar{e}^T \gamma \dot{\bar{e}} + \bar{\theta}^T \Gamma \dot{\bar{\theta}} = \\ & (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e})^T (-K_p \bar{e} - K_d \dot{\bar{e}} - D \dot{\bar{e}} + \beta I_{\alpha} \dot{\bar{e}}) + \\ & \bar{e}^T \gamma \dot{\bar{e}} + \bar{\theta}^T [\Gamma \dot{\bar{\theta}} + W_d^T (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e})] = \\ & - [\bar{e}^T \quad \dot{\bar{e}}^T] Q \begin{bmatrix} \bar{e} \\ \dot{\bar{e}} \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$Q = \begin{bmatrix} \beta K_p I_{n \times n} & Q_{12} \\ Q_{21} & K_d I_{n \times n} + D + \beta I_{\alpha} \end{bmatrix},$$

$$Q_{12} = \frac{K_p I_{n \times n} + \beta K_d I_{n \times n} + \beta D - \beta^2 I_{\alpha} - \gamma}{2},$$

$I_{n \times n}$ 为 $n \times n$ 单位阵, $Q_{21} = Q_{12}$. 如取 $\gamma = K_p I_{n \times n} + \beta K_d I_{n \times n} + \beta D - \beta^2 I_{\alpha}$, 且适当选择 K_p, K_d, β , 可使对称阵 $Q > 0$, 即使 $\dot{V}(\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta}) \leq 0$.

根据 Lyapunov 基本定理, 知 $\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta}$ 有界, 即 $\bar{e} \in L_{\infty}, \dot{\bar{e}} \in L_{\infty}, \bar{\theta} \in L_{\infty}$. 同时, 由于控制对象(1)是稳定的, 则 $W_d \in L_{\infty}$, 并由式(3a)可知 $\dot{\bar{e}} \in L_{\infty}$. 如果令 $\lambda_{\min}(Q)$ 表示矩阵 Q 的最小特征值, 则由式(5)可以得到 $-\int_0^{\infty} \dot{V}(\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta}) dt \geq \lambda_{\min}(Q) \int_0^{\infty} (\|\bar{e}\|^2 + \|\dot{\bar{e}}\|^2) dt$. 又由于 $\int_0^{\infty} \dot{V}(\bar{e}, \dot{\bar{e}}, \bar{\theta}) dt \leq V(\infty) - V(0)$, 且 $V(0) < \infty, V(\infty) < \infty$, 因此 $\int_0^{\infty} \|\bar{e}\|^2 dt < \infty, \int_0^{\infty} \|\dot{\bar{e}}\|^2 dt < \infty$, 亦即 $\bar{e} \in L_2, \dot{\bar{e}} \in L_2$.

综上所述, $\bar{e} \in L_{\infty} \cap L_2, \dot{\bar{e}} \in L_{\infty} \cap L_2, \bar{\theta} \in L_{\infty}$. 证毕.

注1 定理1只能保证参数辨识误差 $\bar{\theta}$ 是有界的, 要使 $\bar{\theta}$ 收敛至零, 需使 W_d 满足持续激励条件, 即

$$\forall t_0 \geq 0, \exists \alpha_1, \alpha_2, \delta > 0,$$

$$\text{s.t. } \alpha_2 I \geq \int_{t_0}^{t_0+\delta} W_d(\tau) W_d^T(\tau) d\tau \leq \alpha_1 I,$$

其中 I 为适当维数的单位阵.

注2 虽然定理1只能使 $\bar{\theta}$ 有界, 但由 Barbalat 引理可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{e} = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} \dot{\bar{e}} = 0$, 即系统控制误差可以收敛至零. 也就是说, 对于 n -SGCMG 系统(1), 在定理1的条件下, 任给 $\epsilon, \epsilon_p > 0$, 存在有限时间 $t, t \geq t_0, t_p \geq t_0$, 使得当 $t \geq t_p$ 时, $\|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\| \leq \epsilon$, 当 $t \geq t_p$ 时, $\|\bar{e}\| \leq \epsilon_p$. 但是, 要提高期望轨迹跟踪控制的性能, 还需对框架角轨迹跟踪误差的收敛速度作进一步的分析.

定理2 对于 n -SGCMG 系统(1), 在定理1的条件下, 广义误差的 2-范数 $\|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|$ 指数收敛. 其中 $\bar{e}$ 和 β 的定义同前.

定理2的证明详见附录A. 定理2表明, 广义跟踪误差 $\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}$ 指数收敛, 由此可对 $\bar{e}$ 的收敛情况进行相应研究.

定理3 如果 $\|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|$ 指数收敛, 那么 $|e_i|$ 必指数收敛. 其中 e_i 为系统轨迹跟踪误差 $\bar{e}$ 的第 i 个分量, $i = 1, \dots, n$.

定理3的证明详见附录B.

注3 由定理2、定理3可知, 在控制(2)的作用下, 系统轨迹跟踪误差具有指数收敛性, 并且可根据定理2、定理3对误差的收敛速度进行估计. 同时, 通过改变控制器增益 K_p, K_d , 可以改变系统误差收敛的速度, 即可改变系统调节时间的大小. 和文献[6~12]相比, 本文对控制过程的分析不再局限于渐近稳定, 而是着重考虑了广义误差的收敛速度, 这对实际应用来说, 无疑更具有重大意义.

4 仿真结果及分析 (Simulation results and analysis)

为验证理论分析的正确性, 在此以应用在航天器上的金字塔构形 4-SGCMG 系统^[4]为例, 对本文提出的轨迹跟踪控制方法进行了仿真分析. 在控制器设计中, 取

$$\bar{\theta}^T = [\bar{\theta}_1^T \quad \bar{\theta}_2^T \quad \bar{\theta}_3^T \quad \bar{\theta}_4^T],$$

$$\bar{\theta}_1^T = [I_{G1x} \quad I_{G1y} \quad I_{G1z} \quad D_1 \quad H_1 \quad \alpha_{11} \quad \alpha_{12}],$$

$$\bar{\theta}_2^T = [I_{G2x} \quad I_{G2y} \quad I_{G2z} \quad D_2 \quad H_2 \quad \alpha_{21} \quad \alpha_{22}],$$

$$\bar{\theta}_3^T = [I_{G3x} \quad I_{G3y} \quad I_{G3z} \quad D_3 \quad H_3 \quad \alpha_{31} \quad \alpha_{32}],$$

$$\bar{\theta}_4^T = [I_{G4x} \quad I_{G4y} \quad I_{G4z} \quad D_4 \quad H_4 \quad \alpha_{41} \quad \alpha_{42}],$$

α_{i1}, α_{i2} 为第 i 个 SGCMG 框架伺服系统简化摩擦力矩模型的系数, 且有

$$\tau_{fi}(\dot{\sigma}_i) = \alpha_{i1} \dot{\sigma}_i + \alpha_{i2} \text{sgn}(\dot{\sigma}_i), \quad i = 1, \dots, 4.$$

W_d^T 根据式(1)及附录C得出, 并在仿真分析中, 设系

统中的 SGCMG 参数相同,取星体惯性矩为 $I_b = \text{diag}(32000, 106000, 130000) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $I_G = \text{diag}(0.27, 0.33, 0.20)$ 为单个 SGCMG 的惯性矩 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), $I_G = \text{diag}(0.20, 0.20, 0.20, 0.20)$ 为 4-SGCMG 系统的惯量阵 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$), SGCMG 的固定角动量为 100 Nms , 框架阻尼系数为 $0.1 \text{ Nm}/(\text{rad/s})$, 摩擦力矩系数 $[\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2] = [0.3, 0.2, 0.1, 100, 1]$, 脉动力矩 $\tau_{ri}(t)$

$\leq 5\% \times \tau_i$, τ_i 为第 i 个 SGCMG 的框架控制力矩, $i = 1, \dots, 4$, $K_p = 500$, $K_d = 40$, 则可得 SGCMG 系统框架角空间轨迹跟踪控制的仿真结果如图 1 ~ 图 3 所示(在框架角速度仿真曲线中,实线为框架角速度响应,虚线为框架角速度调节误差,点划线为框架角速度给定;在控制力矩仿真曲线中,实线为控制力矩,虚线为扰动力矩)。

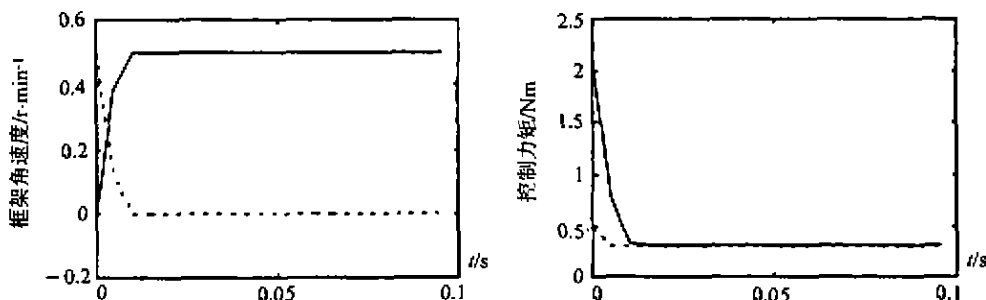


图 1 框架角速度给定为阶跃函数

Fig. 1 Gimbal adaptive control when the reference angular speed is 0.5 r/min

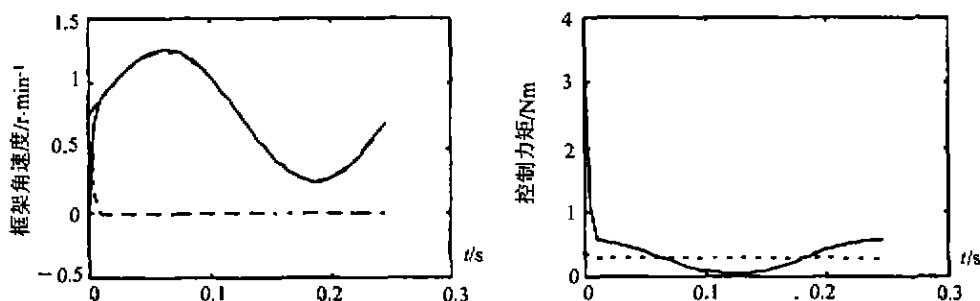


图 2 框架角速度给定为正弦波

Fig. 2 Gimbal adaptive control when the reference angular speed is a sine function

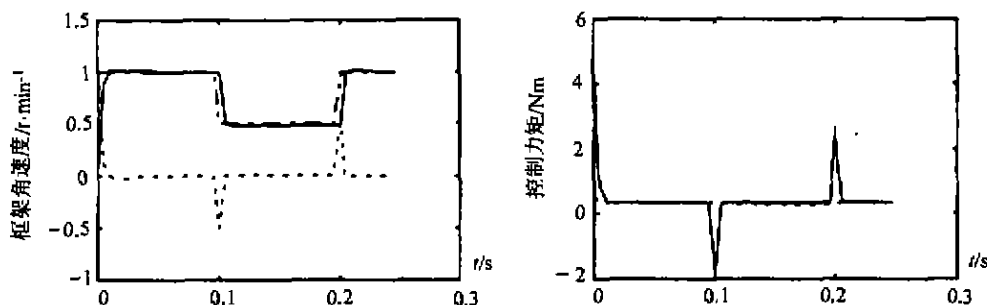


图 3 框架角速度给定为矩形波

Fig. 3 Gimbal adaptive control when the reference angular speed is a rectangular function

① 框架角速度为阶跃给定时:图 1 所示乃框架角速度给定为 0.5 r/min 时某 SGCMG 框架伺服系统轨迹跟踪控制曲线,可以发现,轨迹跟踪控制的超调很小,调节时间较短 ($< 0.02 \text{ s}$) 动态性能较好。

② 框架角速度为正弦给定时:图 2 所示乃框架角速度给定为正弦波时某 SGCMG 框架伺服系统轨迹跟踪控制曲线,可以发现,框架角速度响应可以在较短的时间内达到给定值,跟踪精度较高。

③ 框架角速度为矩形波给定时:图 3 所示乃框架角速度给定为矩形波时某 SGCMG 框架伺服系统轨迹跟踪控制曲线,可以发现,框架角速度响应能够快速、准确地跟随给定值,且超调较小。

5 结论(Conclusion)

在借鉴机械臂关节角空间轨迹跟踪控制相关研究的基础上,本文在 SGCMG 系统框架角空间的轨迹跟踪控制中,采用了“PD + 自适应补偿”的控制器

结构.此种控制器,在适当的控制器参数选择下,可使系统轨迹跟踪误差指数收敛,大大提高了SGCMG系统框架角空间的轨迹跟踪性能.

参考文献(References)

- [1] Liden S P. Precision CMG control for high-accuracy pointing [A]. Proc. AIAA Guidance and Control Conference [C], New York: AIAA, 1973, 1-7
- [2] Oh H S and Vadali S R. Feedback control and steering laws for spacecraft using single gimbal control moment gyros [J]. The Journal of Astronautical Sciences, 1991, 39(2): 183-203
- [3] Wu Zhong and Wu Hongxin. Analysis and attenuation of disturbance torque in SGCMG gimbal servo systems [J]. Aerospace Control, 1998, 16(4): 8-16 (in Chinese)
- [4] Wu Zhong. Nonsingular steering of SGCMG systems and their applications in space station [D]. Beijing: Beijing Institute of Control Engineering, 1998 (in Chinese)
- [5] Song Y D. Adaptive motion tracking control of robot manipulators - non-regressor based approach [J]. Int. J. Control, 1996, 63(1): 41-54
- [6] Ortega R and Spong M W. Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial [J]. Automatica, 1989, 25(6): 877-888
- [7] Abdallah C, Dawson D, Dorato P and Jamshidi M. Survey of robust control for rigid robots [J]. IEEE Control System Magazine, 1991, 11(2): 24-30
- [8] Slotine J J E and Li W P. On the adaptive control of robot manipulators [J]. The International Journal of Robotics Research, 1987, 6(3): 49-59
- [9] Craig J J, Hsu P and Sastry S S. Adaptive control of mechanical manipulators [J]. The International Journal of Robotics Research, 1987, 6(2): 16-28
- [10] Niemeyer G and Slotine J J E. Performance in adaptive manipulator control [J]. The International Journal of Robotics Research, 1991, 10(2): 149-161
- [11] Sadegh N and Horowitz R. An exponentially stable adaptive control law for robot manipulators [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(4): 491-496
- [12] Spong M W, Thorp J S and Kleianwaks J M. Robot microprocessor control of robot manipulators [J]. Automatica, 1987, 23(3): 373-379
- [13] Liu M H, Chang W S and Zhang L Q. Multivariable self-tuning control of redundant manipulators [J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1988, 4(5): 498-507
- [14] Johansson R. Adaptive control of robot manipulator motion [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1990, 6(4): 483-490
- [15] Imura J, Sugie T and Yoshikawa T. Adaptive robust control of robot manipulators-theory and experiment [J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1994, 10(5): 705-710
- [16] Qu Z H, Dawson D M, Lim S Y and Dorsey J F. A new class of robust control laws of tracking of robots [J]. The International Journal of Robotics Research, 1994, 13(4): 355-363
- [17] Ortega R and Tang Y. Robustness of adaptive controllers - a survey [J]. Automatica, 1989, 25(5): 651-677

附录 A 定理 2 的证明

(Appendix A Proof of Theorem 2)

要证明定理 2, 需用到以下几个引理.

引理 A1 设 $\phi(t) = \tilde{\theta}^T I \tilde{\theta}$, 对于定理 1 中的 Lyapunov 函数 $V(t)$, 如满足

$$\dot{V}(t) \leq -2\alpha V(t) + \alpha\phi(t), \quad (A1)$$

则

$$V(t) \leq \exp(-2\alpha(t-t_0))V(t_0) + \alpha \int_{t_0}^t \exp(-2\alpha(t-\tau))\phi(\tau)d\tau, \quad (A2)$$

其中 $\alpha > 0$ 为常数.

证 由题设, 可知存在 $q(t) \leq 0$, 使得

$$\dot{V}(t) = -2\alpha V(t) + \alpha\phi(t) + q(t). \quad (A3)$$

两边施以 Laplace 变换, 有

$$V(s) = \frac{V(t_0)}{s+2\alpha} + \frac{1}{s+2\alpha}[\alpha\phi(s) + q(s)], \quad (A4)$$

两边再施以 Laplace 反变换, 即可得

$$V(t) = \exp(-2\alpha(t-t_0))V(t_0) + \int_{t_0}^t \exp(-2\alpha(t-\tau))[\alpha\phi(\tau) + q(\tau)]d\tau, \quad (A5)$$

由于 $q(t) \leq 0$, 则

$$V(t) \leq \exp(-2\alpha(t-t_0))V(t_0) + \alpha \int_{t_0}^t \exp(-2\alpha(t-\tau))\phi(\tau)d\tau.$$

证毕.

引理 A2 设 $\phi(t) = \tilde{\theta}^T I \tilde{\theta}$, $\dot{\phi}(t) = d\phi(t)/dt$, 如果 $\dot{\phi}(t)$ 满足

$$|\dot{\phi}(t)|^2 \leq C_2 \exp(-2\alpha(t-t_0)) - C_1 \int_{t_0}^t \exp(-2\alpha(t-\tau))\dot{\phi}(\tau)d\tau, \quad (A6)$$

则必有

$$|\dot{\phi}(t)| \leq \sqrt{C_2 + C_1\phi(t_0) - C_1\phi_{\min}} \exp(-\alpha(t-t_0)), \quad t \in [t_0, +\infty), \quad (A7)$$

其中, $C_1 > 0$, $C_2 > 0$, $\alpha > 0$ 皆为常数, $\phi_{\min}$ 为 $\phi(t)$ 在区间 $[t_0, +\infty)$ 上的最小值, $\phi(t_0)$ 为 $\phi(t)$ 在 t_0 时的值, t_0 为初始时间.

证 当 $t = t_0$ 时, 据式 (A6) 易推知式 (A7) 成立. 当 $t > t_0$ 时, 可应用反证法. 不妨设

$$|\dot{\phi}(t)| > \sqrt{C_2 + C_1\phi(t_0) - C_1\phi_{\min}} \exp(-\alpha(t-t_0)), \quad t \in [t_0, +\infty), \quad (A8)$$

由于 $\dot{\phi}(t) = d\phi(t)/dt$ 是连续变化的, 则必存在 $t' < t$, 使得 $\int_{t'}^t |\dot{\phi}(\tau)|^2 d\tau > (C_2 + C_1\phi(t_0) - C_1\phi_{\min}) \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(\tau-t_0))d\tau.$ (A9)

同时,由式(A6)可知,存在 $q_1(t) \geq 0$, 使得

$$\begin{aligned} & |\dot{\phi}(t)|^2 + q_1(t) = \\ & C_2 \exp(-2\alpha(t-t_0)) - C_1 \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) \phi(\tau) d\tau + \\ & C_1 \phi(t_0) \exp(-2\alpha(t-t_0)). \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

对上式的两端在区间 $[t', t]$ 上积分,可得

$$\begin{aligned} & \int_{t'}^t |\dot{\phi}(\tau)|^2 d\tau = \\ & - \int_{t'}^t q_1(\tau) d\tau + [C_2 + C_1 \phi(t_0)] \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(\tau-t_0)) d\tau - \\ & C_1 \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) \phi(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

将式(A11)代入式(A9),则有

$$\begin{aligned} & \int_{t'}^t q_1(\tau) d\tau + C_1 \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) \phi(\tau) d\tau < \\ & C_1 \phi_{\min} \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(\tau-t_0)) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A12})$$

由于

$$\begin{aligned} & \exp(-2\alpha(t'-t_0)) \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) d\tau = \\ & \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(\tau-t_0)) d\tau, \end{aligned} \quad (\text{A13})$$

则式(A12)可改写为

$$\begin{aligned} & C_1 \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) [\phi_{\min} \exp(- \\ & 2\alpha(t'-t_0)) - \phi(\tau)] d\tau > \int_{t'}^t q_1(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A14})$$

由于 $q_1(t) \geq 0$, $\phi_{\min} \exp(-2\alpha(t'-t_0)) - \phi(t) \leq 0$, 因此

$$\int_{t'}^t q_1(\tau) d\tau \geq 0, \quad (\text{A15})$$

$$\begin{aligned} & \int_{t'}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) [\phi_{\min} \exp(- \\ & 2\alpha(t'-t_0)) - \phi(\tau)] d\tau \leq 0, \end{aligned} \quad (\text{A16})$$

所以当 $t \in (t_0, +\infty)$ 时, 式(A14)均不成立. 因此, 式(A8)的假设错误, 即当 $t \in (t_0, +\infty)$ 时, 式(A7)成立.

综上可知, 题设结论成立. 证毕.

引理 A3 设 $\phi(t) = \bar{\theta}^T \Gamma \bar{\theta}$, 在定理 1 的条件下, 必有

$$|\dot{\phi}(t)| \leq \sqrt{C_2 + C_1 \phi(t_0) - C_1 \phi_{\min}} \cdot \exp(-\alpha(t-t_0)), t \in [t_0, +\infty), \quad (\text{A17})$$

其中

$$\alpha = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}, P = \begin{bmatrix} \beta^2 I_G + \gamma & \beta I_G \\ \beta I_G & I_G \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \frac{4 \|W_d \bar{\theta}\|^2_{\max}}{\lambda_{\min}(I_G)}, C_2 = C_1 [2V(t_0) - \phi(t_0)],$$

$\|W_d \bar{\theta}\|_{\max}$ 为 $\|W_d \bar{\theta}\|$ 的最大值, $\lambda_{\min}(\cdot)$ 表示矩阵 $(\cdot)$ 的最小特征值, $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示矩阵 $(\cdot)$ 的最大特征值, $\phi_{\min}, \phi(t_0)$ 的定义同引理 A2, t_0 为初始时间.

证 为分析方便起见, 在此引入以下符号:

$$\exp_0 = \exp(-2\alpha(t-t_0)), \quad (\text{A18})$$

$$\exp_1 = \exp(-2\alpha(t-\tau)). \quad (\text{A18}')$$

由式(4)、式(5)可得

$$\dot{V}(t) \leq -2\alpha V(t) + \alpha \phi(t), \quad (\text{A19})$$

据引理 A1, 知

$$V(t) \leq \exp_0 V(t_0) + \alpha \int_{t_0}^t \exp_1 \phi(\tau) d\tau, \quad (\text{A20})$$

同时, 由式(4)可以得到

$$V(t) = \frac{1}{2} (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e})^T I_G (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}) + \frac{1}{2} \bar{e}^T \gamma \bar{e} + \frac{1}{2} \phi(t), \quad (\text{A21})$$

由于 $\gamma > 0$, $\lambda_{\min}(I_G)$ 为 I_G 的最小特征值, 则由式(A21)可得

$$V(t) \geq \frac{1}{2} \lambda_{\min}(I_G) \|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|^2 + \frac{1}{2} \phi(t). \quad (\text{A22})$$

根据式(A20)、(A22), 很容易可以得出

$$\begin{aligned} \|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|^2 & \leq \frac{2}{\lambda_{\min}(I_G)} [\exp_0 V(t_0) + \\ & \alpha \int_{t_0}^t \exp_1 \phi(\tau) d\tau - \phi(t)/2]. \end{aligned} \quad (\text{A23})$$

又由于

$$-2\alpha \int_{t_0}^t \exp_1 \phi(\tau) d\tau + \phi(t) = \phi(t_0) \exp_0 + \int_{t_0}^t \exp_1 \dot{\phi}(\tau) d\tau, \quad (\text{A24})$$

则式(A23)可表示成

$$\begin{aligned} \|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|^2 & \leq \\ & \frac{2V(t_0) - \phi(t_0)}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp_0 - \frac{1}{\lambda_{\min}(I_G)} \int_{t_0}^t \exp_1 \dot{\phi}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A25})$$

又由于 $\dot{\phi}(t) = 2\bar{\theta}^T \Gamma \dot{\bar{\theta}}$, 且由式(3b), 可得

$$\dot{\phi}(t) = -2\bar{\theta}^T W_d^T (\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}), \quad (\text{A26})$$

则

$$\dot{\phi}(t) \cdot \dot{\phi}(t) = 4 \|W_d \bar{\theta}\|^2 \|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|^2. \quad (\text{A27})$$

据式(A27)、式(A25)可表示为

$$\begin{aligned} |\dot{\phi}(t)|^2 & \leq \frac{4 \|W_d \bar{\theta}\|^2 [2V(t_0) - \phi(t_0)]}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp_0 - \\ & \frac{4 \|W_d \bar{\theta}\|^2}{\lambda_{\min}(I_G)} \int_{t_0}^t \exp_1 \dot{\phi}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A28})$$

根据 C_1, C_2 的定义, 式(A28)可写成

$$\begin{aligned} |\dot{\phi}(t)|^2 & \leq C_2 \exp(-2\alpha(t-t_0)) - \\ & C_1 \int_{t_0}^t \exp(-2\alpha(t-\tau)) \dot{\phi}(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (\text{A29})$$

由引理 A2, 即可知题设结论成立. 证毕.

定理 2 的证明: 由式(A17)、式(A25)可知

$$\begin{aligned} \|\dot{\bar{e}} + \beta \bar{e}\|^2 & \leq \\ & \frac{2V(t_0) - \phi(t_0)}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp_0 + \frac{1}{\lambda_{\min}(I_G)} \int_{t_0}^t \exp_1 |\dot{\phi}(\tau)| d\tau \leq \\ & \frac{2V(t_0) - \phi(t_0)}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp_0 + \frac{\sqrt{C_1 [2V(t_0) - \phi_{\min}]}}{\lambda_{\min}(I_G)} \cdot \\ & \int_{t_0}^t \exp_1 \exp(-\alpha(\tau-t_0)) d\tau = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2V(t_0) - \phi(t_0)}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp_0 + \frac{\sqrt{C_1[2V(t_0) - \phi_{\min}]}}{\alpha \lambda_{\min}(I_G)} \\ & [\exp(-\alpha(t-t_0)) - \exp_0] \leq \\ & \frac{2V(t_0) - \phi(t_0)}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp_0 + \frac{\sqrt{C_1[2V(t_0) - \phi_{\min}]}}{\alpha \lambda_{\min}(I_G)} \\ & \exp(-\alpha(t-t_0)) \leq \\ & \frac{2V(t_0) - \phi(t_0) + \sqrt{C_1[2V(t_0) - \phi_{\min}]} / \alpha}{\lambda_{\min}(I_G)} \exp(-\alpha(t-t_0)). \end{aligned} \quad (A30)$$

由式(A30), 即可知 $\|\dot{e} + \beta \bar{e}\|$ 指数收敛, 题设结论得证.

证毕.

附录 B 定理 3 的证明

(Appendix B Proof of Theorem 3)

要证明定理 3, 需首先给出引理 B.

引理 B 如果连续函数 $x(t)$ 满足

$$|x(t) + \beta x(t)| \leq a \exp(-bt), \quad t \in [0, +\infty) \quad (B1)$$

则 $|x(t)|$ 指数收敛. 其中: $a, b, \beta > 0$ 皆为常数.

证 根据式(B1)可知, 必存在 $q(t) \leq 0$, 使得

$$|x(t) + \beta x(t)| = a \exp(-bt) + q(t), \quad t \in [0, +\infty), \quad (B2)$$

根据 $x(t) + \beta x(t)$ 的符号, 可将 $[0, +\infty)$ 分成不同的区间段为 $[t_0, t_1], (t_1, t_2], \dots, (t_k, t_{k+1}), \dots$, 且使得 $x(t) + \beta x(t)$ 在以上每个区间内定号, 在相邻的两个区间上异号, $t_0 = 0$. 对于任意的 $t \in (t_k, t_{k+1}]$, 设 ε_k 为 $x(t) + \beta x(t)$ 的符号, 则有

$$x(t) + \beta x(t) = \varepsilon_k a \exp(-bt) + \varepsilon_k q(t). \quad (B3)$$

对式(B3)进行 Laplace 变换和反变换, 并整理可得

$$\begin{aligned} & x(t) - x(t_k) \exp(-\beta(t-t_k)) = \\ & \varepsilon_k \int_{t_k}^t \exp(-\beta(t-\tau)) [a \exp(-b\tau) + q(\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (B4)$$

同样, 在不同的时间区间 $[t_0, t_1], (t_1, t_2], \dots, (t_{k-1}, t_k]$ 上, 可求出 $x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_k)$, 并代入式(B4)可得:

$$\begin{aligned} & x(t) - x(t_0) \exp(-\beta(t-t_0)) = \\ & \varepsilon_k \int_{t_k}^t \exp(-\beta(t-\tau)) [a \exp(-b\tau) + q(\tau)] d\tau + \\ & \varepsilon_{k-1} \exp(-\beta(t-t_k)) \cdot \\ & \int_{t_{k-1}}^{t_k} \exp(-\beta(t_k-\tau)) [a \exp(-b\tau) + q(\tau)] d\tau + \\ & \dots + \varepsilon_0 \exp(-\beta(t-t_1)) \cdot \\ & \int_{t_0}^{t_1} \exp(-\beta(t_1-\tau)) [a \exp(-b\tau) + q(\tau)] d\tau, \end{aligned} \quad (B5)$$

其中 ε_j 为 $x(t) + \beta x(t)$ 在区间 (t_j, t_{j+1}) 上的符号, $j = 0, 1, \dots, k$.

对式(B5)进行整理, 并在两端取绝对值得

$$\begin{aligned} & |x(t) - x(t_0) \exp(-\beta(t-t_0))| \leq \\ & \int_{t_0}^t \exp(-\beta(t-\tau)) [a \exp(-b\tau) + q(\tau)] d\tau. \end{aligned} \quad (B6)$$

由于 $q(t) \leq 0$, 则据式(B6)可得

$$\begin{aligned} & |x(t)| \leq |x(t_0)| \exp(-\beta(t-t_0)) + \\ & a \int_{t_0}^t \exp(-\beta(t-\tau)) \exp(-b\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (B7)$$

当 $\beta \neq b$ 时, 由式(B7)可推知

$$|x(t)| \leq |x(0)| \exp(-\beta t) + \frac{a}{b-\beta} [\exp(-\beta t) - \exp(-bt)]; \quad (B8)$$

当 $\beta = b$ 时, 由式(B7)可推知

$$|x(t)| \leq |x(0)| \exp(-\beta t) + at \exp(-\beta t). \quad (B8')$$

由式(B8)、(B8')则易推知, $|x(t)|$ 指数收敛. 证毕.

根据引理 B, 很容易即可得到定理 3 的证明, 在此不赘述.

附录 C SGCMG 系统的动力学模型

(Appendix C Dynamics of SGCMG systems)

金字塔构形 4-SGCMG 系统的动力学特性可由式(1)描述, 其中非线性项 $\bar{G}(\bar{\sigma}, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}})$ 的各分量为^[4]:

$$\begin{aligned} & G_1(\sigma_1, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) = \\ & (I_{G1x} - I_{G1y})(\omega_1 c_\beta s_1 - \omega_2 c_1 - \omega_3 s_\beta s_1)(\omega_1 c_\beta c_1 + \omega_2 s_1 - \omega_3 s_\beta s_1) + \\ & I_{G1z}(\dot{\omega}_1 s_\beta + \dot{\omega}_3 c_\beta) + h(\omega_1 c_\beta c_1 + \omega_2 s_1 - \omega_3 s_\beta s_1), \\ & G_2(\sigma_2, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) = \\ & (I_{G2x} - I_{G2y})(\omega_1 c_2 + \omega_2 c_\beta s_1 - \omega_3 s_\beta s_2)(-\omega_1 s_2 + \omega_2 c_\beta c_2 - \\ & \omega_3 s_\beta c_2) + I_{G2z}(\dot{\omega}_2 s_\beta + \dot{\omega}_3 c_\beta) + h(-\omega_1 s_2 + \omega_2 c_\beta c_2 - \omega_3 s_\beta c_2), \\ & G_3(\sigma_3, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) = \\ & (I_{G3x} - I_{G3y})(-\omega_1 c_\beta s_3 + \omega_2 c_3 - \omega_3 s_\beta s_3)(-\omega_1 c_\beta c_3 - \omega_2 s_3 - \\ & \omega_3 s_\beta s_3) + I_{G3z}(-\dot{\omega}_1 s_\beta + \dot{\omega}_3 c_\beta) + h(-\omega_1 c_\beta c_3 - \omega_2 s_3 - \omega_3 s_\beta s_3), \\ & G_4(\sigma_4, \bar{\omega}, \dot{\bar{\omega}}) = \\ & (I_{G4x} - I_{G4y})(-\omega_1 c_4 - \omega_2 c_\beta s_4 - \omega_3 s_\beta s_4)(\omega_1 s_4 - \omega_2 c_\beta c_4 - \\ & \omega_3 s_\beta c_4) + I_{G4z}(-\dot{\omega}_2 s_\beta + \dot{\omega}_3 c_\beta) + h(\omega_1 s_4 - \omega_2 c_\beta c_4 - \omega_3 s_\beta c_4), \end{aligned}$$

其中

$$s_\beta = \sin \beta, \quad c_\beta = \cos \beta, \quad s_i = \sin \sigma_i, \quad c_i = \cos \sigma_i,$$

$\text{diag}(I_{G1x}, I_{G1y}, I_{G1z})$ 为第 i 个 SGCMG 的惯性矩, $i = 1, \dots, 4$, h 为 SGCMG 的固定角动量, $\beta = 54.74^\circ$, $[\omega_1, \omega_2, \omega_3]$ 为星体角速度, $[\dot{\omega}_1, \dot{\omega}_2, \dot{\omega}_3]$ 为星体角加速度, 且星体运动情况可由一般的刚体动力学模型描述, 姿态控制力矩由 4-SGCMG 系统的运动提供, 在此不作具体介绍.

本文作者简介

吴忠 1970 年生, 1998 年于北京控制工程研究所自动控制理论及应用专业获工学博士学位, 现在铁道部科学研究院做博士后研究. 目前的主要研究方向为冗余交流电机拖动控制, 动力系统的运动奇异及回避, 航天器姿态动力学与控制等.

吴宏鑫 1939 年生, 1965 年毕业于清华大学自动化系, 现为北京控制工程研究所研究员, 控制理论与控制工程专业博士生导师. 目前主要从事智能控制, 自适应控制, 航天控制等领域的研究.

李勇 1965 年生, 1994 年于中国科学院系统科学研究所获控制理论专业博士学位, 现为北京控制工程研究所高级工程师. 目前主要从事挠性多体航天器的动力学与控制, 智能控制, 现代控制理论等方面的研究工作.